وزارة التعليم العالي

محاضرات فاينمان

في الفيزياء

الجزء الأول

(القسم الثالث)

الاهتزازات والترموديناميك

ترجمة

فئة من اساتذة الفيزياء في جامعة دمشق

١٣٩٤ هـ – ١٩٧٤ م

مطبعة جامعة دمشق

وزارة التعليم العالي

محاضرات فاينمان

في الفيزياء

الجزء الأول

(القسم الثالث)

الاهتزازات والترموديناميك

ترجمة

فئة من أساتذة الفيزياء في جامعة دمشق

مطبعة جامعة دمشق

١٣٩٤ هـ - ١٩٧٤ م

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة المترجمين

كانت لنا من تعريب هـذا الكتاب غايتان : فأما أولاهما فهي أن ندل طلابنا على فكر عالم شرّفه أقرانه بجائزة نوبل ، واستاذ لم يكتف بما أبدعه في العلم من مآثر جليلة ، بل عني أيضاً بأن يكتب للجيل الجديد من الطلابَ الذين سينبغ من بينهم علماء المستقبل . وقد نقل هـذا الكتاب إلى لغات عديدة ، وبلغ منزلة رفيعة .

وأما غايتنا الثانية فقد كانت أن نعمل يداً واحدة ، نحن أساتذة الفيزياء ، لنغذي مكتبتنا الفيزيائية العربية بأمهات الكتب وأحسن المصادر . فهذا الجزء الأول ثمرة جهود أساتذة الفيزياء ، الذين كانوا قائمين على التدريس ، في جامعة دمشق ، في العـام الجامعي ١٩٧٢ –١٩٧٣* . أما الجزء الثاني فإننا نرجو أن يعمل في إعداده أساتذة الفيزياء في جامعات الجمهورية العربية السورية قاطبة ؛ وقد أعدت لذلك الخطة ، وتم الاتفاق . وكذلك سيكون شأن الجزء الثالث إن شـاء الله . ولا يقف أملنا عند حدود قطرنا العربي السوري ، بل اننا نرجو

---

* هم الدكاترة : الياس ابو شاهين ، طاهر تربدار ، مكي الحسني ، أحمد الحصري ، مصطفى حمو ليلا ، جان رومانوس ، فوزي عوض ، عبد الرزاق قدورة ، محمد قعقع ، عدنان مصطفى .

و ف . ستوونغ ، و ر . فوغت ، وذلك من قسم الفيزياء والرياضيات والفلك ؛ والاساتذة ت . كوغي ، و م . بليسي ، و س . ه . ويلتس من قسم العلوم الهندسية . وإننا لنذكر بكل امتنان المساعدة القيمة لكل الذين أسهموا في برنامج الاصلاح . ونحن ممتنون بشكل خاص لمؤسسة فورد التي لولا مساعدتها المالية لما أمكن لهذا البرنامج أن ينفذ .

تموز ١٩٦٣ روبرت ب . لايتون

* * *

مقدمة فاينمان

هذه هي محاضرات الفيزياء التي ألقيتها ، في العام الماضي ، وفي العـام الذي سبقه ، على طلاب السنتين الأولى والثانية من معهد كاليفورنيا للتكنولوجيا



(كالتك) . وليست المحاضرات المنشورة طبعاً نسخة طبق الأصل عن المحاضرات التي ألقيتها ، فقد أعيدت صياغتها كثيراً أو قليلاً . وهذه المحاضرات جزء فقط من المقرر الكامل. فقد كانت المجموعة الكاملة من الطلاب ، وعددهم مائة وثمانون

لباطاً ، تحضر مرتين في الاسبوع إلى مدرج كبير لتستمع فيه الى المحاضرات ؛ ثم كانت المجموعة تنقسم بعد ذلك الى زمر صغيرة ، في كل منها بين خمسة عشر طالباً وعشرين ، فتنظر كل زمرة في المحاضرات تحت إشراف معيد . وبالاضافة الى ذلك كانت تقام جلسة مخبرية واحدة في كل اسبوع .

لقد كانت المسألة المحددة التي سعينا الى حلها في هذه المحاضرات هي الحفاظ على شغف الطلاب الذين يملؤهم الحماس ويزينهم الذكاء ، والذين يأتون من مدارسهم الثانوية الى كالتك . فقد سمع هؤلاء الطلاب ، قبل انتسابهم الى جامعتنا ، أحاديث كثيرة عن مبلغ عظمة الفيزياء وطرافة مواضيعها ، فسمعوا عن نظرية النسبية وعن الميكانيك الكوانتي ، وعن أفكار حديثة أخرى . وكان العديدون منهم في الماضي ، بعد قضائهم عامين في دراسة مقررنا السابق ، يصابون باليأس ، لأنهم كانوا لا يصادفون ، إلا نادراً ، أفكاراً عظيمة حقاً وحديثة فعلاً ، بل كانوا يلزمون بدراسة المستويات المائلة ، والكهرباء الراكدة ، وما يشبهها ، فلا ينقضي عليهم العامان الدرسيان إلا وقد أمضتهم تفاهة ما يُعَلَّمون . فكانت مسألتنا نحن هي أن نتبين فيما إذا كان في وسعنا أن نصمم مقرراً قادراً على إنقاذ الطالب النابه الشغوف بالحفاظ على حماسه .

وليست الغاية من هذه المحاضرات أن تؤلف مقرراً يلم بالفيزياء إلماماً سطحياً ؛ بل هي محاضرات في غاية الجدية . ولقد عنيت بأن أوجهها الى أذكى الطلاب في الصف ، بل سعيت الى أن أتأكد من أن أذكى الطلاب أنفسهم لن يكونوا قادرين على استيعاب كل شاردة وواردة فيها ، وجعلت سبيلي الى ذلك ما ضمنته إياها من اقتراحات بتطبيقات للأفكار والمفاهيم المعروضة في مناحٍ مختلفة غير منحى المناقشة الرئيسي . ولهذا السبب نفسه بذلت غاية الجهد في جعل كل عباراتي دقيقة الى أبعد حد ممكن ، وفي الإشارة ، في كل مناسبة ، الى موضع المعادلات والأفكار المعروضة في هيكل الفيزياء العام ، وفي التنبيه الى التغيير

الذي سيطر أ على الأمور التي يتعلمها الطلاب متى قادتهم دراستهم المقبلة إلى التعمق فيها . وقد اعتقدت أيضاً أن من المهم أن أشير ، أمام هؤلاء الطلاب ، إلى ما ينبغي عليهم أن يكونوا قادرين على استنتاجه بأنفسهم ، بالاستناد إلى ما سبق ذكره لهم ، وذلك إذا كانوا أذكياء حقاً ذكاءً كافياً ، وإلى ما هو فعلاً إضافة جديدة لا يمكن استنتاجها . فعندما كنت أعرض أفكاراً جديدة ، كنت أسعى إما إلى استنتاجها ، إذا كان ذلك أمراً ممكناً ، أو إلى بيان أنها فكرة جديدة لا أساس لها بين الأمور التي سبق وتعلموها ، ولا أمل في البرهان عليها ، بل إنما هي إضافة إلى ما سبق .

وفي مطلع هذه المحاضرات ، افترضت أن الطلاب كانوا على علم ببعض المواضيع عند تخرجهم ، من المدرسة الثانوية ، فافترضت أنهم قد تعلموا الضوء الهندسي ، وبعض الأفكار الكيميائية البسيطة ، وما شابه ذلك . وكذلك لم أر أي داع إلى إلقاء المحاضرات في أي ترتيب محدد ، بمعنى أن أحرّم على نفسي ذكر أمر قبل الوصول إلى المرحلة التي تمكنني من مناقشته مناقشة مفصلة . بل كثيراً ما تحدثت عن أشياء مقبلة دون أن أناقشها مناقشة كاملة . وأجلْتُ المناقشة الكاملة إلى وقت لاحق يكون فيه اعدادي لها قد أصبح أكثر تقدماً . ومن أمثلة ذلك دراسة التحريضيات ، وسويات الطاقة ، التي أعرضها ، لأول وهلة ، عرضاً وصفياً فقط ، ثم أعود ، فيما بعد ، إلى دراستها دراسة أقرب إلى الكمال .

وفي الوقت نفسه الذي كنت اتجه فيه بمحاضراتي إلى الطالب النشيط ، كنت أيضاً حريصاً على أن أعنى بأخيه الذي تقلقه التفاصيل الاضافية والتطبيقات الجانبية ، والذي يعجز عن أن يستوعب القسم الأعظم من محتويات المحاضرات . فسعيت إلى أن أزود مثل هؤلاء الطلاب ، الذين هم أضعف من سواهم ، بزاد أدنى ، هو النــواة المركزية ، أو العمود الفقري ، الذي يستطيعون أن

يستوعبوه . وحتى إذا عجز أحد هؤلاء الطلاب عن أن يفهم كل شيء في المحاضرة، فقد كنت آمل ألا يغلبه القلق . فأنا لم أكن أتوقع منه أن يفهم كل شيء ، بل أن يفهم الأجزاء المركزية المباشرة فقط . ولا ريب في أنه يحتاج إلى بعض الذكاء لكي يستطيع أن يميز النظريات المركزية والأفكار المركزية ، وأن يفصلها عن التفاصيل الجانبية والتطبيقات ، التي تكون أكثر تقدماً ، والتي لا يستطيع أن يفهمها إلا في أعوام لاحقة .

لقد كانت هناك صعوبة جدية واحدة عند إلقاء هذه المحاضرات : فإن الطريقة التي دُرّس بها المقرر حالت بين المحاضر وبين تلقي أي رد ، من ردود فعل الطلاب ،قادر على أن يبين له مقدار فهمهم للمحاضرات . وهذه حقاً صعوبة عظيمة الشأن ، ولذلك فإني لا أعرف مدى صلاح هذه المحاضرات . فهذا الجهد كله لم يكن إلا تجربة . ولو قمت به ثانية، لما قمت به بالشكل نفسه . وأنا أرجو ألا أضطر إلى القيام به ثانية . ولكني أعتقد أن الامور سارت على ما يرام في السنة الأولى .

أما في السنة الثانية فقد كان رضائي أقل . ففي القسم الأول من المقرر ، وهو العائد للكهرباء والمغناطيسية،لم أتمكن من أن أجد أية طريقة مرموقة فعلاً، أو أية طريقة مبتكرة ، لعرض هذا القسم ، طريقة تكون حقاً أكثر تشويقاً من الطريقة المألوفة . ولذلك فإني لا اعتقد أني قمت بعمل مجد كثيراً في محاضرات الكهرباء والمغناطيسية . وفي نهاية السنة الثانية ، كانت نيتي الاصلية هي أن انتقل ، بعد الكهرباء والمغناطيسية ، إلى اعطاء بعض المحاضرات الاضافية حول خواص المواد،ثم ، بشكل خاص ، الى دراسة الطرز الأساسية، وحلول معادلة الانتشار ، والجمل المهتزة ، والتوابع المتعامدة . . . ، أي الى عرض المراحل الأولى مما يسمى عادة « الطرائق الرياضية للفيزياء » . وعندما انظر الى الماضي الآن ، يتراءى لي أنني لو قمت بالعمل ثانية لعدت الى فكرتي

الأصلية هذه. ولكن لما كانت الخطة الموضوعة تقضي بألا تكرر هذه المحاضرات، فقد ذهب الاقتراح إلى أنه قد يحسن أن أحاول اعطاء مدخل إلى الميكانيك الكوانتي . وهذا ما ستجدونه في الجزء الثالث .

ان من الواضح تماماً أن الطلاب ، الذين يتخذون الفيزياء دراسة أساسية لهم، يستطيعون أن ينتظروا الى السنة الثالثة لدراسة الميكانيك الكوانتي . ولكن ، من جهة أخرى ، عرض البعض حجة تذهب إلى أن كثيراً من الطلاب ، الذين يدرسون مقررنا ، يدرسون الفيزياء كقاعدة مساعدة لاهتمامهم الاساسي المركز على فروع أخرى . والطريقة المعتادة في دراسة الميكانيك الكوانتي تؤدي الى جعل هذا الموضوع مستحيل المنال تقريباً للغالبية العظمى للطلاب لانهم يحتاجون إلى وقت طويل جداً لدراسته . ومع ذلك ، فإن تطبيقاته الحقيقية ، وخاصة منها تطبيقاته الاكثر تعقيداً، كالتي تصادف في الهندسة الكهربائية وفي الكيمياء، لا تستخدم الصياغة الكاملة لطريقة المعالجة بالمعالات التفاضلية . ولذلك سعيت إلى أن أصف مبادىء الميكانيك الكوانتي بطريقة لاتتطلب من دارسها أن يعرف أولاً المعادلات التفاضلية الجزئية . وحتى في حالة الفيزيائي نفسه ، فاني اعتقد ان من المفيد ان يسعى الانسان الى سلوك هذه الطريق ، أي الى عرض الميكانيك الكوانتي بأسلوب يعاكس الاسلوب المألوف ، وذلك لاسباب عديدة قد تكون واضحة في المحاضرات نفسها . ومع ذلك فاني اعتقد ان التجربة في الجزء المخصص للميكانيك الكوانتي لم تكن تجربة ناجحة نجاحاً كاملاً ، وذلك ينبع ، بشكل رئيسي ، من انه لم يكن لدي فعلاً متسع كاف من الوقت في نهاية المقرر . (فقد كان يلزمني مثلاً ثلاث محاضرات اضافية او اربع لأستطيع معالجة مواضيع عصابات الطاقة والتبعية المكانية للسعات معالجة اكثر شمولاً). وكذلك فاني لم اكن قد عرضت الموضوع بهذا الشكل ، قبل ذلك ، ابداً ، ولذلك كان انعدام رد الفعل من الطلاب ذا اثر سيء جداً . وانا اعتقد الآن ان

الميكانيك الكوانتي ينبغي أن يُدرَّس في مرحلة لاحقة . وقد تتاح لي الفرصة مرة أخرى لأعرضه . وعندئذ سأقوم بعرضه كما يجب .

ان السبب الذي يبرر فقدان محاضرات حول كيفية حل المسائل ، هو أنه كانت توجد جلسات مذاكرة واعادة . وعلى الرغم من اني القيت ثلاث محاضرات في السنة الاولى حول كيفية حل المسائل ، فانها غير مضمنة في هذا الكتاب . وقد كانت هناك ايضاً محاضرة حول التوجيه العطالي ، وهي محاضرة تنتمي بلا شك إلى المحاضرات حول الجمل الدائرة ، ولكنها لم تدرج في الكتاب لسوء الحظ . والمحاضرتان الخامسة والسادسة هما محاضرتان القاهما ماثيو ساندس لأني كنت مسافراً .

ان السؤال طبعاً هو : الى اي حد نجحت هذه التجربة ؟ . وانطباعي الشخصي ، الذي لا يشاركه مع ذلك اكثر الذين عملوا مع الطلاب ، انطباع متشائم .فأنا لااعتقد اني قد احسنت صنعاً لدى الطلاب .وعندما انظر الى طريقة معالجة اكثر الطلاب للمسائل التي اعطوها في الامتحانات ، اعتقد ان المحاولة قد أخفقت . ويشير اصدقائي طبعاً الى ان هناك بضعة عشر طالباً قد فهموا تقريباً كل شيء في المحاضرات ، وهذا امر يدعو الى الدهشة ، وكانوا نشيطين جداً في معالجة المواضيع ، وكانوا يهتمون بالنقاط العديدة اهتماماً يملؤه الحماس والشغف. وقد أصبح هؤلاء الاشخاص يملكون الآن في اعتقادي أساساً ممتازاً في الفيزياء ؛ وهم ، على كل حال ، الذين كنت أسعى الى الاتصال بهم ، ولكن ينبغي ان لا ننسى أن « لا خير كبير في التعليم ، إلا لنفر أوتوا الفطنة فاستغنوا عنه أو كادوا » . (غيبِنْزْ) .

وعلى كل ، فقد كان همي ألا اخلف اي طالب ورائي تماماً ، وقد اكون فعلت ذلك عن غير قصد . واعتقد ان من اساليب مساعدة الطلاب ، مساعدة اجدى ، بذل جهد اكبر في اعداد مجموعة من المسائل تفيد في ايضاح بعض

الافكار في المحاضرات . والمسائل فرصة حسنة لتدعيم محتوى المحاضرات ، وجعل الافكار المعروضة فيها ألصق بالواقع ، وأقرب الى الكمال ، وادعى الى الرسوخ في الذهن .

ولكني اعتقد مع ذلك انه لا يوجد أي حل آخر لهذه المسألة التربوية ، الا الادراك بان افضل تعليم لا يمكن ان يتم الا متى قامت صلة فردية مباشرة بين الطالب وبين الاستاذ القدير ، اي متى تحققت حالة يناقش فيها الطالب الافكار ، ويفكر في الامور ، ويتحدث عن الاشياء . ومن المستحيل ان يتعلم الانسان كثيراً بالاستماع الى محاضرة ، او حتى بحل مسائل مطروحة . ولكن عدد الطلاب الكبير ، في عصرنا الحاضر هذا ، يلزمنا بأن نحاول البحث عن بديل لهذا الحل المثالي . وقد تسهم محاضراتي بعض الاسهام في ذلك . وقد توجد في بقعة صغيرة من الأرض مجموعة من اساتذة وطلاب ، يستوحون شيئاً من هذه المحاضرات ، او يجدون فيها بعض الافكار . وقد يلقون متعة في التفكير في هذه المحاضرات او في السعي الى دفع بعض افكارها الى الامام .

حزيران ١٩٦٣ .

ريتشارد ب . فاينمان

مقدمة لايتون

هـذا الكتاب* مؤلف من مجموعة المحاضرات ، التي تشكل مدخلاً الى الفيزياء ، والتي القاها الاستاذ ر. ب. فاينمان في معهد كاليفورنيا للتكنولوجيا خلال العام الجامعي ١٩٦١ - ١٩٦٢ ؛ وهو يغطي السنة الأولى من مقرر اعدادي يدرسه كل طلاب السنتين الأولى والثانية من كالتك** ؛ وقد تلته في العام الجامعي ١٩٦٢ - ١٩٦٣ سلسلة اخرى من المحاضرات غطت موضوعات السنة الثانية . وتشكل هذه المحاضرات جزءاً أساسياً من اصلاح اساسي لمحتوى المقرر الاعدادي ؛ وقد استغرق هذا الاصلاح أربع سنوات كاملة .

لقد نبتت الحاجة الى هذا الاصلاح الجذري من نمو الفيزياء السريع خلال العقود الأخيرة من عصرنا هذا ، ومن ارتقاء المقدرة الرياضية للطلاب ، المنتسبين الى الجامعة ، ارتقاءً مستمراً يرجع الفضل فيه الى تحسين محتوى مقررات الرياضيات في المدارس الثانوية . وقد كان أملنا هو أن نفيد من هـذه القاعدة الرياضية المتقدمة ، وأن نضمن مقررنا مقداراً كافياً من المواضيع الحديثة . يجعله اكثر شحذاً لهمم الطلاب ، وأعظم استثارة لشغفهم ، واحسن تمثيلاً للفيزياء المعاصرة .

وقد سعينا الى أن نجمع آراء متعددة بشأن المواضيع التي يحسن ادراجها ، وبشأن وسائل عرضها ، فرجونا عدداً كبيراً من اعضاء قسم الفيزياء ان يقدموا

---

* طبع الكتاب العربي في ثلاثة اجزاء . (المترجمون)

** اسم مختصر لمعهد كاليفورنيا للتكنولوجيا California Institute of Technology

لنا افكارهم في صورة مخطط المقرر المقترح . وقد وصلتنا عدة مخططات ، وجرت مناقشتها مناقشة تفصيلية وانتقادية . وما لبث أن تم الاتفاق على أن اصلاحاً جذرياً للمقرر لا يمكن ان يتحقق باعتماد كتاب مقرر آخر ، ولا حتى بتأليف كتاب مقرر جديد قبل الشروع في تدريس المقرر ، بل تبين انه لا بد من ان يتركز المقرر الجديد حول مجموعة من المحاضرات تلقى بمعدل محاضرتين او ثلاث في كل اسبوع ، على ان يعد النص المكتوب المناسب بعد القاء المحاضرة بشكل يواكب تطور المقرر ، وعلى أن تهيأ تجارب مخبرية مناسبة ترتبط بمحتوى المحاضرات . واعتماداً على هذا الرأي ، أعد مخطط تقريبي للمقرر ، ولكن اتفق ، منذ البدء ، على انه مخطط غير كامل ، وأنه ليس الا مشروعاً خاضعاً لإمكان التعديل تعديلاً عميقاً من قبل من سيحمل مسؤولية اعداد المحاضرات فعلاً .

أما بشأن وسائل تحضير المقرر نفسه ، فقد نوقشت عدة خطط ممكنة . وكانت هذه الخطط متشابهة الى حد بعيد ، مستندة الى تعاون يقوم بين بضعة اساتذة يقتسمون الحمل الكلي اقتساماً متناظراً ومتساوياً : فيكون كل منهم مسؤولاً عن نصيبه من المادة العلمية ، فيلقي المحاضرات العائدة لهذا النصيب ، ويكتب النص المرتبط به . إلا ان عدم توافر العدد الكافي من الاساتذة ، وصعوبة الحفاظ على وجهة نظر واحدة ، بسبب اختلاف الشخصيات والمفاهيم لدى الاساتذة المساهمين ، جعلت تنفيذ احدى هذه الخطط امراً متعذراً .

واخيراً اوحي الى الاستاذ ساندس بأمر رائع هو اننا نملك الوسيلة ، لا لخلق مقرر فيزيائي جديد ومختلف عن سواه ، فحسب ، بل ربما لخلق مقرر فريد من نوعه . فاقترح الاستاذ ساندس أن يعد الاستاذ ر. ب. فاينمان المحاضرات ، وأن يلقيها ، وأن تسجل هذه المحاضرات على شريط مغناطيسي .

فتي استنسخت ، وصيغت صياغة النص المكتوب ، اصبحت هي كتاب المقرر الجديد ، وهذه هي الخطة التي اتبعناها .

وقد كنا نتوقع أن تكون الصيغة امراً هيناً ، لا يتعدى الحصول على الاشكال ، والتحقق من صحة التنقيط والقواعد ،وكنا نأمل ان يقوم به طالب من طلاب الدراسات العليا ، او طالبان ، يخصصان له بعض وقتهما . إلا ان الخيبة كانت مصير أملنا هذا. فقد تبين أن الصياغة عمل واسع عليه نقل المحاضرة الملقاة الى نص مقروء ، حتى اذا لم ندخل في حسابنا اعادة تنظيم الموضوع ، ومراجعته ، وهما أمران فرضتهما الظروف احياناً ايضاً . ولم يكن هذا عملاً يمكن أن يقوم به منشيء محترف ، ولا طالب من طلاب الدراسات العليا ، بل كان جهداً يتطلب عناية فيزيائي محترف ،يعمل في صياغة كل محاضرة مدة من الزمن تتراوح بين عشر ساعات وعشرين ساعة !

ان صعوبة عمل الصياغة هذا ، بالاضافة الى ضرورة وضع المواد العلمية بين ايدي الطلاب باسرع ما يمكن ، وضعت حداً قاسياً على مقدار « صقل » المواد الذي يمكن القيام به ، وهكذا كنا مضطرين إلى ان نسعى الى اعداد نص مؤقت وحسن يمكن للطلاب استخدامه مباشرة ، بدلاً من ان نضيع جهودنا في اعداد نص نهائي ومصقول صقلاً كبيراً . وبسبب الحاجة الى انتاج نسخ عديدة لتلبية حاجات طلابنا، وبسبب ما لمسناه من اهتمام عظيم أبداه المدرسون والطلاب في مؤسسات جامعية أخرى متعددة ، قررنا أن ننشر المادة العلمية في شكلها المؤقت بدلاً من ان ننتظر مراجعتها مراجعة جذرية أخرى ، وهي مراجعة قد لا تمكن الايام من القيام بها أبداً . ولا تراودنا الاوهام أبداً بشأن كمال المادة العلمية المعروضة هنا ، ولا بشأن حسن صقلها ، ولا بشأن اكتمال المنطق في تنظيمها ؛ بل اننا في الواقع عازمون على القيام ببعض تعديلات طفيفة في المستقبل القريب ، ونحن نأمل ألا يتحجر محتوى هذا الكتاب ولا شكله .

وبالاضافة إلى المحاضرات ، التي تشكل جزءاً مركزياً هاماً من المقرر ، كان من الضروري أيضاً إعداد تمارين مناسبة لإنمـــاء خبرة الطلاب ومهارتهم ، وتحضير تجارب مناسبة تؤمن لهم أن يتعرفوا في المخـبر مباشرة على المواضيـع المعروضة في المحاضرات . ولم يبلغ هذان المظهران مرحلة التقدم التي بلغتهـا المحاضرات ، ولكننا تقدمنا في إعدادهما تقدماً محسوساً . وقد أعدت بعض التمارين أثناء فترة القاء المحاضرات ، ثم وسعت وعمقت عند استخدامها في العام التالي . إلا أننا ما نزال غير مقتنعين بعد بأن التمارين تتضمن مقداراً من الشمول ومن العمق في معالجة مادة المحاضرات العلمية ، كافية لجعل الطالب يدرك القدرة الهائلة الموضوعة تحت تصرفه ، ولذلك فإن التمارين قد طبعت في كتاب منفصل، وبشكل من الطباعة يوحي بأنها مؤقتة ويدعو إلى مراجعتها مراجعة حثيثة* .

وقد صمم الاستاذ هـ . ف . نيهر عدداً من التجارب الجديدة للمقرر الجديد . ومن بينها تجارب عديده تستخدم الاحتكاك المنخفض جـــداً الذي يتصف به الحامل الغازي : وهو قناة هوائية مستقيمة ، بنيت حديثاً لاجراء قياسات كمية على الحركة ذات البعد الواحد ، وعلى التصادمات ، والحركة التوافقية ؛ أو هو دوامة ماكسويل محمولة على الهواء، ومحركة بالهواء، ويمكن بواسطتها دراسة الحركة الدورانية المتسارعة ، ومبادرة الجيروسكوب وترنحـه . ونتوقع أن يستمر تطوير التجارب المخبرية الجديدة زمناً طويلاً .

أشرف على برنامج الاصلاح هذا الاساتذة ر . ب . لايتون ، و هـ . ف . نيهر و م . ساندس . وقـــد اشترك في البرنامج بشكل رسمي الاساتذة ر . ب . فاينمان ، وج . نويغباور ، و ر . م . ستن ، و هـ . ب . ستيبلر** ،

---

* ألحقنا التمارين بالفصول العائدة لها في الكتاب العربي . (المترجمون)

** في عام ١٩٦١ – ١٩٦٢ عندما كان في اجازة جامعية من معهـــد وليامز في وليامز تاون بولاية ماساشوستس .

أن نعمل ، في غدٍ قريب ، مع أخوان فيزيائيين لنا كرام ، من أقطار عربية أخرى ، لنسهم معاً في نقل العلم الى لغتنا المباركة ، الى أن تعود منبتاً له ومناراً كشأنها في أيام مجيدة خلت .

ونحن نشكر لكل من قدم إلينا يد العون عند إخراج هذا الكتاب ، ونخص السادة المسؤولين في وزارة التعليم العالي ، الذين رعوا عملنا ، ومهدوا سبيلنا .

المترجمون

الفصل السابع والثلاثون

السلوك الكوانتي (Quantum Behavior)

٣٧ — ١ : الميكانيك الذري Atomic mechanics

كنا قد عالجنا في الفصول القليلة السابقة الأفكار الأساسية اللازمـــة لفهم أغلب ظواهر الضوء الهامة ، بل وظواهر الاشعاع الكهرطيسي بوجـه عـام . (ولقد تركنا بضعة مواضيـع خاصة للسنة التالية ، وهي متعلقة بنظرية قرائن المواد الكثيفة ، وبالانعكاس الداخلي الكلي) . ومادرسناه حتى الآن يدعى « النظرية الكلاسيكية » للأمواج الكهربائية ، التي دللت على كفايتها التامـة في وصف طبيعة عدد كبير من الآثار . ولم نضطر حتى الآن الى الاهتمام بكون الطاقة الضوئية تأتي متجمعة على شكل دفقات أو « فوتونات » .

ونريد أن يكون الموضوع التالي لدراستنا هو مسألة سلوك الأجزاء الكبيرة من المادة ، كدراسة خواصها الميكانيكية والحرارية . ولسوف نجـــد ، في مناقشتنا هذه ، أن النظرية « الكلاسيكية » (أو القديمة) تكاد تفشل في الحال ، لأن المادة مكونة في الحقيقة من جسيمات ذات أبعاد ذرية . ومع ذلك سنواصل دراسة الجزء الكلاسيكي فقط ، لان ذلـــك هو الجزء الوحيد الذي نستطيع ان نفهمه باستخدام الميكانيك الكلاسيكي الذي كنا ندرسه . إلا أننا لن نوفق كثيراً . فلسوف نجد في حالة المـادة أننا سنقع فوراً في صعوبات لم

تكن في حالة الضوء . وباستطاعتنا أن نتجنب الآثار الذرية بشكل دائم . إلا أننا لن نفعل ذلك بل سنقوم بجولة سريعة نَصف فيها الافكار الاساسية للخواص الكوانتية للمادة ، أي الافكار الكوانتية للفيزياء الذرية ، مما سيعطيك بعض الإحساس عن الشيء الذي نحن تاركوه .

وعلى هذا فاننا سنمهد الآن لموضوع الميكانيك الكوانتي ، إلا أننا لن نكون قادرين على الخوض في الموضوع فعلاً إلا فيما بعد .

إن « الميكانيك الكوانتي » هو وصف سلوك المادة في كل تفاصيله ، وبصورة خاصة وصف تلك الحوادث التي تحدث بمقياس أبعاد الذرة . إن الامور ، التي تحدث على مقياس صغير جداً ، لا تشبه في سلوكها أي شيء من الاشياء التي نختبرها مباشرة . فهي لا تسلك سلوك الامواج ، ولا تسلك سلوك الجسيمات ، كما أنها لاتسلك سلوك الغيوم ، أو كرات البليارد ، أو الاوزان على النوابض ، أو أي شيء سبق لك أن رأيته .

كان نيوتن يعتقد أن الضوء مكوّن من جسيمات ، إلا أنه اكتشف فيما بعد ، كما كنا قد رأينا هنا ، أنه يسلك سلوك الموجة . ثم تبين فيما بعد (في بداية القرن العشرين) أن الضوء يسلك فعلاً سلوك جسيم في بعض الاحيان . ومن وجهة النظر التاريخية ، كان يظن أن الالكترون ، على سبيل المثال ، يسلك سلوك الجسيم ، ثم تبين بعد ذلك أنه يسلك سلوك الموجة في كثير من الحالات . وفي الحقيقة فانه لايشبه في سلوكه أياً منهما . والآن وقد يئسنا ، نقول : « انه لايشبه أياً منهما » .

ولدينا ، لحسن الحظ ، منفذ واحد هو أن الالكترونات تسلك سلوك الضوء تماماً . فالسلوك الكوانتي للأجسام الذرية (كالالكترونات ، والبروتونات والفوتونات وهلم جرا) هو سلوك واحد لها جميعاً ، فهي كلها « أمواج جسيمية » ، أو فلتسمّها ما شئت . وهكذا فان ما تعلمناه عن خواص

الالكترونات (وهي الخواص التي سوف نستعملها في أمثلتنا) سينطبق أيضاً على كل « الجسيمات » ، بما في ذلك فوتونات الضوء .

ان تجمع المعلومات التدريجي عن السلوك الذري ، وذي المقياس الصغير ، خلال الربع الاول من هذا القرن ، قد أعطى بعض الدلائل على كيفية سلوك الأشياء الصغيرة ، فولّد اختلاطاً متزايداً في الافكار أزالته أخيراً دراسات شرودنغير وهايزنبرغ و بورن في عامي ١٩٢٦ و١٩٢٧ . فقد حصل هؤلاء على وصف متناسق لسلوك المادة على مقياس صغير . وسنتناول المظاهر الاساسية لهذا الوصف في فصلنا هذا .

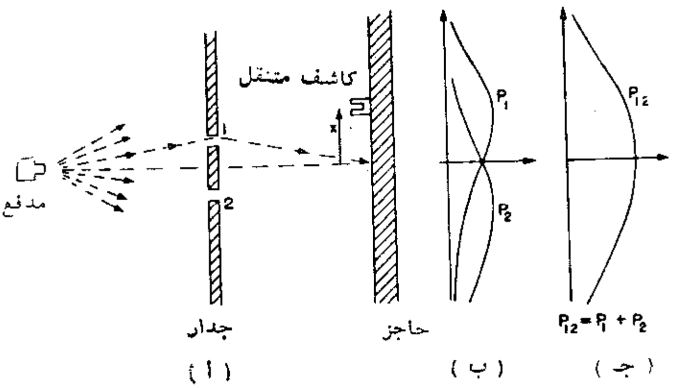
لما كان السلوك الذري بطبعه لايشبه ما نلقاه في حياتنا العادية ، فانه من العسير جداً أن نألفه . وهو يبدو غريباً وغامضاً لكل شخص ، يستوي في ذلك الغرّ والفيزيائي المحنك . فالخبراء أنفسهم لايفهمونه كما يشتهون ، ومن الطبيعي جداً أن لاينبغي لهم ذلك ، لأن كل التجربة الانسانية المباشرة ، وكل الحدس الإنساني ، يصح في حالة الأجسام الكبيرة . فنحن نعلم كيف تعمل الاجسام الكبيرة ، إلا أن الأشياء على مقياس صغير لاتعمل أبداً بتلك الطريقة . ولذلك ينبغي لنا أن ندرسها بطريقة تجريدية أو تخيلية ، وليس عن طريق الاتصال مع تجربتنا المباشرة .

وسنباشر ، في هذا الفصل ، دراسة العنصر الاساسي للسلوك الغامض في أكثر أشكاله غرابة . فنختار للاختبار ظاهرة يستحيل تفسيرها بأية طريقة كلاسيكية ، استحالة مطلقة ، وفي هذه الظاهرة يكمن قلب الميكانيك الكوانتي ، بل إنها تحوي في باطنها سره الوحيد . ولا نستطيع أن نفسر هذا السر اذا قصدنا من التفسير أن نكشف اسبابه . وإنما سنصف لك عمله ، فمتى فعلنا ذلك نكون قد أخبرناك بالغرائب الاساسية للميكانيك الكوانتي كله .

Anexperment with bullts

٣٧ ـــ ٢ : تجربة الرصاصات

سنسعى الآن إلى فهم السلوك الكوانتي للالكترونات وذلك بمقارنة سلوكها ، ومقابلة هذا السلوك ، بسلوكين آخرين مألوفين لدينا ، اولهما هو سلوك الجسيمات (كالرصاصات) ، وثانيهما هو سلوك الامواج (كالامواج المائية) ؛ ونتوصل الى ذلك باستخدام تركيب تجريبي خاص . لنتأمل اولاً سلوك الرصاصات مستخدمين التركيب التجريبي المبين رمزياً في الشكل (٣٧ — ١) . لدينا بندقية تطلق سيلاً من الرصاص . وهي ليست بندقية جيدة،



الشكل (٣٧ – ١) : تجربة تداخل باستخدام الرصاصات

بل أنها تطلق الرصاص (عشوائياً) ضمن مجال زاوي كبير نسبياً ، كما هو مبين في الشكل . يوجد أمام البندقية جدار (مصنوع من صفيحة مدرعة) يحوي ثقبين يتسعان فقط لمرور الرصاصة . كما يوجد وراء الجدار حاجز يوقف الرصاصات ، و « يمتصها » عندما تصدمه (كأن يكون هذا الحاجز جداراً ثخيناً من الخشب) . ويوجد أمام الجدار جسم ندعوه « كاشف » الرصاصات ، كأن يكون صندوقاً مليئاً بالرمل . فأية رصاصة تدخل الكاشف سوف تتوقف

وتتجمع . ونستطيع ، اذا رغبنا ، أن نفرغ الصندوق ، وأن نحصي عـــدد الرصاصات التي تجمعت فيه . ويمكن للكاشف أن يتحرك ذهاباً واياباً (في منحى نسميه منحى الـ x) . وبمساعدة هذا الجهاز ، يمكننا أن نجيب تجريبيـاً عن السؤال التالي : « ما هو احتمال وصول رصاصة الى الحاجز عند مسافة x من مركزه ، بعد مرورها من أحد الثقبين في الجدار ? » علينا أولاً أن ندرك ان كل مانستطيع أن نتنبأ به هو احتمال وقوع حادث ما فقط ، لاننا لانعرف بالضبط أين ستذهب أية رصاصة معينة ، اذ أنه اذا اصابت رصاصة مـا أحـد الثقبين ، فانها يمكن ان ترتد على حروفه ، فتمضي نحو الحاجز منتهية الى اي مكان منه . والذي نعنيه بكلمة « احتمال » ، هو فرصة وصول الرصاصـة الى الكاشف ، وهذا امر يمكننا قياسه باحصاء العدد الذي يصل الى الكاشف في فترةزمنيةمحددة،ثم بأخذ نسبةهذا العددالىالعددالكلي الذي يصيب الحاجز خلال تلك الفترة . واذا فرضنا ان البندقية تطلق باستمرار ، وبالمعدل نفسه ، خلال القياسات ، فان الاحتمال الذي نسعى اليه يتناسب والعـــدد الذي يصل الى الكاشف في فترة زمنية عيارية .

نريد من اجل غايتنا الراهنة ان نتصور تجربة مثالية تكون الرصاصات فيها غير حقيقية ، بل رصاصات لايصيبها العطب،اي رصاصات لايمكنها انتتكسر . نجد في تجربتنا ان الرصاصات تصل دائماً بدُفقات ، وعندما نجد شيئاً ما في الكاشف، فانه يكون دائماً رصاصة كاملة . ولو جعلنا المعدل ، الذي تطلق فيه البندقية الرصاصات ، منخفضاً جداً ، فاننا نجد انه ، في لحظة معينة ، إما ان لايصل شيء الى الحاجز ، او ان تصل اليه رصاصة واحدة فقط . وكذلك فان حجم الدُفقة لايتعلق بالتأكيد بمعدل اطلاق البندقية . ونقول للتعبير عن ذلك : « تصل الرصاصات دائمـاً بدُفقات متماثلة » . ان مانقيسه بكاشفنا هـذا هو احتمال وصول دفقة ما . ونحن نقيس الاحتمال كتابع لـ x . ومتى حصلنا على نتيجة مثل هذه القياسات بواسطة هذا الجهاز (ونحن لم نقم حتى الآن باجراء

التجربة ، ولذا فاننا في الحقيقة نتصور النتيجة) ، فاننا نمثلها في الشكل المرسوم في الجزء (حـ) من الشكل (٣٧ - ١) . وقد قسنا الاحتمال ، في المخطط ، على المحور الافقي ، وقسنا x شاقولياً ، وهكذا فان مقياس x يلائم مخطط الجهاز . ونرمز بـ P_{12} الى احتمال نفاذ الرصاصات ، إما من الثقب 1 أو من الثقب 2 . ولن يدهشك ان يكون P_{12} كبيراً بالقرب من منتصف الشكل ، وان يتناقص عندما تكبر x كثيراً . ولعلك تستغرب ، على كل حال ، لماذا تأخذ P_{12} قيمتها العظمى عند $x = 0$. ويمكننا ان نفهم هذه الحقيقة اذا أعدنا تجربتنا بعد تغطية الثقب 2 ، ثم اعدناها ثانية والثقب 1 مغطى . عندما يغطى الثقب 2 ، فان الرصاصات تمر فقط من خلال الثقب 1 ، ونحصل على المنحني المشار اليه بـ P_1 في الجزء (ب) من الشكل . وترى على هذا المنحني ما كنت تتوقعه من أن القيمة العظمى لـ P_1 تحصل عند قيمة لـ x تقع على استقامة واحدة مع البندقية والثقب 1 . وإذا اغلق الثقب 1 ، فاننا نحصل على المنحني P_2 نظير P_1 ، وقد رسمناه في الشكل . وتمثل P_2 احتمال توزع الرصاصات التي تمر من خلال الثقب 2 . وبمقارنة الجزئين (ب) و (حـ) من الشكل (٣٧ - ١) ، نجد النتيجة الهامة التالية :

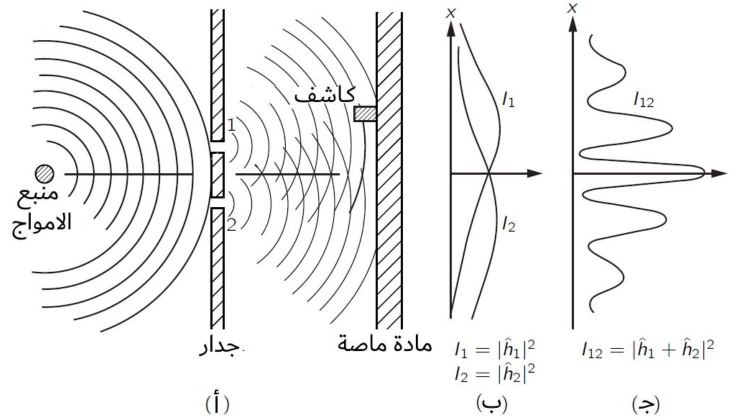
$$P_{12} = P_1 + P_2 \qquad (37\text{—}1)$$

أي أن أحد الإحتمالين يُجمع مع الآخر : فالاثر الناتج ، وكلا الثقبين مفتوحان ، يساوي مجموع الاثرين الناتجين عند فتح كل ثقب على حدة . ونعبر عن هذه النتيجة بأن نقول أن مشاهدتنا دلت على « عدم وجود تداخل » . وسيتضح لك فيما بعد سبب استخدامنا لهذه العبارة . وهذا هو كل ما يمكن أن نقوله عن الرصاصات : فهي تصل على شكل دُفقات ، ولا يُبدي احتمال وصولها أي تداخل .

An ecperement with waves

٣٧ ـــ ٣ : تجربة الامواج

نريد الآن أن ندرس تجربة تستخدم الأمواج المائية . ويبين الشكل (٣٧-٢)صورة رمزية للجهاز المستخدم.لدينا حوض ضحل من الماء ، وجسم صغير



الشكل (٣٧ – ٢) : تجربة تداخل باستخدام الامواج المائية

نسميه « منبع الامواج » ، يهزه إلى الاعلى وإلى الأسفل محرِّك ، فيولد أمواجاً دائرية . ولدينا الى يمين المنبـع جدار فيه ثقبان ؛ ويقع خلفه جدار آخر ، هو الجدار الذي نفترضه « ماصاً » . ونفعل ذلك تبسيطاً للدراسة ، أي نفترض أنه لا يحدث انعكاس للأمواج التي تصل اليه . ويمكن تأمين ذلك بإقامـــة « شاطىء » رملي متدرج . ثم نضع امام الشاطىء كاشفاً ، يمكن تحريكه للأمام والخلف في الاتجاه x ، كما كانت الحال سابقاً . والكاشف الآن اداة تقيس « شدة » الحركة الموجية . ويمكن ان نتصور ان هذه الاداة آلة تقيس ارتفاع الحركة الموجية ، ولكن تدريجاتها تعاير بحيث تتناسب ومربـع الارتفاع الحقيقي ، اي بحيث تتناسب القراءة وشدة الموجة . ويقرأ كاشفنا عندئذ مقادير تتناسب والطاقة التي تحملها الموجة ، او هو يقرأ ، على الاصح ، معدل انتقـال

الطاقة إلى الكاشف .

ان الشيء الاول الذي نلاحظه ، بجهازنا الموجي ، هو ان الشدة يمكن لها ان تأخذ أية قيمة . فاذا كان المنبع يتحرك بمقدار صغير جداً فقط ، كان هناك مقدار ضئيل من الحركة الموجية عند الكاشف . وعندما تزيد الحركة عند المنبع ، تصبح الشدة عند الكاشف أكبر . ويمكن لشدة الموجة أن تأخذ أية قيمة على الاطلاق . فلا يصح اذن أن نقول أن الشدة الموجية تتصف بصفات الدُفقة .

دعنا نقيس الآن الشدة الموجية من أجل قيم مختلفة لـ x (محتفظين بالمنبع الموجي وهو يعمل دائماً بالطريقة نفسها) ، فنحصل على المنحني الهام I_{12} المرسوم في الجزء (حـ) من الشكل .

كنا قد استخرجنا سابقاً كيف يمكن لمثل هذه الانماط أن تتولد ، وذلك عند دراستنا لتداخل الامواج الكهربائية . ونلاحظ ، في هذه الحالة ، أن الموجة الاصلية تنعرج عند الثقبين ، وأن موجات دائرية جديدة تنتشر من كل ثقب . فلو غطينا أحد الثقبين في لحظة ما ، ثم قسنا توزع الشدة عند الحاجز الماص ، لوجدنا منحنيات الشدة البسيطة المبينة في الجزء (ب) من الشكل . وتمثل I_1 شدة الموجة القادمة من الثقب 1 (ونجدها بالقياس والثقب 2 مغطى) ، كما تمثل I_2 شدة الموجة القادمة من الثقب 2 (التي نراها والثقب 1 مغطى) .

ان الشدة I_{12} ، المشاهدة وكلا الثقبين مفتوحان ، لا تساوي بالتأكيد مجموع I_1 و I_2 . فنقول أنه يحدث « تداخل » بين الموجتين . ففي بعض المواضع ، (حيث يكون للمنحني I_{12} نهاية عظمى) ، تكون الموجتان « متفقتين في الطور » وعندها تضاف قيمتاهما العظميان الى بعضها ، فتنتج من ذلك سعة كبيرة ، وبالتالي شدة كبيرة . ونقول أن الموجتين قد تداخلتا ،

في هذه المواضع ، « تداخلاً بنّاءاً » . وسيحدث مثل هذا التداخل البنّاء في كل موضع تكون فيه المسافة بين الكاشف وأحد الثقبين أكبر من المسافة بين الكاشف والثقب الآخر ، أو أصغر منها ، بعدد صحيح من أطوال الموجة .

أما في المواضع التي تصل فيها الموجتان الى الكاشف وبينهما فرق في الطور قدره π ، (أي حيث تكون الموجتان « متعاكستين في الطور ») ، فان الحركة الموجية الناتجة عند الكاشف تكون الفرق بين السعتين : أي تتداخل الموجتان « تداخلاً هدّاماً » ، وعندها نحصل على قيمة منخفضة للشدة الموجية . ونتوقع حدوث مثل هذه القيم المنخفضة في كل موضع تزيد فيه المسافة بين الثقب 1 والكاشف عن المسافة بين الثقب 2 والكاشف ، أو تقل عنها ، بعدد فردي من انصاف أطوال الموجة . وتقابل القيم المنخفضة لـ I_{12} ، في الشكل (٣٧ – ٢) ، المواضع التي تتداخل فيها الموجتان تداخلاً هدّاماً .

ولعلك تتذكر أن العلاقة الكمية بين I_1 و I_2 و I_{12} يمكن التعبير عنها بالطريقة التالية : ان الارتفاع الآني للموجة المائية عند الكاشف ،من اجل الموجة الخارجة من الثقب 1 ، يمكن أن يعبر عنه بـ (الجزء الحقيقي من) $\hat{h}_1 e^{i\omega t}$ ، حيث «السعة» $\hat{h}_1$ هي ، في الحالة العامة ،عدد عقدي. وتتناسب الشدة معارتفاع متوسط المربعات ، أو مع $|\hat{h}_1|^2$ ، وذلك اذا استخدمنا الاعداد العقدية . وكذلك يكون الارتفاع في حالة الثقب 2 مساوياً $\hat{h}_2 e^{i\omega t}$. وتتناسب الشدة مع المقدار $|\hat{h}_2|^2$. وعندما يكون الثقبان مفتوحين معاً ، فان الارتفاعين الموجيين يجمعان ليعطيا الارتفاع $(\hat{h}_1 + \hat{h}_2) e^{i\omega t}$ وتكون الشدة هي $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$. وبحذف ثابتة التناسب من اجل غايتنا الحاضرة ، تصبح العلاقات الصحيحة للامواج المتداخلة :

$$I_1 = |\hat{h}_1|^2 \quad , \quad I_2 = |\hat{h}_2|^2 \; , \; I_{12} = |\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 \qquad (37-2)$$

ولا شك أنك تلاحظ أن النتيجة تختلف تماماً عن تلك التي حصلنا عليها في حالة الرصاصات أي المعادلة (1 — 37). واذا نشرنا $|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2$ فإننا نرى ان :

$$|\hat{h}_1 + \hat{h}_2|^2 = |\hat{h}_1|^2 + |\hat{h}_2|^2 + 2|\hat{h}_1||\hat{h}_2|\cos\delta \qquad (37-3)$$

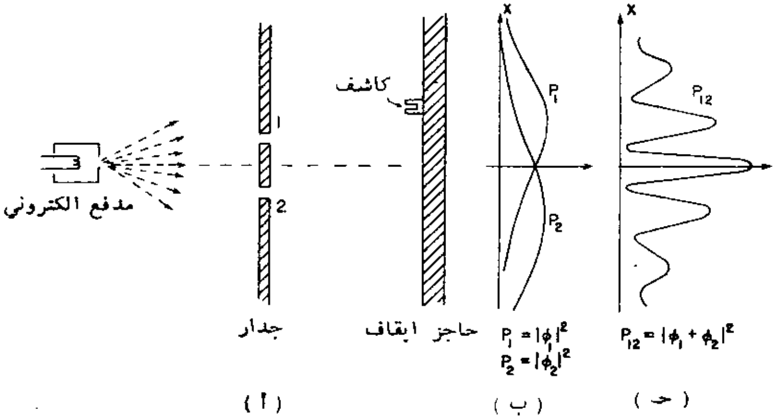
حيث δ هو فرق الطور بين $\hat{h}_1$ و $\hat{h}_2$. وبدلالة الشدات يمكننا ان نكتب :

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \qquad (37-4)$$

والحد الاخير في المعـــادلة (4 — 37) هو « حد التداخل » . وهـذا كل ما يمكن أن يقال عن الامواج المائية . فالشدة يمكن أن تأخذ أية قيمة ، وهي تبدي تداخلاً .

٣٧ ـ ٤ : تجربة الالكترونات An experement with electrons

لنتصور الآن تجربة مشابهة ، نستخدم فيها الالكترونات . ويبين الشكل (٣٧ — ٣) بصورة رمزية هذه التجربة . لنصنع مدفعاً الكترونياً مؤلفاً من



الشكل (٣٧ — ٣) : تجربة تداخل باستخدام الالكترونات

سلك من التنغستين ، يسخنه تيار كهربائي ، ويحيط به صندوق معدني فيه ثقب . فاذا جعلنا توتر السلك سالباً بالنسبة للصندوق ، فان الالكترونات التي يصدرها السلك تتسارع نحو الجدران ، ويمر بعضها من خلال الثقب . وتحمل كل الالكترونات الخارجة من المدفع الطاقة نفسها (تقريباً) . ويقع امام المدفع ، مرة اخرى ، جدار (هو صفيحة معدنية رقيقة) فيه ثقبان . ويقع وراء الجدار لوح آخر يلعب دور « الحاجز » . ونضع امام هذا الحاجز كاشفاً متحركاً ، قد يكون عداد غايغر ، أو مضاعفاً للالكترونات موصولاً الى مكبر صوت ؛ ولعل الحل الثاني أفضل .

ينبغي علينا ان ننبهك منذ الآن ان لا تركّب هذه التجربة (كما يمكن ان تكون فعلت مع التجربتين اللتين سبق أن وصفناهما) . ذلك أن هذه التجربة لم يسبق ان اجريت بمثل هذه الطريقة قطّ . والمشكلة هي ان الجهاز المستخدم ، كي يبين الآثار التي تهمنا ، ينبغي ان يُصنع بدرجة من الصغر يستحيل تحقيقها عملياً . فنحن انما نقوم الآن « بتجربة فكرية » ، قد اخترناها لأنه يسهل ان نفكر فيها . ونحن نعلم النتائج التي سوف نحصل عليها ، لأنه توجد تجارب عديدة كانت قد اجريت ، وقد اختير فيها المقياس والتناسب لتُظهر الآثار التي سنصفها .

إن الشيء الأول الذي نلاحظه في تجربتنا الالكترونيـــة هو أننا نسمع « طقطقات » من الكاشف (أي من مكبر الصوت). وكل الطقطقات متماثلة. فليس هناك منْ « أنصاف طقطقات ».

ولسوف نلاحظ أيضاً أن « الطقطقات » تحدث بصورة غير منتظمة إطلاقاً. ففي بعض الأحيان تكون هكذا : طق .... طق ـ طق ... طق .... طق .... طق ـ طق ..... طق .. ، وهكذا دواليك ، تماماً كما تسمع عداد غايغر وهو يعمل . وإذا احصينا الطقطقات التي تصل في فترة

زمنية ذات طول كاف ، ولنقل عدة دقائق ، ثم أحصينا بعدها مرة ثانية العدد من أجل فترة زمنية مساوية للأولى ، فاننا نجد أن العددين يكادان يكونان متساويين . وهكذا يمكننا أن نتكلم عن المعدل الوسطي الذي تُسمع به الطقطقات (كذا وكذا طقطقة في الدقيقة وسطياً) .

عندما نحرك الكاشف ، فان معدل ظهور الطقطقات إما أن يتسارع أو أن يتباطأ ، إلا أن حجم كل طقطقة (أو عُلوّها) يبقى دائماً نفسه. وإذا خفضنا درجة حرارة السلك في المدفع فان معدل الطقطقات يتباطأ ، إلا أن صوت الطقطقة لايتغير . ولسوف نلاحظ أيضاً أنه لو وضعنا كاشفين منفصلين عند الحاجز ، فان واحداً منهما فقط يطقطق ، ولا يطقطق الكاشفان معاً أبداً . (ونستثني من ذلك فقط ما يحدث من وقت لآخر عندما تكون طقطقتان قريبتين جداً من بعضهما في الوقوع ، فان أذننا قد لاتشعر بالفاصل الزمني بينهما) . ولذا فاننا نستنتج أن الشيء الذي يصل الى الحاجز يصل اليه على شكل «دُفقات» . ولكل «الدفقات» حجم واحد : فلا تصل إلى الحاجز إلا دفقات كاملة ، ولا تصله إلا فرادى . ونقول للتعبير عن ذلك : تصل الالكترونات دائماً على شكل « دفقات متماثلة » .

وكما فعلنا من أجل تجربتنا مع الرصاصات ، نستطيع الآن ان نتقدم لنجد بصورة تجريبية الجواب عن السؤال التالي : ماهو الاحتمال النسبي لوصول « دفقة » الكترونية إلى الحاجز ، من أجل مسافات مختلفة x من المركز ؟ » وكما سبق ، فاننا نحصل على الاحتمال النسبي بمشاهدة معدل الطقطقات ، مع الابقاء على تشغيل ثابت للمدفع . ويتناسب احتمال وصول الدفقات، الى الموضع الخاص x ، مع متوسط معدل الطقطقات عند x .

إن نتيجة تجربتنا هو المنحني الهام المشار اليه بـ P_{12} في القسم (حـ) من الشكل (٣٧ ـ ٣) . نعم ! كذلك تفعل الالكترونات .

٣٧ ــ ٥ : تداخل الامواج الالكترونية

والآن دعنا نحاول أن نحلل منحني الشكل(٣٧ - ٣) ، لنرى فيما إذا كنا نستطيع أن نفهم سلوك الالكترونات . إن الشيء الأول الذي نستطيع أن نقوله هو أنه لما كانت الالكترونات على شكل دفقات ، فان كل دفقة ، ولا بأس من أن نسميها الكترونا ، قد مرت إما من الثقب 1 أو من الثقب 2 . ولنكتب هذا على هيئة « فكرة مطروحة » :

الفكرة المطروحة A : ان كل الكترون إما أن يمر من الثقب 1 أو أن يمر من الثقب 2 .

اذا قبلنا الفكرة المطروحة A ، أمكن تصنيف كل الالكترونات التي تصل الى الحاجز في صنفين : (1) تلك التي تمر من الثقب 1 و (2) تلك التي تمر من الثقب 2 . وهكذا فان المنحني المشاهد ينبغي أن يكون مجموع آثار الالكترونات التي مرت من الثقب 1 والالكترونات التي مرت من الثقب 2 . ولنختبر هذه الفكرة بالتجربة . نجري قياساً أولاً للالكترونات التي تمر من الثقب 1 ، فنغلق الثقب 2 ، ونعد طقطقات الكاشف فنحصل على P_1 من معدل الطقطقة . ونتيجة القياس مبينة في المنحني P_1 ، المرسوم في الجزء (ب) من الشكل(٣٧ - ٣). وتبدو النتيجة معقولة تماماً . ثم نقيس بطريقة مشابهة P_2 ، أي توزع الاحتمال للالكترونات التي تمر من الثقب 2 . ونتيجة هذا القياس مرسومة أيضاً في الشكل .

ان النتيجة P_{12} التي حصلنا عليها وكلا الثقبين مفتوحان هي وضوحاً ليست مجموع P_1 و P_2 ، وهما الاحتمالان المتعلقان بكل ثقب على حدة . وبالمقارنة مع تجربتنا في الامواج المائية ، نقول : « يوجد هناك تداخل » . فلدينا اذن :

من اجل الالكترونات $P_{12} \neq P_1 + P_2$ (37-5)

كيف يمكن لمثل هذا التداخل أن يحدث ؟ لعل علينا أن نقول : « من المحتمل أن ذلك يعني أنه ليس صحيحاً أن الدفقات تمر إما من الثقب 1 أو من الثقب 2 ، لأنها لو فعلت ذلك ، لوجب جمع الاحتمالين . فلعل الدفقات تسير في طريق أكثر تعقيداً . لعل الواحدة منها تنشطر إلى نصفين ثم .... » ولكن مهلك ! فهي لاتستطيع ذلك ، إذ إنها تصل دائماً في دفقات ...... وقد تقول : « لعل بعضها يمر من الثقب 1 ثم يقفل راجعاً من الثقب 2 ، ثم يدور بعدها بضع مرات أخرى ، أو يسلك مساراً معقداً آخر . فلنتأمل مثلاً في حالة الكترون كان قد بدأ مساره ماراً من الثقب 1 . ألا نكون باغلاقنا الثقب 2 قد غيرنا الفرصة المتاحة لهذا الالكترون لكي يصل إلى الحاجز في نهاية مطافه المعقد المذكور سابقاً ؟ .. » ولكن انتبه ! انه توجد بعض النقاط التي يصل اليها عدد قليل جداً من الالكترونات عندما يكون كلا الثقبين مفتوحين ، والتي تتلقى ، على العكس ، الكترونات عديدة فيما لو أغلقنا أحد الثقبين ، أي أننا باغلاقنا أحد الثقبين زدنا في عدد الالكترونات المارة من الآخر . ثم لاحظ ، على العكس ، أنه في مركز النمط يكون P_{12} أكبر من ضعف $P_1 + P_2$. أي فكأننا ، باغلاقنا أحد الثقبين ، قد أنقصنا عدد الالكترونات المارة من الثقب الآخر . إنه ليبدو من الصعب تفسير كلا الأثرين باقتراح أن الالكترونات تسير في مسارات معقدة .

إن ذلك كله غامض تماماً . وكلما أمعنت النظر فيه زاد غموضاً . وقد أُلِّفت أفكار عديدة تحاول تفسير المنحني P_{12} بدلالة الكترونات فردية تتحول في طرق معقدة من خلال الثقبين . ولم يكتب لأي منها النجاح . كما أنه لم تستطع واحدة منها أن تصل إلى المنحني الصحيح P_{12} بدلالة P_1 و P_2 .

إلا أنه من المدهش أن العلاقات الرياضيـــة التي تربط P_1 و P_2 بـ P_{12} بسيطة للغاية . ذلك أن P_{12} شبيه تماماً بالمنحني I_{12} في الشكل (٣٧ – ٢)، وذلك المنحني كان بسيطاً .

إن مايجري عند الحاجز يمكن أن يوصف بعددين عقديين ندعوها $\hat{\Phi}_1$ و $\hat{\Phi}_2$ (وهما تابعان لـ x طبعاً) . ومربع القيمة المطلقة لـ $\hat{\Phi}_1$ يعطي الأثر الناتج عن فتح الثقب 1 فقط . وهذا يعني أن $P_1 = |\hat{\Phi}_1|^2$. أما الأثر الناتج عن فتح الثقب 2 فقط ، فهو معطى بـ $\hat{\Phi}_2$ بالطريقة نفسها . أي أن $P_2 = |\hat{\Phi}_2|^2$. وأما أثر الثقبين مجتمعين فليس إلا : $P_{12} = |\hat{\Phi}_1 + \Phi_2|^2$. إن الرياضيات هنا مماثلة لتلك التي وجدناها في حالة الأمواج المائية ! (من العسير أن ترى كيف يمكن للمرء أن يستنتج مثل هـذه النتيجة البسيطة من فرضية تزعم أن الالكترونات تغدو جيئة وذهاباً عبر اللوح على مسار غريب ما) .

ومما سبق نستنتج مايلي : تصل الالكترونات في دفقات ، مثل الجسيمات ؛ واحتمال وصول هذه الدفقات موزع مثل توزع شدة الموجة . ونقول بهـــذا المفهوم ان الكترونا يسلك « سلوك جسيم في بعض الاحيان وسلوك موجة في بعض الأحيان الاخرى » .

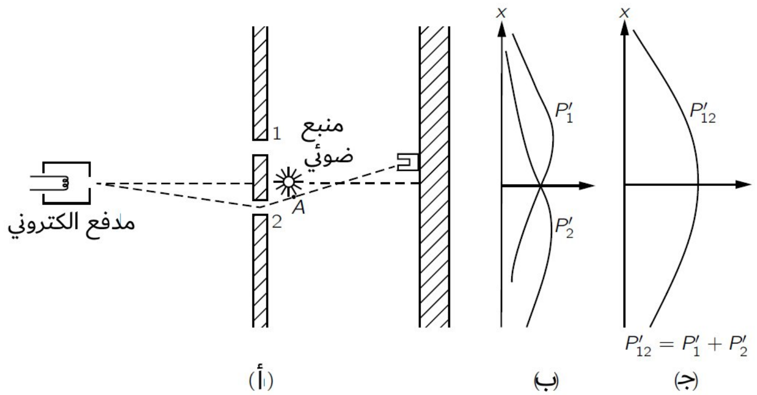
ولنذكر عرَضاً أنه عندما كنا ندرس الامواج الكلاسيكية ، عرّفنا الشدة بأنها المتوسط الزمني لمربع اتساع الموجة ، واستعملنا الاعداد العقدية حيلة رياضية لتبسيط التحليل . أما في الميكانيك الكوانتي فيبدو أن الاتساعات يجب أن تمثل باعداد عقدية ، أي أن الاجزاء الحقيقية وحدها غير كافية . وهذه ليست ، في الوقت الراهن ، ملاحظة ذات قيمة مبدئية كبيرة ، لان العلاقات في الحالتين متشابهة تماماً .

لما كان احتمال الوصول من خلال كلا الثقبين يعطى بهذه السهولة ، وان

كان لايساوي ($P_1 + P_2$) ، فان ذلك حقاً هو كل ما يمكن قوله . إلا أن هناك عدداً كبيراً من الافكار الدقيقة المرتبطة بالحقيقة القائلة ان الطبيعة تعمل بهذا الاسلوب . ونحن نرغب الآن أن نضرب لكم أمثلة توضح بعض هذه الافكار الدقيقة . وأول مانقوله هو أنه لما كان العدد الذي يصل الى نقطة معينة لايساوي العدد الذي يمر من الثقب 1 ، مضافاً اليه العدد الذي يمر من الثقب 2 ، كما كان يمكن لنا أن نستنتج من الفكرة المطروحة A ، فمما لاشك فيه أنه ينبغي لنا أن نستنتج أن هذه الفكرة المطروحة باطلة : أي أنه ليس صحيحاً ان الالكترونات تمر اما من الثقب 1 أو من الثقب 2 . الا أن ذلك الاستنتاج يمكن أن يختبر بتجربة أخرى .

٣٧ ــ ٦ : مراقبة الالكترونات watching the electrons

سنجري الآن التجربة التالية . نضيف الى جهازنا الالكتروني منبعاً ضوئياً شديداً جداً ، نضعه خلف الجدار بين الثقبين ، كما هو مبين في الشكل (٣٧ ــ ٤)



الشكل (٣٧ ــ ٤) : تجربة الكترونية مختلفة

ونحن نعلم أن الشحنات الكهربائية تبعثر الضوء . وهكذا فعندما يمر الكترون ، وهو في طريقه الى الكاشف ، ومهما تكن طريقة مروره ، فإنه سوف يبعثر بعض الضوء ويرسله إلى عيننا ، فنستطيع إذن أن نرى أين يذهب الالكترون. فلو سلك الكترون ، مثلاً ، المسار المار من الثقب 2 والمبين في الشكل (٣٧-٤) ، لوجب أن نرى ومضة من الضوء آتية من جوار الموضع المشار إليه بـ A في الشكل . ولو مر الكترون من الثقب 1 ، لتوقعنا أن نرى ومضة من جوار الثقب العلوي . أما لو حدث وحصلنا على الضوء من كلا الموضعين في آن واحد ، بسبب انقسام الالكترون إلى نصفين ... ولكن دعنا نجري التجربة !

واليك مانراه : كلما سمعنا « طقطقة » من كاشفنا الالكتروني (عند الحاجز) ، رأينا أيضاً ومضة ضوء ، إما بالقرب من الثقب 1 أو بالقرب من الثقب 2 ، وليس أبداً من كليهما معاً ! كما أننا نشاهد النتيجة نفسها مهما كان الموضع الذي نضع فيه الكاشف . من هذه المشاهدة نستنتج أنه عندما ننظر إلى الالكترونات فإننا نجد أنها تمر إما من أحد الثقبين أو من الثقب الآخر . فالتجربة تدلنا إذن على أن الفكرة المطروحة A صحيحة حتماً .

إذن ، فما هو الخطأ في حجتنا ضد الفكرة المطروحة A ؟ لماذا لايكون P_{12} مساوياً تماماً $P_1 + P_2$ ؟ لنعد إلى التجربة ! دعنا نسجل موضع مرور الالكترونات لنرى ما تفعله . فمن أجل كل وضع للكاشف (أي كل موضع x) ، نعدّ الالكترونات التي تصل ونسجل أيضاً من أي ثقب مرّت ، بمراقبة الومضات . ويمكننا أن نسجل الحوادث بالطريقة التالية : كلما سمعنا « طقطقة » ، نسجل عدّة في العمود (1) ، إذا رأينا ومضة بالقرب من الثقب 1 ؛ أما إذا رأينا ومضة بالقرب من الثقب 2 ، فإننا نسجل عدّة في العمود (2) ؛ فيسجّل كل الكترون واصل في صنف من صنفين : صنف الالكترونات التي تمر من الثقب 1 ، وصنف الالكترونات التي

تمر من الثقب 2 . ونحصل ، من العدد المسجل في العمود 1 ، على الاحتمال P_1' ، وهو احتمال وصول الالكترون إلى الكاشف ماراً بالثقب 1 ؛ كما نحصل من العدد المسجل في العمود 2 على P_2' ، وهو احتمال وصول الالكترون إلى الكاشف ماراً بالثقب 2 . فإذا أجرينا الآن مثل هذا القياس ، من أجل قيم عديدة لـ x ، حصلنا على المنحنيين اللذين يعطيان P_1' و P_2' ، وهما المنحنيان المبينان في الجزء (ب) من الشكل (٣٧ - ٤) .

وليس في نتيجتنا هذه ما يدعو إلى الدهشة ! فاننا نحصل من أجل P_1' على شيء شبيه تماماً بما كنا حصلنا عليه من قبل من أجل P_1 ، عندما أغلقنا الثقب 2 ؛ كما أن P_2' شبيه بما كنا حصلنا عليه عندما أغلقنا الثقب 1 . فالأمر الذي نشاهده الآن ليس إذن أمراً معقداً يقضي علينا بأن نفترض أن الالكترون يمر من الثقبين معاً . بل إننا عندما نراقب الالكترونات ، فإنها تجتاز طريقها بالشكل الذي نتوقعه لها . وسيان أكان الثقب مفتوحاً أم مغلقاً ، فان توزع الالكترونات ، التي نراها تجتاز الثقب 1 ، لايتغير سواء أكان الثقب 2 مفتوحاً أم مغلقاً .

ولكن مهلاً ! إذ ماهو الاحتمال الكلي الذي حصلنا عليه الآن ، أي ماهو احتمال وصول الالكترون إلى الكاشف سالكاً أي طريق ؟ ان هذا أمر نعرفه . فلنزعم الآن أننا لم نظر أبداً إلى ومضات الضوء ، ولنجمع معاً طقطقات الكاشف التي كنا فرقناها إلى عمودين . ويكفينا لذلك أن نجمع الأعداد . فنجد أن P'_{12} ، وهو احتمال وصول الالكترون الى الحاجز ماراً بأحد الثقبين ، يساوي $P_1 + P_2$. أي أننا على الرغم من أننا نجحنا في مراقبة الثقب الذي مرت منه الكتروناتنا ، فإننا لم نعد نحصل على منحني التداخل القديم P_{12} ، بل أننا نحصل على منحن جديد ، P'_{12} ، لايبدي تداخلا ! فإذا اطفأنا الضوء عاد P_{12} الى الظهور .

وعلينا اذن أن نستنتج أنه عندما ننظر إلى الالكترونات، فان توزعها على الشاشة يختلف عما هو عليه عندما لا ننظر اليها. لعل اضاءة منبعنا الضوئي هي التي تشوش الاشياء ؟ فقد تبلغ الالكترونات من الحساسية درجة تجعل الضوء الذي ينتثر عنها يعطيها دفعة تُغير حركتها . ونحن نعلم أن الحقل الكهربائي للضوء الفاعل في شحنة يطبق عليها قوة . فلربما ينبغي علينا ان نتوقع تغيراً في الحركة. ومهما يكن من امر ، فان الضوء يؤثر في الالكترونات تأثيراً كبيراً . ونحن بمحاولتنا « مراقبة » الالكترونات قد غيرنا حركتها . وهذا يعني أن الدفعة المعطاة للالكترون ، عندما يتبعثر عنه الفوتون ، تؤدي الى تغيير حركة الالكترون تغييراً كافياً يصرفه عما كان يمكن ان يمضي إليه من موضع ، كانت قيمة P_{12} فيه قيمة عظمى ، ويحوله الى موضع جديد كانت قيمة P_{12} فيه قيمة صغرى . وهذا يفسر لماذا لم نعد نرى آثار التداخل المتموّجة .

قد تفكر بالطريقة التالية : « لا تستعمل منبعاً لامعاً ، كهذا المنبع الذي استخدمته ، بل قلّل من اضاءته ، فتصبح أمواج الضوء أضعف ، ولا تشوش الالكترونات كثيراً . ولا شك في اننا اذا واصلنا جعل الضوء أخفت ، فان الموجة تصبح في النهاية من الضعف بحيث يكون أثرها مهملاً » . دعنا نجرب ذلك . ان اول شيء نلاحظه هو ان ومضات الضوء المتبعثرة عن الالكترونات أثناء مرورها لا تصبح اضعف بل ان حجم الومضة يبقى دون تغيير . والشيء الوحيد الذي يحدث أثناء خفوت الضوء ، هو اننا نسمع في بعض الاحيان « طقطقة » من الكاشف ، لكننا لا نرى ومضة على الاطلاق، لقد عبر الالكترون بدون أن « يُرى » . أي أن ما نشاهده الآن هو أن الضوء يسلك سلوك الالكترونات أيضاً ، ولقد كنا نعلم أن الضوء « متموّج » فاذا بنا الآن نجد أن « له صفة الدفقة » ايضاً . انه دائماً يصل ، أو يُبعثَر ، في دفقات ندعوها

« فوتونات » . وعندما نقلل من شدة المنبع الضوئي ، فاننا لا نغير من حجم الفوتونات ، بل نغير من معدل إصدارها فقط . وذلك يفسر لنا لماذا تمر بعض الالكترونات دون ان ترى ، عندما يكون المنبع خافتاً . والسبب في ذلك هو أنه في لحظة مرور الالكترون ، لم يكن يوجد فوتون في جوار موضع مروره.

إن هذا كله داع لليأس قليلاً ، فاذا كان صحيحاً انه كلما رأينا الالكترون ، فاننا نرى ومضه ذات حجم واحد ، فان تلك الالكترونات التي نراها هي دائماً الالكترونات المشوّشة. ودعنا ، على كل حال ، نمضي في تجربتنا والضوء خافت، فكلما سمعنا طقطقة في الكاشف ، وضعنا عدّة في عمود من اعمدة ثلاثة : ففي العمود (1) نضع الالكترونات التي نراها قرب الثقب 1 ، وفي العمود (2) نضع الالكترونات التي نراها قرب الثقب 2 ، وفي العمود (3) نضع الالكترونات التي لا نراها على الاطلاق . وعندما نحسب الاحتمالات باستخدام معطياتنا ، فاننا نجد النتائج التالية : ان توزيع الالكترونات التي « نراها قرب الثقب 1 » شبيه بـ P'_1 ، وتوزيع الالكترونات التي « نراها قرب الثقب 2 » شبيه بـ P'_2 (بحيث أن توزيع الالكترونات التي « نراها قرب الثقب 1 او الثقب 2 » يكون شبيهاً بـ P'_{12}) ؛ اما توزيع تلك « التي لا نراها ابداً » فهو توزيع « متموج » شبيه تماماً بـ P_{12} المبين في الشكل (٣٧ — ٣) ! اي انه إذا لم نر الالكترونات، حصل التداخل !

ن فهم ذلك يسير : فعندما لانرى الالكترون ، فليس ثمة فوتون قد شوشه ، بينما يحدث التشويش إذا كنا قد رأينا الالكترون . ومقدار التشويش واحد في كل الأحوال ، لان فوتونات الضوء كلها تولد آثاراً ذات حجم واحد ، ولأن أثر الفوتونات المبعثرة كاف ليغطي أي أثر تداخلي .

أليس من سبيل يمكّننا من رؤية الالكترونات دون تشويشها ؟ لقد تعلمنا

في فصل سابق أن الاندفاع الذي يحمله « فوتون » متناسب عكساً مع طول موجته ($p = h/\lambda$) . و لا شك في أن الدفعة التي تعطى للالكترون ، عندما يبعثر الفوتون نحو عيننا ، تكون تابعة للاندفاع الذي يحمله الفوتون . وهكذا فقد وجدنا الحل ! فاذا اردنا أن نشوش الالكترونات تشويشاً ضعيفاً فقط ، فليس سبيلنا الى ذلك تقليل شدة الضوء ، بل انقاص تواتره . (الذي يكافىء زيادةطول موجته) . فلنستعمل اذن ضوءاً ذا لون أكثر احمراراً . ونستطيع أن نصل حتى استخدام الضوء تحت الاحمر ، او الامواج الراديوية (مثل الرادار) ، وان « نرى » اين ذهب الالكترون ، وذلك بمساعـــدة بعض الأجهزة التي تستطيع ان « ترى » هذه الاضواء ذات الموجة الأطول . فاذا استعملنا ضوءاً « ألطف » ، فلعلنا قادرون على تجنب تشويش الالكترونات هذا التشويش الشديد .

لنُجْر التجربة مستخدمين امواجاً اطول . وسنظل نعيد تجربتنا ، مستخدمين في كل مرة ضوءاً ذا موجة اطول . ففي البدء لا يبدو وكأن شيئاً ما قد تغير ، بل تبقى النتائج على ما كانت عليه . ثم يحدث امر مريع . وانتم تذكرون انه عندما درسنا المجهر ، كنا قد اشرنا الى ان الطبيعة الموجية للضوء تقيم حداً اصغر لمبلغ اقتراب بقعتين يمكن رؤيتها منفصلتين . ان هذه المسافة الصغرى هي من مرتبه الطول الموجي للضوء . فاذا نحن جعلنا الآن الطول الموجي اطول من المسافة بين ثقبينا ، فاننا نرى ومضة كبيرة غير واضحة عندما يتبعثر الضوء عن الالكترونات ، ولا نعود قادرين على ان نعلم من اي ثقب مر الالكترون ! ويبقى كل ما نعلمه هو انه قد مرّ من مكان ما ! ويتبين لنا ان ضوءاً من هـذا اللون هو الحد الفاصل الذي يجعل الدفعات ، التي يتلقاها الالكترون ، صغيرة صغراً كافياً لجعل P'_{12} تبدأ بالتشبه بـ P_{12} . أي اننا نبدأ برؤية بعض الأثر للتداخل . ولا يصبح التشويش ، الذي يسببه الضوء ، صغيراً صغراً يمكننا من الحصول ثانية على المنحني P_{12} ، المبين في الشكل (٣٧ – ٣) ، إلا اذا كانت الاطوال

الموجية للضوء أكبر من البعد بين الثقبين ، فاستحالت علينا بذلك معرفة الثقب الذي مرّ منه الالكترون .

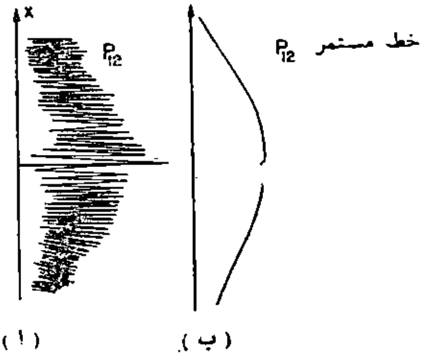
نجد في تجربتنا أنه من المستحيل أن نرتب الضوء بشكل يمكّننا ، في آن واحد ، من أن نعلم من أي ثقب مر الالكترون ، ومن أن نصون النمط من التشويش . لقد اقترح هايزنبرغ أن قوانين الطبيعة ، التي كانت قد اكتشفت حديثاً ، لا تكون منسجمة إلا إذا وجد حد أساسي ما لإمكاناتنا التجريبية لم يلاحظ من قبل . واقترح مبدأ الارتياب كمبدأ عام نستطيع أن نصوغه بدلالة تجربتنا كما يلي : « يستحيل تصميم جهاز قادر على تحـــديد الثقب الذي مر منه الالكترون ، دون ان يشوش ، في الوقت نفسه ، الالكترونات تشويشاً يهدم نمط التداخل» . فاذا وجد جهاز قادر على تعيين الثقب الذي يمر منه الالكترون، فانه لا يمكن أن يبلغ من الحساسية درجة تمنعه من تشويش النمط تشويشاً جوهرياً . ولم يجد أحد وسيلة لتجنب مبدأ الارتياب ؛ ولا فكّر أحد في ذلك . لذا فانه ينبغي علينا أن نقبل أن هذا المبدأ يصف خاصة أساسية من خواص الطبيعة .

إن النظرية الكاملة للميكانيك الكوانتي ، التي نستخدمها الآن في وصف الذرات، بل في وصف كل نوع من انواع المادة، تعتمد على صحّة مبدأ الارتياب . ولما كان الميكانيك الكوانتي نظرية ناجحة ، فان اعتقادنا بصحة مبدأ الارتياب قد اصبح اعتقاداً راسخاً . ولكن لو وُجدت ، في مستقبل الأيام ، طريقة ما «لقهر» مبدأ الارتياب لغدت نتائج الميكانيك الكوانتي متناقضة ، ولتوجّب نبذه كنظرية صحيحة للطبيعة .

قد تقولون : « هل رأيتم الآن رأيكم في الفكرة المطروحة A ؟ أصحيح أم غير صحيح ، أن الالكترون لا بد له من ان يمر اما من الثقب 1 أو من الثقب 2 ؟ » . إن الجواب الوحيد الذي يمكن أن يعطى هو أننا كنا وجدنا

من التجربة أنه توجد طريقة خاصة معينة نستطيع أن نتبعها في التفكير كي لا نقع في تناقضات . ان ما ينبغي علينا قوله (لتجنب الوقوع في تنبؤات خاطئة) هو التالي : اذا نظرنا الى الثقبين ، أو ، اذا توخينا الدقة ، اذا كان لدينا جهاز يستطيع أن يحدد من أي الثقبين يمر الالكترون ، فاننا نستطيع ان نقول أن الالكترون يمر من الثقب 1 أو من الثقب 2 . لكن ، اذا لم نحاول أن نعلم الطريق الذي يسلكه الالكترون ، اي لم يكن في تجربتنا ما يشوش الالكترونات ، فانه يستحيل علينا أن نحدد من أي الثقبين مر الالكترون . ولو قلنا ذلك، وبدأنا نستخلص منه النتائج ، لارتكبنا أخطاء في التحليل . وهذا هو الصراط المستقيم الذي ينبغي أن لا ينحرف عنه منطقنا اذا رغبنا في ان نصف الطبيعة وصفاً ناجحاً .

اذا كانت حركة كل مادة ، والالكترونات نوع من انواع المادة ، ينبغي ان توصف بدلالة الامواج ، فما هو شأن الرصاصات في تجربتنا الاولى ؟ لماذا لم نر نمط التداخل هناك ايضاً ؟ يتبين لنا ان الأطوال الموجية للرصاصات صغيرة صغراً يجعل أنماط التداخل غاية في الدقة . وفي الحقيقة ، فان دقتها المفرطة تمنع



الشكل (٣٧ - ٥)
نمط التداخل باستخدام الرصاصات. (أ) الفعلي (مبسط) ، (ب) الملاحظ

أي كاشف ذي حجم محـدود من ان يميز انفصال النهايات العظمى أو الصغرى فيها . وما الشيء الذي نراه إلا قيمة وسطى يمثلها المنحني الكلاسيكي . ولقـد حاولنا في الشكل (٣٧ – ٥) ان نشير بصورة مبسطة الى مايحدث في الاجسام ذات القياس الكبير . فالجزء (أ) من الشكل يبين توزع الاحتمال الذي يمكن ان يتنبأ به الميكانيك الكوانتي في حالة الرصاصات . وتمثل الاهتزازات السريعة نمط التداخل الذي نحصل عليه من اجل طول موجي قصير جداً . الا أن أي كاشف فعلي يغطي ، بسبب كبر ابعاده ، عدة اهتزازات على منحني الاحتمال بحيث ان القياسات تظهر المنحني الاملس المرسوم في الجزء (ب) من الشكل .

First principles of quantum mechanics

٣٧ ــ ٧ : المبادىء الاولى للميكانيك الكوانتي

سنكتب الآن ملخصاً للاستنتاجات الرئيسية لتجاربنا . ولسوف نضع النتائج بصيغة تجعلها صحيحة من أجل صنف عام من مثل هـــذه التجارب . ويمكننا أن نكتب هذا الملخص ببساطة أكثر إذا عرّفنا أولاً «التجربة المثالية» بأنها تلك التي لاتوجد فيها تأثيرات خارجية غير محدّدة ، أي لا توجد فيها اهتزازات ، ولا أي شيء آخر لايمكن أخذه بالحسبان . ونكون دقيقين إذا قلنا : « التجربة المثالية هي تلك التي تتحددفيها كل شروط التجربة ، الابتدائية منها والنهائية ، تحديداً كلياً » . وسنسمي باسم « حادثة » مجموعة محددة من الشروط الابتدائية والنهائية . (واليك مثال عن الحادثة : « يغادر الكترون المدفع ، ويصل إلى الكاشف ، ثم لايحدث بعدها شيء » .) والآن نقـدم ملخصنا .

الملخص

١ – يعطى احتمال حادثة ما ، في تجربة مثالية ، بمربع القيمة المطلقة للعدد

العقدي Φ الذي يدعى سعة الاحتمال .

$$P = \text{الاحتمال}$$
$$\Phi = \text{سعة الاحتمال} \qquad (37-6)$$
$$P = |\Phi|^2$$

٢ ـ إذا أمكن لحادثة أن تقع بعدة طرق ممكنة ، كانت سعة احتمال الحادثة مساوية لمجموع سعات الاحتمالات لكل طريقة على انفراد . فهناك إذن تداخل ويكون :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$
$$P = |\Phi_1 + \Phi_2|^2 \qquad (37-7)$$

٣ ـ إذا أجريت تجربة قادرة على تحديد الطريقة المتبعة فعلاً من بين الطرق الممكنة ، كان احتمال الحادثة مساوياً لمجموع احتمالات الطرق الممكنة . أي أن التداخل هنا مفقود ويكون :

$$P = P_1 + P_2 \qquad (37-8)$$

ومع ذلك فقد يحب المرء أن يسأل : « كيف يتم ذلك ؟ وما هي الآلية التي تكمن وراء هذا القانون ؟ » والجواب عن ذلك هو أن أحداً لم يجد آلية وراء هذا القانون . ولا يستطيع أحد أن يفسر الأمور ، كما أننا نحن لم « نفسرها » . ولن تجد أحداً يعطيك أي تمثيل أعمق للحالة . ونحن بدورنا لا نملك أفكاراً عن آلية تكون اكثر أساسية ، ويكون من الممكن أن نستنتج منها النتائج التي ذكرناها .

ونحب أن نؤكد على فرق مهم جداً بين الميكانيك الكلاسيكي والميكانيك الكوانتي . لقد كنا نتكلم عن احتمال وصول الكترون ما في شروط

معينة . وقد افترضنا ضمناً في ترتيباتنا التجريبية (بل حتى في اعظمها قدرة) أنه لامجال للتنبؤ بدقة عما سيحدث . أي أننا لا نستطيع أن نتنبأ الا بالفرص المتاحة فقط ! وهذا يعني ، إذا صح ، أن الفيزياء قد أقرت بعجزها في مسألة محاولة التنبؤ بدقة عما سيحدث في شروط معينة . نعم ! ان الفيزياء قد أقرت بعجزها . واننا لا نعلم كيف نتنبأ عما سيجري في شروط معينة ، واننا نعتقد الآن أن هذا امر مستحيل ، ونعتقد ان الشيء الوحيد الذي يمكن التنبؤ به هو احتمال الحوادث المختلفة . وينبغي ان نُقِرّ بأن هذا تراجع عن مثلنا الأعلى السابق في فهم الطبيعة . وقد تكون هذه خطوة الى الوراء ، لكن احداً لم يجد وسيلة لتجنبها .

لنسجل عدة ملاحظات على اقتراح كان قد وضع لمحاولة تجنب الوصف الذي قدمناه : « لعل للالكترون نوعاً معيناً من البنيان الداخلي ، نجهله حتى الآن ، ونسميه بالمتحولات الداخلية . ولعل ذلك يفسر عدم تمكننا من التنبؤ بما يحدث . ولو استطعنا أن ننظر الى الالكترون من قريب ، لتمكنا من ان نعلم الى اين ينتهي به المطاف » . ان ذلك مستحيل حسب مانعرفه حتى الآن . وحتى لو قبلنا بهذا الحل لـما اختفت صعوباتنا . لنفترض انه توجد داخل الالكترون آلية من نوع ما تعين اين سينتهي به المطاف . إن تلك الآلية ينبغي ان تعين ايضاً اي ثقب يمر منه وهو في طريقه . لكن ينبغي علينا ان لا ننسى ان ما في داخل الالكترون يجب ان لا يتعلق بما نفعله نحن ، وهكذا فلو حزم الالكترون امره ، من قبل أن يبدأ ، وقرر : (أ) أي ثقب ينوي أن يستعمل ، و (ب) الى أين ينوي أن يحط به الترحال ، فسوف نجد P_1 لتلك الالكترونات التي اختارت الثقب 1 ، و P_2 لتلك التي قد اختارت الثقب 2 ، وبالضرورة نجد المجموع $P_1 + P_2$ لتلك التي تصل من خلال

الثقبين . ويبدو أن لا سبيل إلى الخلاص من ذلك . لكننا كنا قد تحققنا تجريبياً من أن الحال ليست كذلك . ولم يستطع أحد أن يجد حلاً لهذه المعضلة . وهكذا فان علينا في الوقت الراهن أن نقتصر على حساب الاحتمالات . إننا نقول « في الوقت الراهن » ، لكننا نكاد نعتقد اعتقاداً راسخاً بأن ذلك سيبقى معنا أبد الدهر : أي أنه يستحيل أن نجد حلاً للمعضلة ؛ ذلك أن هذا هو حقاً شأن الطبيعة .

٣٧ ـــ ٨ : مبدأ الارتياب

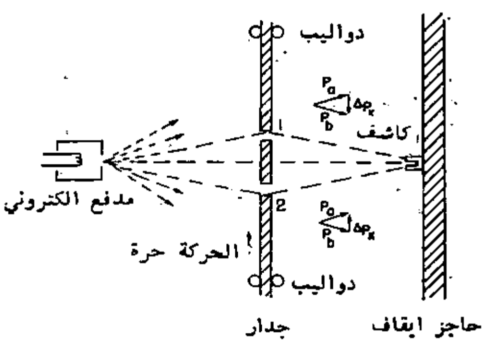
The uncertainty principle

واليك الصورة الأصلية التي وضع بها هايزنبرغ مبدأ الارتياب . إذا قمت بتجربة على جسم ما ، واستطعت أن تعيّن المركبة السينية لاندفاعه ، بارتياب قدرة Δp ، فلن يكون باستطاعتك ، في الوقت نفسه ، أن تعلم موضعه x بدقة أكثر من $\Delta x = \frac{h}{\Delta p}$. إن جداء الارتيابين ، الواقعين في الموضع وفي الاندفاع ، في أية لحظة ، ينبغي ان يكون أكبر من ثابتة بلانك . وهذه حالة خاصة من مبدأ الارتياب الذي ذكرناه قبلاً بصفة أعم . ولقد كانت صيغته العامة هي أنه يستحيل تصميم أداة قادرة على ان تحدد ،من بين طريقتين ممكنتين ، تلك المتّبعة فعلاً ، دون ان يؤدي ذلك ، في الوقت نفسه ، إلى هدم نمط التداخل .

ودعنا نبين ، من اجل حالة خاصة ، ان العلاقة التي اعطاها هايزنبرغ ينبغي ان تكون صحيحة لكي تجنبنا الوقوع في متاعب . لنتصور تعديلاً على تجربة الشكل (٣٧ - ٣) ، يتألف فيه الجدار الذي يحوي الثقبين من صفيحة محمولة على عجلات ، اي قادرة على ان تتحرك بحريّة إلى الأعلى وإلى الأسفل « في المنحى x » ، كما هو مبين في الشكل (٣٧ ـ ٦) . فنستطيع عندئذ ، بمراقبة

حركة الصفيحة بعناية ، ان نعلم من اي ثقب يمر الالكترون. تصور ما سيحدث عندما يوضع الكاشف عند $x = o$. اننا نتوقع ان الكترونا ، مارا من الثقب 1 ، ينبغي ان تحرفه الصفيحة نحو الاسفل كي يصل الى الكاشف . ولما كانت المركبة الشاقولية لاندفاع الالكترون قد تغيرت ،فان الصفيحة يجب ان ترتد باندفاع مساوٍ في الجهة المعاكسة ، اي ينبغي ان تتلقى الصفيحة ضربة نحو الأعلى . اما اذا مر الالكترون من الثقب السفلي ، فان الصفيحة تتلقى ضربة نحو الاسفل . وانه لمن الواضح انه في كل وضع من أوضاع الكاشف ، سيكون للاندفاع الذي تتلقاه الصفيحة ،عند العبور من الثقب 1 ، قيمة مغايرة لقيمته ، عند العبور من الثقب 2 . اي اننا نستطيع ، بدون تشويش الالكترونات مطلقاً ، وبمراقبة الصفيحة فقط ، ان نعلم المسار الذي سلكه الالكترون .

والآن لكي نقوم بذلك علينا ان نعلم اندفاع الشاشة ، قبل مرور الالكترون . فعندما نقيس الاندفاع بعد مرور الالكترون ، يمكننا ان نقدر مقدار تغير اندفاع الصفيحة . ولكن لنتذكر ، أن مبدأ الارتياب يقضي بأن لانستطيع ان نعلم وضع



الشكل (٣٧ - ٦) : تجربة يقاس فيها ارتداد الجدار

الصفيحة بدقة اختيارية في الوقت نفسه . ولكن اذا لم نكن نعلم بدقة اين تقع الصفيحة ، فاننا لانستطيع ان نحدد تماماً موقع الثقبين . فهما سيكونان في موضع مختلف من اجل كل الكترون يمر منهما . ان هذا يعني ان مركز نمط التداخل

في تجربتنا سيكون له وضع مختلف من أجل كل الكترون. أي ان اهتزازات نمط التداخل ستفني بعضها بعضاً . وسنبين بصورة كمية في الفصل التالي انه اذا عينّا اندفاع الصفيحة بدقة كافية ، قادرة على جعل قياس الارتداد يدلنا على الثقب المستخدم ، فان الارتياب في الموضع x للصفيحة سيكون كافياً لإزاحة النمط الملاحظ عند الكاشف ، نحو الأعلى ، او نحو الأسفل ، ازاحة قريبة من الفاصل بين نهاية عظمى والنهاية الصغرى المجاورة لها . ان ازاحة عشوائية كهذه كفيلة بتغطية النمط ، بحيث لانشاهد اي تداخل .

ان مبدأ الارتياب « يحمي » الميكانيك الكوانتي . وقد أدرك هايزنبرغ انه لو امكن قياس الاندفاع والموضع في آن واحد بدقة أكبر ، لانهار الميكانيك الكوانتي . ولذا قال ان ذلك مستحيل . فصار همُّ الناس بعدئذ ان يسعوا الى ايجاد سبيل الى ذلك ، لكن احداً لم يجد سبيلاً لقياس موضع شيء ما واندفاعه معاً بدقة أكبر ، سواء كان ذلك الشيء شاشة ، او الكتروناً ، او كرة بليارد ، او اي جسم آخر . وهكذا يستمر الميكانيك الكوانتي يحيا حياته الخطرة ، من جهة ، والدقيقة من جهة اخرى .

★ ★ ★

الفصل الثامن والثلاثون

The Relation of wave and particle viewpoints.

علاقة وجهتي النظر الموجية والجسيمية

٣٨ ــ ١ : سعات موجة الاحتمال
Probability wave amplitudes

سنعالج في هذا الفصل صلة وجهتي النظر الموجية والجسيمية . فنحن نعلم ، من الفصل السابق ، ان كلاً من وجهتي النظر الموجية والجسيمية غير صحيحة . ولقد كنا نسعى عادة حتى الآن الى أن نشرح الأمور بشكل دقيق ، أو على الأقل بتحديد كاف يغنينا عن تغييرها عندما نزداد بها معرفة ، وبحيث أننا قد نحتاج الى توسيعها ، ولكن لا الى تغييرها ! أما الآن فان الأمر غير ذلك : فاننا عندما نحاول الكلام عن الصورة الموجية ، أو الصورة الجسيمية ، فاننا امام أمرين كلاهما تقريبي ، وكلاهما سيتغير . لذا فان ما نتعلمه في هذا الفصل لن يكون دقيقاً كما ينبغي ؛ بل هو مناقشة من نوع نصف بدهي ستجعل اكثر دقة فيما بعد ، الا ان هناك اشياء ستتغير قليلاً عندما نؤولها بشكل صحيح في الميكانيك الكوانتي . والسبب في قيامنا بمثل هذا العمل ، هو بالطبع اننا لا نبغي الدخول مباشرة الى الميكانيك الكوانتي بل نريد ان تكون لدينا ، على الاقل ، فكرة ما عن انواع الآثار التي سنجدها . وبالاضافة الى ذلك ، فان كل خبراتنا هي مع الأمواج ومع الجسيمات ، لذا فان من الملائم ان نستعمل الافكار الموجية والجسيمية لنفهم ما يجري في حالات معينة ، قبل ان نتعلم الرياضيات

الكاملة للسعات الميكانيكية الكوانتية. وإننا سنحاول ، اثناء سيرنا قـُدماً ، ان نوضح المَوَاطن الاكثر ضعفاً ، الا ان معظمها يكاد يكون صحيحاً تقريباً ، اذ ليس ذلك الا امراً يعود الى التفسير والتأويل .

نحن نعلم ، قبل كل شيء ، أن الطريقة الجديدة في تمثيل العالم في الميكانيك الكوانتي ، اي الاطار الجديد الذي نستخدمه ، يقضي بأن نعطي سعة لكل حادثة يمكن لها ان تقع ، ولو اشتملت الحادثة على التقاط جسيم واحد فقط ، اذ يمكن عندها ان نعطي السعة الموافقة لإيجاد ذلك الجسيم في مواضع مختلفة وازمنة متباينة . ويتناسب احتمال وجود الجسيم عندئذ مع مربع القيمة المطلقة للسعة . وبصورة عامة نجد ان السعة الموافقة لايجاد جسيم ، في مواضع مختلفة ، وفي أزمان متباينة ، تتغير مع الموضع والزمن .

وفي حالة خاصة تتغير السعة بصورة جيبية في المكان والزمان تغير التابع $e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ (لاتنس انهذه السعات هي اعداد عقدية، وليست أعداداً حقيقية) ، ويكون لها تواتر محدد ω ، وعدد موجي محدد $\vec{k}$. وينتج بعد ذلك ان هذا يقابل وضعاً كلاسيكيا محدداً ، كان يحق لنا ان نعتقد فيه ان لدينا جسيما ذا طاقة معلومة E مرتبطة بالتواتر بالعلاقة :

$$E = \hbar\omega \qquad (38\ \ 1)$$

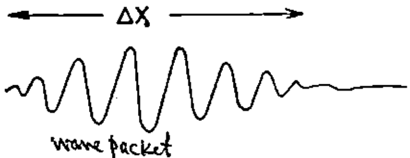
وذا اندفاع معلوم p مرتبط بالعدد الموجي بالعلاقة :

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \qquad (38-2)$$

ان هذا يعني ان فكرة الجسيم فكرة محدودة ؛ فهذه الفكرة التي تربط الجسيم بتحديد موضعه واندفاعه الخ ... ، وان كانت فكرة شائعة ، فانها غير ملائمة من بعض الأوجه . فعلى سبيل المثال ، لو فرضنا ان السعة

الموافقة لايجاد الجسيم ، في مواضع مختلفة ، معطاة بالتابع $e^{i(wt-\vec{k}\cdot\vec{r})}$ ، الذي مربع قيمته المطلقة ثابت ، لكان معنى ذلك ان احتمال ايجاد الجسيم هو واحد في كل النقاط. اي اننا لانعلم اين يقع ، بل هو يمكن ان يكون في اي مكان ، فهناك اذن ارتياب كبير في موقعه .

ومن جهة أخرى ، لو كان موضع الجسيم معلوماً على وجه التقريب ، وكنا نستطيع ان نتنبأ به بدقة ، لكان ينبغي أن يكون احتمال ايجاده ، في مواضع مختلفة ، محصوراً في مجال محدد ذي طول نرمز اليه بـ Δx . ويكون احتمال وجوده ، خارج هذا المجال ، مساويا الصفر. ان هذا الاحتمال هو مربع القيمة المطلقة للسعة ، ولو كان مربع القيمة المطلقة صفراً ، لكانت السعة صفراً ايضا ، وهكذا يكون لدينا قطار من الامواج طوله Δx كما هو ظاهر في الشكل (٣٨ – ١) ، وطول موجته (أي المسافة بين عقد الموجات في القطار) هو ما يقابل اندفاع الجسيم .



الشكل (٣٨ – ١) : رزمة موجيّة ذات طول Δx

نصادف هنا خاصة غريبة من خواص الامواج ، وهي خاصة بسيطة للغاية ، ولا علاقة لها البتة بالميكانيك الكوانتي ، وهي خاصة يعرفها كل انسان يتعامل مع الأمواج ، حتى ولو لم يكن يعرف الميكانيك الكوانتي ، ألا وهي : أننا لا نستطيع أن نحدد طول موجة واحد من اجل قطار أمواج قصير . ان قطار أمواج كهذا ليس له طول موجة محدد ؛ فهناك عدم تحديد في عدد الأمواج التي تنسب الى الطول المحدود من القطار ، وعلى هذا فهناك عدم تحديد في الاندفاع . (كمية الحركة أو الزخم)

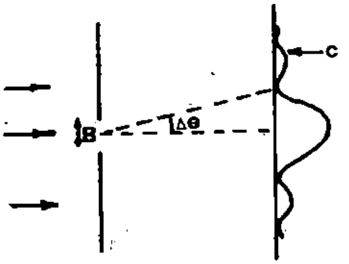
Measurement of position and momentum.

٣٨ـ ٢ : قياس الموضع والاندفاع

لننظر في مثالين يتعلقان بهذه الفكرة ، حتى نرى سبب وجود الارتياب في الموضع ، أو في الاندفاع ، أو فيهما معاً ، فيما لوصح الميكانيك الكوانتي . كنا قد رأينا ايضاً من قبل انه لو لم يحدث مثل هذا الشيء ، أي لو تمكّنا من قياس موضع شيء ما واندفاعه معاً في آن واحد ، لوقعنا في مفارقة . وانه لمن حسن الحظ ان مثل هذه المفارقة لا تحدث ؛ ويتضح لنا ان كون مثل هذا الارتياب يأتي بشكل طبيعي من المفهوم الموجي ، هو امر يؤكد لنا ان كل شيء في مفاهيمنا متناسق .

لنقدم الآن مثالاً يبين العلاقة بين الموضع والاندفاع في حالة يسهل فهمها. لنفترض انه يوجد لدينا شق وحيد، وان الجسيمات آتية من مكان بعيد جداًبطاقة معينة، بحيث أنها تأتي جميعاً بشكل افقي كما في الشكل (٣٨-٢). وسنركز على المركبات الشاقولية للاندفاع . لنفرض أن لهذه الجسيمات جميعها اندفاعاً افقياً معيناً p_0 ، وذلك وفق المفهوم الكلاسيكي . فيدلنا المفهوم الكلاسيكي عندئذ على ان الاندفاع الشاقولي p_y ، قبل ان يمر الجسيم من الثقب ، معلوم تماماً . ولما كان الجسيم لا يتحرك للاعلى ولا للاسفل ، وذلك لأنه اتى من منبع بعيد جداً ، فان الاندفاع الشاقولي صفر بالطبع . ولكن دعنا نفترض انه يمر من ثقب عرضه B . وبعد ان يكون قد خرج من الثقب ، فإننا نعرف الموضع شاقولياً ، اي المركبة y للموضع ، بدقة ملحوظة ، اي بدقة تساوي $\pm B$. وهذا يعني ان الارتياب في الموضع ، Δy ، هو من رتبة B . ولعلنا نريد ان نقول الآن ايضاً اننا لما كنا نعلم ان الاندفاع افقي تماماً ، فان Δp_y يساوي الصفر ، ولكن لو قلنا ذلك لكان غير صحيح . لقد كنا نعلم من قبل ان الاندفاع كان افقياً ، ولكننا لا نعلم عنه الآن شيئاً . فقبل ان تمر الجسيمات من

الثقب ، لم نكن نعلم مواضعها الشاقولية . والآن ، وبعد ان نكون قد وجدنا الموضع الشاقولي بجعل الجسيم يعبر الثقب ، نكون قد اضعنا معلوماتنا السابقة عن الاندفاع الشاقولي ! فلماذا ؟ تجيب النظرية الموجية عن ذلك بانه يحدث انتشار ، او انعراج ، للامواج بعد ان تمر من الثقب ، كما هي الحال بالنسبة للضوء . ولذا فانه يوجد احتمال معين بألا تبرز الجسيمات الخارجة من الشق في منحى مستقيم تماماً ؛ بل ينتشر النمط بسبب الانعراج ، وتقيس زاوية الانتشار ، التي يمكن ان نعرفها بانها زاوية النهاية الصغرى الاولى ، الارتياب الحاصل في الزاوية النهائية .



الشكل (٣٨ — ٢)
Diffraction
انعراج الجسيمات المارة من شق slit

كيف يصبح النمط منتشراً ؟ ان قولنا ان النمط منتشر يعني انه توجد فرصة ما امام الجسيم ليتحرك للاعلى او للاسفل ، اي لتكون له مركبة اندفاع للاعلى او للاسفل . اننا نقول فرصة ونقول جسيماً لأننا نستطيع ان نكشف نمط الانعراج هذا بعداد للجسيمات ، فعندما يتلقى العداد الجسيم ، في الموضع C مثلاً ، الظاهر في الشكل (٣٨ — ٢) ، فانه يتلقى جسيماً كاملاً ، بحيث يكون للجسيم ، في المفهوم الكلاسيكي ، اندفاع شاقولي ، كي يصل من الشق الى الموضع C .

لكي نأخذ فكرة تقريبية عن انتشار الاندفاع ، نقول أن الاندفاع الشاقولي p_y ينتشر بمقدار $p_0 \Delta\theta$ ، حيث p_0 هو الاندفاع الافقي . ثم ما هو مقدار $\Delta\theta$ في النمط المنتشر ؟ نحن نعلم ان النهاية الصغرى الاولى تحدث عند زاوية $\Delta\theta$ ، بحيث تكون المسافة التي ينبغي ان تقطعها الامواج ، الآتية من احد طرفي الشق ، اكبر بطول موجة واحدة ، من المسافة التي ينبغي ان تقطعها الامواج الآتية من

طرفه الآخر ، وقد استخرجنا هذه العلاقة من قبل(الفصل الثلاثون) . ولذا فإن $\Delta\theta$ هي λ/B ، وهكذا فان Δp_y في هذه التجربة تساوي $p_0\lambda/B$. لاحظ أننا لو صغّرنا B وقننا موضع الجسيم بدقة اكبر ، فان نمط الانعراج يصبح أوسع . وتذكر ، انه عندما اغلقنا الشقين اثناء اجراء التجربة بواسطة الامواج الميكروية ، كانت الشدة تتناقص ببطء اشد عند ابتعادنا من مركز نمط التداخل . وهكذا فكلما ضيقنا الشق اتسع النمط ، أي زاد احتمال ايجادنا للجسيم وهو ذو اندفاع عرضاني. فالارتياب في الاندفاع الشاقولي يتناسب إذن عكساً مع الارتياب في y . وفي الحقيقة فإننا نرى ان جداء الاثنين يساوي $p_0\lambda$. إلا ان λ هي طول الموجة ، و p_0 هو الاندفاع ، ووفقاً للميكانيك الكوانتي يكون طول الموجة مضروباً بالاندفاع مساوياً لثابتة بلانك h . وهكذا فإننا نحصل على القاعدة التالية ، وهي ان جداء الارتيابين الحاصلين في الاندفاع الشاقولي والموضع الشاقولي هو من رتبة h :

$$\Delta y\,\Delta p_y \approx h \qquad (38-3)$$

ولا نستطيع ان نهيء جملة تمكّننا من معرفة الموضع الشاقولي للجسيم ، ومن التنبؤ بحركته الشاقولية ، بدقة اكبر مما تعطيه العلاقة (3 — 38) .فالارتياب في الاندفاع الشاقولي ينبغي اذن أن يتجاوز $h/\Delta y$ ، حيث Δy هو الارتياب في معرفتنا للموضع .

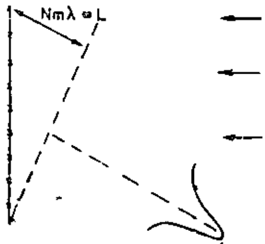
يقول الناس في بعض الاحيان أن الميكانيك الكوانتي خاطىء كله . فعندما وصل الجسيم من اليسار ، كان اندفاعه الشاقولي صفراً . والآن وبعد ان خرج من الثقب ، اصبح موضعه معلوماً . فيبدو اذن ان كلاً من الموضع والاندفاع معلوم بدقة كيفية . انه لصحيح تماماً اننا نستطيع ان نتلقى جسيماً ،

وأن نحدد عند تلقيه ، ماهو موضعه ،وماذا كان ينبغي ان يكون اندفاعه ليصل حيث وصل . ان ذلك صحيح ، الا انه ليس هو ماتشير إليه علاقة الارتياب (3 — 38) .فالمعادلة (3 — 38) تشير الى إمكان التنبؤ بحالة ما ، لا إلى ملاحظات حول الماضي . اذ لا خير في ان نقول : « كنت اعرف ماذا كان الاندفاع قبل ان يمر الجسيم من الشق ، والآن فأنا أعرف موضعه » وذلك لأن معرفة الاندفاع قد ضاعت الآن . ان حقيقة مرور الجسيم من الشق لم تعد تسمح لنا أن نتنبأ بالاندفاع الشاقولي ، فنحن نتكلم عن نظرية تنبؤية ، وليس مجرد قياسات بعد وقوع الحادثة. فينبغي علينا اذن ان نتحدث عما نستطيع التنبؤ به .

والآن دعنا نعالج الامور بطريقة معاكسة . فلنأخذ مثالاً آخر عن الظاهرة نفسها ، إلا أننا نعرضها بشكل كمي اكثر من ذي قبل . فلقد قسنا في المثال السابق الاندفاع بطريقة كلاسيكية . وبالتحديد نقول ، اننا اعتبرنا الاتجاه والسرعة والزوايا ، والخ ، بحيث اننا حصلنا على الاندفاع بتحليل كلاسيكي . ولكن لما كان الاندفاع مرتبطاً بالعدد الموجي ، فلا بد من ان توجد في الطبيعة طريقة أخرى لقياس اندفاع الجسيم ، سواء أكان هذا الجسيم فوتوناً او غير ذلك ، أي لا بد من ان توجد طريقة ليس لها نظير كلاسيكي ، لانها تستخدم المعادلة (2 — 38) ، التي نقيس فيها طول موجة الموجات . فلنحاول ان نقيس الاندفاع بهذه الطريقة .

لنفرض أنه لدينا شبكة انعراج ذات عدد كبير من الحزوز ، انظر الشكل (٣٨ — ٣) ، ولنرسل نحوها حزمة من الجسيمات . لقد تطرقنا كثيراً لهذه المسألة: إذا كان للجسيمات اندفاع محدد ، فاننا نحصل عندئذ ، بسبب التداخل ، على نمط حاد جداً في منحى محدد. كما تحدثنا أيضاً عن الدقة التي نعين بها هذا الاندفاع ،

أي عن مقدرة الفصل لمثل هذه الشبكة . وبدلاً من ان نستخرج هذه الدقة ثانية ، فاننا نرجع الى الفصل الثلاثين ، حيث وجدنا ان الارتياب النسبي في طول الموجة التي نستطيع قياسها بواسطة شبكة معينة هو 1/Nm ، حيث N هو عدد الحزوز على الشبكة ، و m هي رتبة نمط الانعراج أي ان :



الشكل (٣٨ — ٣)
تعيين الاندفاع باستخدام شبكة انعراج diffraction grating

$$\Delta\lambda / \lambda = 1/Nm \qquad (38\text{—}4)$$

والآن يمكن إعادة كتابة العبارة (38—4) على الشكل التالي :

$$\Delta\lambda/\lambda^2 = 1/Nm\,\lambda = 1/L \qquad (38\text{—}5)$$

حيث L هي المسافة المبينة على الشكل (٣٨ — ٣) . وتمثل هذه المسافة الفرق بين المسافة الكلية ، التي ينبغي على الجسيم (أو الموجة أو سواهما) أن يقطعها إذا ما أنعكس من أسفل الشبكة ، والمسافة التي ينبغي أن يقطعها اذا ما انعكس من قمة الشبكة . وهذا يعني أن الامواج التي تشكل نمط الانعراج هي أمواج قادمة من مواضع مختلفة على الشبكة . أولها تلك التي تأتي من الطرف الأسفل للشبكة ، أي من بداية قطار الأمواج ، وما تبقى منها يأتي من اجزاء تالية من قطار الأمواج ، آتية من مواضع مختلفة على الشبكة ، إلى أن تصل الموجة الاخيرة من النهاية . وتتضمن هذه الموجة الاخيرة نقطة في قطار الامواج تقع على بعد L خلف النقطة الأولى . وهكذا فللحصول على خط حاد في طيفنا يقابل اندفاعاً محدداً ، بارتياب معطى بالعلاقة (38—4) ، ينبغي أن يكون لدينا قطار أمواج طوله يساوي L على الاقل . واذا كان قطار الامواج قصيراً جداً ، فاننا لانكون قد استحدمنا كل الشبكة . وتكون الامواج التي تشكل

الطيف منعكسة من قطاع صغير جداً في الشبكة فقط اذا كان قطار الامواج أقصر من اللازم ؛ وعندها لاتعمل الشبكة بشكل جيد ، فنجد انتشاراً زاوياً كبيراً . واذا اردنا الحصول على انتشار أضيق ،وجب علينا أن نستعمل الشبكة بأكملها ، بحيث نضمن ان يتبعثر قطار الامواج بكامله تبعثراً آتياً من كل اجزاء الشبكة ، وذلك في لحظة واحدة على الاقل ، اي انه ينبغي ان يكون طول قطار الامواج مساوياً L كي نحصل على ارتياب في طول الموجة اقل من الارتياب المعطى بالعلاقة (5—38) . وبالمناسبة فان لدينا :

$$\Delta\lambda / \lambda^2 = \Delta (1/\lambda) = \Delta k/2\pi \qquad (38-6)$$

اذن :

$$\Delta k = 2\pi/L \qquad (38-7)$$

حيث L هو طول قطار الامواج .

ان هذا يعني انه لو كان لدينا قطار امواج طوله اقل من L ، فان الارتياب في العدد الموجي يجب ان يزيد عن $2\pi/L$. وبعبارة اخرى نقول ان الارتياب في العدد الموجي ، مضروبا في طول قطار الامواج ، وهذا ما سندعوه الآن Δx ، سيزيد عن 2π . اننا ندعو طول قطار الامواج Δx لانه يمثل الارتياب في موضع الجسيم . فاذا وجد قطار الامواج في مجال محدود من الطول فقط ، فهذا يعني ان ذلك المجال هو المجال الذي يمكن ان نجد فيه الجسيم بارتياب قدره Δx . ان كون جداء طول قطار الامواج ، في الارتياب الحاصل في العـــدد الموجي المرافق له ، يساوي على الاقل 2π ، هي خاصة من خصائص الامواج معروفة لدى كل شخص يدرسها ؛ ولا علاقة لهـــذه الخاصة ابداً بالميكانيك الكوانتي . ومعنى ذلك ببساطة هو انه اذا كان لدينا قطار محدود ، فاننا لانستطيع ان نحصي عدد الامواج فيه بدقة تامة . لنحاول الآن ان نجرب

وسيلة اخرى لنرى سبب ذلك .

لنفرض ان لدينا قطاراً محدوداً من الامواج طوله L . لما كان قطار الامواج ينبغي ان يتناقص عند طرفيه ، كما في الشكل (٣٨ - ١) ، فان عدد الامواج في الطول L معطى بارتياب يقارب 1 ± . لكن عدد الامواج في الطول L هو $kL/2\pi$. وهكذا فان في قياس k ارتياباً ، ونحصل مرة ثانية على النتيجة (7—38) ، وهي لاتبدو أنها خاصة من خواص الامواج . ويبقى الامر قائماً سواء أكانت الامواج في المكان ، حيث ترمز k الى عدد الراديانات بالسنتمتر و L إلى طول القطار ، أو كانت الامواج في الزمان ، حيث ترمز ω الى عدد الاهتزازات في الثانية ، و T الى « الطول» المقدر بالزمن الذي يأتي به قطار الامواج . أي أنه إذا كان لدينا قطار لايستمر الا لمدة زمنية محددة T ، فان الارتياب الحاصل في التواتر يعطى بالعلاقة :

$$\Delta\omega = 2\pi/T \qquad (38\text{—}8)$$

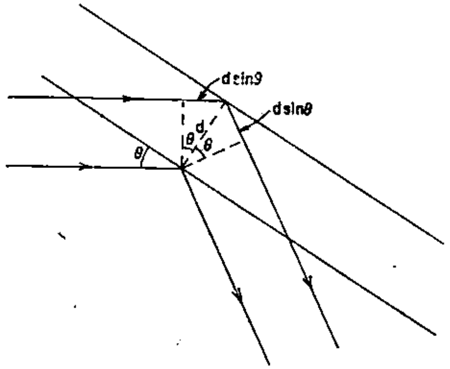
لقد حاولنا أن نؤكد أن هذه الخواص هي خواص تتعلق بامواج فقط ، وأنها معروفة تماماً في نظرية الصوت ، على سبيل المثال .

لكننا في الميكانيك الكوانتي نؤوّل العدد الموجي بأنه قياس لاندفاع الجسيم ، وفق العلاقة $p = \hbar k$ ، مما يجعل العلاقة (7 —38) تخبرنا ان $\Delta p \approx h/\Delta x$. وهذه العلاقة تضع ، عندئذ ، حداً المفهوم الكلاسيكي للاندفاع . (وبشكل طبيعي ، لابد من ان نضع له حداً بطريقة ما اذا أردنا ان نمثل الجسيمات بأمواج !) . إنه لشيء جميل أن نكون قد وجدنا قاعدة تعطينا فكرة نعرف بها متى تفشل الافكار الكلاسيكية .

Crystal diffraction .

٣٨ ــ ٣ : الانعراج البلّوري

لننظر بعد ذلك في انعكاس الأمواج الجسيمية على بلـّورة . والبلـّورة هي جسم ثخين مؤلف من عدد كبير جداً من الذرات المتشابهة المتوضعـة في نسق بديع ؛ هذا وسنضيف إلى هذه الصورة البسيطةبعض التعقيدات فيما بعد . والسؤال المطروح الآن هو كيف نهيء هذا النسق بحيث نحصل على نهـاية عظمى منعكسـة شديدة في اتجاه معين، من أجل حزمة معينة من الضوء مثلًا (أي من الأشعة السينية)، أو من الالكترونات ، أو من النيوترونات ، أو من أي شيء آخر . وللحصول على انعكاس شديد ، ينبغي أن يكون التبعثر من على كل الذرات متفقاً في الطور ؛ فلا يمكن أن تكون هناك أعداد متساوية من التبعثرات المتفقة في الطور والمختلفة فيه ، إذ لو حدث ذلك لأفنى بعض الامواج البعض الآخر . والطريقة التي تعالج بها الأمور هي أن نجد المناطق ذات الطور الثابت ، كما كنا قد أوضحنا من قبل ؛ وهـذه المناطق هي مستويات تصنع زوايا متساوية مع الاتجاهين الابتدائي والنهائي ، وهي ظاهرة في الشكل(٣٨ – ٤) .



الشكل (٣٨ – ٤)

تبعثر الامواج بمستويات البلـّورة

scattering of waves by crystal plane

لننظر في مستويين متوازيين ، كما في الشكل (٣٨ – ٤) . فالامواج المتبعثرة على المستويين تكون متفقـة في الطور شريطـة أن يكون الفرق في

المسافة التي تقطعها جبهة الموجة مساوياً لعدد صحيح من أطوال الموجة . ويمكن أن نرى أن هذا الفرق هو $2d \sin \theta$ ، حيث d هو البعد العمودي بين المستويين . إذن فشرط الانعكاس المترابط هو :

$$2d \sin \theta = n \lambda \qquad (n = 1,2, \ldots) \qquad (38\text{—}9)$$

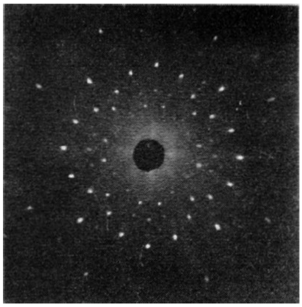
فلو حدث، على سبيل المثال ، أن كانت البلّورة موضوعة بحيث تقع الذرات على مستويات تحقق الشرط (9—38) ، مع $n = 1$ ، فعندها سيحدث انعكاس شديد . ومن جهة ثانية ، لو وجدت ذرات أخرى من طبيعة مماثلة للأولى ، (وبكثافة مساوية للأولى) ، وواقعة في منتصف المسافة بين الذرات الأولى ، فان المستويات المتوسطة ستبعثر الامواج بشدة مكافئة للأولى ، وسيحدث تداخل بينها وبين الاخرى ، فلا ينتج أي أثر . اذن فـ d ، في المعادلة (9—38) ، ينبغي أن تنسب الى مستويين متجاورين ، فلا نستطيع أن نأخذ مستوياً بعد خمس طبقات إلى الخلف مثلاً ، ثم نستعمل هذه العلاقة !

وكأمر يدعو للاهتمام نذكر أن البلّورات الحقيقية ليست من البساطة بحيث تمثلها بنوع وحيد من الذرات تعيد نفسها بطريقة معينة . وبدلاً من ذلك ، لو اعتمدنا تمثيلاً ذا بعدين ، فإنها تكون اكثر شبهاً بورق الحائط ، حيث يوجد شكل ما يتكرر على امتداد ورق الحائط . ونعني بكلمة « شكل » في حالة الذرات ، ترتيباً ما قد يحوي عدداً كبيراً نسبياً من الذرات . فمن أجل فحمات الكالسيوم ، مثلا ، نجد ذرة كالسيوم ، وذرة فحم ، وثلاث ذرات اكسجين الخ .... ومهما يكن هذا الترتيب ، فان الشكل يتكرر وفق نمط محدد . ويدعى هذا الشكل الأساسي بخلية الوحدة .

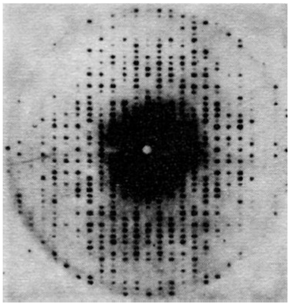
يعرّف النمط الاساسي للتكرار ما ندعوه نوع الشبكة البلّورية ؛ ويمكن

أن نعين نوع الشبكة حالاً بالنظر الى الانعكاسات ، وبالتأمل في تناظرها . وبعبارة اخرى ، يتعين نوع الشبكة بالبحث عن المواضع التي تحدث بها اية انعكاسات على الاطلاق ؛ لكننا إذا أردنا تعيين ماهو موجود في كل عنصر من عناصر الشبكة ، فإن علينا ان نأخذ بعين الاعتبار شدة التبعثر في مختلف الاتجاهات . أي ان نوع الشبكة يتحدد بمعرفة الاتجاهات المبعثرة ، أما ما هو موجود في داخل كل خلية وحدة فانه يتحدد بمقدار شدة بعثرة كل اتجاه من هذه الاتجاهات وبمعرفة هذين الشيئين يمكن اكتشاف بنية البلّورة .

يبين الشكلان (٣٨ — ٥) و (٣٨ — ٦) صورتين من انماط انعراج الأشعة السينية ؛ فهما يوضحان التبعثر على ملح صخري وعلى ميوغلوبين ، على الترتيب .



الشكل (٣٨-٥)

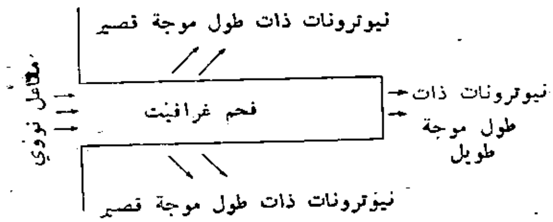


الشكل (٣٨ — ٦)

وبالمناسبة ، فإن امراً مهماً يحدث فيمالو كانت المسافات بين اكثر المستويات قرباً هي مسافة اصغر من $\lambda/2$. وفي هذه الحالة لا يوجد للمعادلة (9 — 38) حل من اجل اية قيمة لـ n . وهكذا نجد انه اذا كانت λ اكبر من ضعف المسافة بين المستويات المتجاورة ، فلن يحدث نمط انعراج جانبي ، وسيتابع الضوء ، أو أي شيء آخر سواه ، طريقه مباشرة خلال المادة دون انعكاس او

ضياع . وهكذا ففي حالة الضوء ، حيث تكون λ اكبر بكثير من البعد بين المستويات ، فمن الطبيعي ان ينفذ الضوء دون أن يحدث نمط انعكاس على مستويات البلّورة .

ان هذه الحقيقة ذات نتيجة مهمة في حالة المفاعلات التي تصنع النيوترونات (ومن الجليّ أن هذه النيوترونات جسيمات ، ولا يشك في ذلك انسان !) . فلو اخذنا هذه النيوترونات ، وجعلناها داخل قطعة كبيرة من الغرافيت ، فانها تنتشر وتشق طريقها في القطعة ، انظر الشكل (٣٨–٧) . هذا وتنتشر النيوترونات لانها ترتد على الذرات . ولكن اذا اردنا الدقة ، في ضوء النظرية الموجية ، لقلنا: أن النيوترونات ترتد على الذرات بسبب الانعراج على مستويات البلّورة. وينتج عن هذا انه اذا اخذنا قطعة كبيرة جداً من الغرافيت ، فان النيوترونات

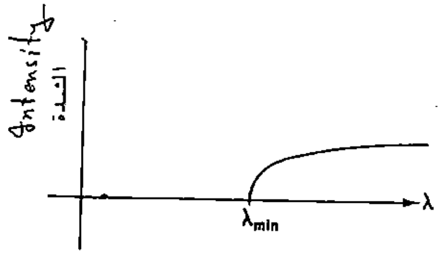


الشكل (٣٨ – ٧)

انتشار نيوترونات المفاعل خلال قطعة الغرافيت
Diffusion of pile neutrons through graphite block

التي تخرج من الطرف البعيد تتمتع جميعها بطول موجة طويل ! وفي الحقيقة ، لو رسمنا الشدة كتابع لطول الموجة ، فانّنا لانحصل على شيء ، مالم يكن طول الموجة أطول من قيمة صغرى معينة كما هو مبين في الشكل (٣٨ – ٨) . وبعبارة اخرى ، فاننا نستطيع ان نحصل على نيوترونات بطيئة جداً بهذه

الطريقة . ولا تنفذ قضيب الغرافيت الا اشد النيوترونات بطءاً ، فهي وحدها التي لا تنعرج ، ولا تتبعثر ، بواسطة مستويات بلورة الغرافيت ، بل تستمر في طريقها هذا كما يفعل الضوء عندما يجتاز الزجاج ، فلا تتبعثر خارجة من جوانب البلّورة. وهناك ادلة عديدة اخرى على وجود امواج النيوترونات وامواج الجسيمات الاخرى .



الشكل (٣٨ – ٨)
شدة النيوترونات الخارجة من قضيب الغرافيت كتابع لطول الموجة
as function of wave length

٣٨ ـ ٤ : ابعاد الذرة
The size of an atom

ندرس الآن تطبيقاً آخر على علاقة الارتياب الممثلة بالمعادلة (3—38) . ويجب ان لا نأخذ هذه الدراسة بجدية تامة ؛ إذ ان الفكرة صحيحة لكن التحليل ليس دقيقاً جداً . ولهذه الفكرة علاقة بتعيين أبعاد الذرات ، كما ان لها علاقة ايضاً بالحقيقة الكلاسيكية القائلة بأنه ينبغي على الكترونات الذرة ان تشع ضوءاً ، وان تدور مقتربة من النواة حتى تستقر عليها . الا ان ذلك لا يمكن ان يكون صحيحاً في عرف الميكانيك الكوانتي ، لانه لوحدث ذلك لعلمنا أين يوجد كل الكترون وكم هي سرعة حركته .

لنفرض ان لدينا ذرة هدروجين ، ولنقس موضع الالكترون فيها . ينبغي أن لا نكون قادرين على التنبؤ بدقة بموضع الالكترون ، وإلا فإن انتشار الاندفاع يصبح عندها غير محدود . ففي كل مرة ننظر فيها الى الالكترون، يكون في مكان ما ، لكن تكون له ايضاً سعة تدل على وجوده في مواضع مختلفة ، أي يكون هناك احتمال لوجوده في مواضع مختلفة . ولا يمكن ان

تكون كل هذه المواضع في النواة ؛ لذا سنفرض انه يوجد انتشار في الموضع من رتبة a . أي أن بعد الالكترون عن النوَاة يكون عادة a تقريباً . سوف نعين a بجعل الطاقة الكلية للذرة صغرى .

ان الانتشار في الاندفاع هو h/a تقريباً بسبب علاقة الارتياب ، بحيث انه لو حاولنا ان نقيس اندفاع الالكترون بطريقة ما ، كأن تكون بتبعثر الاشعة السينية عليه، ثم بالبحث عن أثر دوبلر من مُبَعثِر متحرك ، فاننا سنتوقع أن لا نحصل على قيمة الصفر في كل مرة ، لان الالكترون لا يبقى ساكناً ، بل ان الاندفاعات يجب ان تكون من رتبة $p \approx h/a$. اذن فالطاقة الحركية هي $\frac{1}{2} mv^2 = p^2/2m = h^2/2ma^2$ تقريباً. (ان مناقشتنا هذه هي نوع من انواع التحليل البعدي يقصد منه معرفة الطريقة التي تتعلق بها الطاقة الحركية بثابتة بلانك ، وبالكتلة m وكذلك بأبعاد الذرة . هذا وينبغي الا نتوقع دقة كبيرة في نتائجنا ، فقد تختلف هذه النتائج عن الحقيقة بعوامل هي من رتبة 2 أو π أو ماشابهها ؛ فنحن لم نبلغ حتى مرحلة تحديد المقدار a بصورة مضبوطة.) والآن فان الطاقة الكامنة هي ناقص e^2 مقسوماً على البعد عن المركز ، أي $-e^2/a^2$ ، حيث نتذكر ان e^2 هي مربع شحنة الالكترون ، مقسوماً على $4\pi\varepsilon_0$. والآن نقول ان الطاقة الكامنة تتناقص اذا ما صغرت a ، الا أنه كلما صغرت a كلما كان الاندفاع اللازم اكبر ، حسب مبدأ الارتياب ، وبالتالي كلما كانت الطاقة الحركية اكبر . ان الطاقة الكلية هي :

$$E = h^2/2ma^2 - e^2/a \qquad (38-10)$$

نحن لا نعلم ماهي a ، لكننا نعلم ان الذرة ستعمل على تدبير امرها بأن تقوم بنوع من التوفيق بجعل طاقتها اصغر ما يمكن . ولكي نجعل E أصغر ما يمكن،

نفاضل بالنسبة لـ a ، ثم نكتب ان المشتق يساوي الصفر ، وبعدها نحل المعادلة من أجل a . ان مشتق E هو :

$$dE/da = -h^2/ma^3 + e^2/a^2 \qquad (38-11)$$

وبوضع $dE/da = 0$ نجد القيمة التالية لـ a :

$$a_0 = h^2/me^2 = 0.528 \text{ angstrom}$$

$$a_0 = 0.528 \times 10^{-10} \text{ meter} \qquad (38-12)$$

وتدعى هذه المسافة نصف قطر بور ، وبهذا نكون قد تعلمنا ان الابعاد الذرية تكون من رتبة الانغسترومات ، وهذا امر صحيح . ان هذا التقريب حسن ، بل انه في الحقيقة لعجيب ، اذ انه لم يكن قد تشكل لدينا حتى الآن أي أساس لفهم أبعاد الذرات ! فالذرات ، من وجهة النظر الكلاسيكية ، غير ممكنة على الاطلاق ؛ لأن الالكترونات ستدور حتى تقع في النواة .

ولو وضعنا الآن قيمة a_0 المعطاة بالعلاقة (12 - 38) في المعادلة (10 — 38) لإيجاد الطاقة ، لأصبحت :

$$E_0 = -e^2/2a_0 = -me^4/2h^2 = -13.6 \text{ ev.} \qquad (38-13)$$

ماذا تعني الطاقة السالبة ؟ إنها تعني أن طاقة الالكترون ، عندما يكون في الذرة ، اقل منها فيما لو كان حراً . أي أنها تعني أنه مقيد . انها تعني انه يجب بذل طاقة لطرد الالكترون واخراجه ؛ وهذه الطاقة هي من رتبة 13.6 ev ، وهي الطاقة اللازمة لتأيين ذرة الهدروجين . وليس من سبب يدعونا للتفكير بأن هذه الطاقة ليست بضعفي او ثلاثةاضعاف هذه القيمة ، أو نصفها ، أو ($1/\pi$) منها : فان المحاكمة التي اوصلتنا الى هذه القيمة كانت محاكمة غير دقيقة . الا اننا ، على كل حال ، قد قمنا بخدعة ، إذ استخدمنا كل الثوابت

بشكل قادنا في النهاية الى العدد الصحيح ! ويدعى هذا العدد ، أي 13.6 الكترون فولط ، بالرايد برغ ، وهو وحدة للطاقة تساوي طاقة تأين الهدروجين .

والآن نحن نفهم لماذا لانخرق الأرض بأرجلنا الواقفة عليها، فعندما نسير، ندفع بحذائنا وما تحويه كتلته من ذرات نحو الأرض وما تحويه كتلتهـا من ذرات . ولكي نضغط الذرات لتقترب من بعضها أكثر فأكثر ، فان الالكترونات فيها ستشغل حيزاً أصغر .وحسب مبدأ الارتياب ، فان اندفاعها ينبغي أن يزداد بصورة وسطية ، وذلك يعني طاقة أكبر . ونستنتج من ذلك أن مقاومة الانضغاط الذري أثر ينسب إلى الميكانيك الكوانتي ، وأنه ليس أثراً كلاسيكياً . فمن الناحية الكلاسيكية ، نتوقع أنه لو جلبنـا الالكترونات والبروتونات فقربناها بعضاً من بعض ، للزم أن تنقص طاقتها أكثر . ونستنتج من ذلك أن أحسن ترتيب للشحنات الموجبة والسالبة ، في الفيزياء الكلاسيكية ، هو أن تكون مضمومة ضماً شديداً . لقد كان هـذا أمراً معلوماً في الفيزياء الكلاسيكية ، فكان بذلك مشكلة محيرة لأنه أمر يناقض وجود الذرة . ومن الطبيعي أن رجال العلم في الماضي اخترعوا اساليب للخروج من هذه المعضلة ؛ ولكن لابأس ، فلدينا الآن الجواب الصحيح ! (أو قد لايكون الجواب الصحيح) .

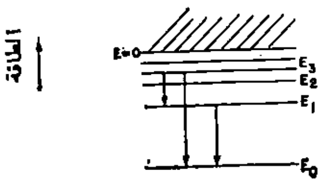
وبالمناسبة ، إذا كان لدينا وضع فيه عدد كبير من الالكترونات فان هذه الالكترونات تسعى إلى أن تبقى بعيدة بعضاً عن بعض ؛ وليس لدينا من سبب يفسر لنا في الوقت الحاضر هذه الظاهرة . فاذا شغل الكترون مكاناً معيناً ، فان الكتروناً آخر لايشغل المكان نفسه . وبعبارة أكثر دقة ، توجد حالتان للسبين ، بحيث يتمكن الكترونان من شغل مكان واحد ، فيكون لأحدهما سبين في اتجاه ، ويكون للثاني سبين في الاتجاه المعاكس . ولكن

لانستطيع بعدئذ ان نضع الكترونات أخرى في هذا الموضع الذي يشغله الالكترونات ، بل علينا أن نضع الالكترونات الاخرى في مواضع اخرى ، وذلك هو السبب الحقيقي لمقاومة المادة. ولو استطعنا أن نضع كل الالكترونات في مكان واحد ، لتكثفت أكثر مما هي عليه . ان الحقيقة القائلة انه لا يمكن لكل الالكترونات أن تتوضع فوق بعضها هي التي تجعل الموائد وكل شيء آخر صلباً .

ومن الجلي الآن أن فهم خواص المادة يستلزم استخدام الميكانيك الكوانتي ، وان الميكانيك الكلاسيكي وحده غير كاف أبداً .

٣٨ ــ ٥ : سويات الطاقة energy levels

لقد تكلمنا عن الذرة وهي في حالة أخفض طاقة لها ممكنة ؛ إلا أنه يتبين ان الالكترون قادر على أن يفعل أشياء أخرى . فباستطاعته أن يهتز ويتحرك في وضع أعلى طاقة ، ولذا توجد حركات مختلفة عديدة ممكنة للذرة . وحسب الميكانيك الكوانتي ، يمكن أن توجد للذرة ، وهي في الحالة المستقرة ، طاقات محددة فقط . لنرسم مخططاً كالمبيّن في الشكل (٣٨ – ٩) نمثل فيه الطاقة شاقولياً ، ثم نمثل كل قيمة ممكنة للطاقة بخط أفقي . فاذا كان الالكترون حراً ، أي إذا كانت طاقته موجبة ، أمكنه أن يأخذ أية طاقة ، فاستطاع اذن أن يتحرك بأية سرعة . لكن طاقات الربط ليست كيفية . بل ينبغي للالكترون أن يأخذ



الشكل (٣٨ – ٩)
مخطط الطاقة للذرة ، يبين عدة انتقالات ممكنة

واحدة من قيم الطاقة المسموح بها ، وهي القيم المبينة في الشكل (٣٨ – ٩) .

والآن لنسمّ قيم الطاقة المسموح بها E_0 ، E_1 ، E_2 ، E_3 . فاذا كانت الذرة في البدء في احدى هذه « الحالات المثارة » ، E_1 ، E_2 ،الخ ، فانها لاتبقى في تلك الحالة الى الأبد ، بل إنها تهبط ، عاجلاً أو آجلاً ، إلى حالة أخفض ، وتشع طاقة على شكل ضوء . ويتعين تواتر الضوء الصادر باستخدام مبدأ انحفاظ الطاقة ، بالإضافة الى العلاقة (1—38) التي تربط بين تواتر الضوء وطاقته حسب متطلبات الميكانيك الكوانتي . وعلى هذافان تواتر الضوء الصادر في انتقال من الطاقة E_3 إلى الطاقة E_1 (على سبيل المثال) هو :

$$\omega_{31} = (E_3 - E_1)/\hbar \qquad (38-14)$$

ويعتبر هذا التواتر اذن تواتراً مميزاً للذرة ، وهو يعرّف خط اصدار طيفي . ونذكر كانتقال آخر ذلك الذي تنتقل فيه الذرة من E_3 إلى E_0 . إن مثل هذا الانتقال ذو تواتر مختلف هو :

$$\omega_{30} = (E_3 - E_0)/\hbar \qquad (38-15)$$

وهناك امكان آخر ، كأن تهبط ذرة مثارة بطاقة E_1 الى الحالة الدنيا E_0 . ويصدر عن هذا الهبوط فوتون تواتره هو :

$$\omega_{10} = (E_1 - E_0)/\hbar \qquad (38-16)$$

ان السبب من وراء ايراد هذه الانتقالات الثلاثة هو ان نشير الى علاقة هامة تنتج بسهولة من العلاقات (14 — 38) و (15 — 38) و (16 — 38) ، وهذه العلاقة هي :

$$\omega_{30} = \omega_{31} + \omega_{10} \qquad (38-17)$$

وبصورة عامة ،اذا وجدنا خطين طيفيين ، فإننا نتوقع ان نجد خطاً آخر بتواتر

يساوي مجموع التواترين (أو الفرق بينهما) ؛ ويتبين لنا ايضاً انه يمكن فهم كل الخطوط بإيجاد سلسلة من السويات يقابل كل خط منها الفرق في الطاقة بين زوجين من السويات . ان هذا التوافق العجيب في التواترات الطيفية لوحظ قبل اكتشاف الميكانيك الكوانتي ، ويدعى بمبدأ ريتز في الضم . وهو سر خفي من وجهة نظر الميكانيك الكلاسيكي . وكفانا الآن حديثاً عن فشل الميكانيك الكلاسيكي في المجال الذري ، فقد بيّنا ذلك بما فيه الكفاية .

لقد سبق لنا أن قلنا عن الميكانيك الكوانتي انه يمثل بسعات تسلك سبيل الموجات ، من حيث أن لها تواترات واعداداً موجية معينة . ودعنا الآن نشاهد كيف ينبثق ، من وجهة نظر السعات ، المفهوم القائل ان للذرة حالات طاقة محدّدة . ان ذلك امر لا نستطيع فهمه اعتماداً على ما قلناه حتى الآن ؛ إلا أننا جميعاً على علم بالحقيقة القائلة أن للموجات المحصورة في حيز تواترات محددة . فمثلاً ، اذا كان الصوت محصوراً في انبوب الارغن ، او اي شيء يشبهه ، فهناك اكثر من طريقة يستطيع الصوت ان يهتز بها ، الا انه يوجد تواتر محدد من اجل كل طريقة . وهكذا فإن للجسم الذي يحصر الامواج تواترات تجاوب معينة . وعلى هذا يعتبر تشكل الأمواج بتواترات محدّدة فقط خاصة من خواص الأمواج في مكان محصور ، وهذا موضوع سوف ندرسه بالتفصيل مع علاقاته فيما بعد . ولما كانت العلاقة العامة تقوم بين تواترات الاتساع والطاقة ، فلن يدهشنا وجود طاقات محددة ترافق الالكترونات المقيدة في الذرة .

٣٨ ـ ٦ : تأويلات فلسفية philosophical implications

لنتأمل بإيجاز بعض التأويلات الفلسفية للميكانيك الكوانتي . فكما هو الحال دائماً ، يوجد للمسألة وجهان : الاول هو التأويلات الفلسفية في مجال الفيزياء ، والثاني هو توسيع الامور الفلسفية لتشمل مجالات أخرى . وعندما تؤخذ

الافكار الفلسفية المرتبطة بالعلم لتُقْحم في مجال آخر ، فإنه يصيبها في أغلب الاحيان تشويه تام . لذلك سوف نقصر ملاحظـــاتنا على الفيزياء نفسها قدر الامكان .

قبل كل شيء ، تعتبر فكرة مبدأ الارتياب اكثر الجوانب أهمية ؛ اذ يقضي هذا المبدأ بأن المشاهدة تؤثر في الظاهرة . ولقد ادرك الناس منذ القديم ان مشاهدة ظاهرة ما يؤثر فيها ، الا أن الاثر هنا لا يمكن اهماله ، او جعله أصغرياً ، او تقليله بشكل اختياري ، وذلك عن طريق اعادة ترتيب الجهاز . أي اننا عندما ننظر في ظاهرة معينة ، فاننا لا نستطيع ان نتجنب تشويشها تشويشاً اصغر محدداً ، وهذا التشويش ضروري لتناسق وجهة النظر . ولقد كان للمشاهد شأن في بعض الاحيان ، قبل عهد الفيزياء الكوانتية ، لكن شأنه كان هيناً لا يؤبه له كثيراً . ولقد تساءل المتسائلون في ما مضى : لو سقطت شجرة في غابة ، ولم يوجد احد هناك لسماعها ، فهل تحدث ضجيجاً ؟ الجواب عن ذلك هو انه اذا سقطت شجرة حقيقية في غابة حقيقية ، فانها تحدث بالطبع صوتاً ، حتى ولو لم يكن أحد هناك . فحتى اذا لم يوجد احد يسمعها ، فهناك آثار اخرى باقية : اذ يحرك الصوت بعض الاوراق ، واذا كنا شديدي الحرص فلربما وجدنا في مكان ما ان شوكة قد حكّت ورقة وجعلت فيها خدشاً دقيقاً لا يمكن تفسيره ما لم نفترض أن الورقة كانت تهتز . وهكذا نجد انفسنا بشكل ما مرغمين على الاعتراف أن صوتاً قد حدث . وكان يمكن ان نسأل : هل كان هناك احساس بالصوت ؟ كلا ، فلعل الاحساسات مرتبطة بالادراك . ونحن لانعلم هل النمل مدرك أم لا ، وهل كان في الغابة نمل أم لم يكن ، وهل كانت الشجرة مدركة أم لم تكن . لنترك المسألة اذن على ذلك النحو .

وثمة شيء آخر أكد عليه الناس منذ أن نشأ الميكانيك الكوانتي ، ألا وهو

الفكرة التي مفادها أنه ينبغي علينا أن لانتكلم عن تلك الأشياء التي لانستطيع قياسها . (وفي الحقيقة فإن نظرية النسبية قالت بهذا أيضاً .) وما لم يكن الشيء قابلاً للتعريف عن طريق القياس ، فلا مكان له في النظرية . ولما كانت قيمة الاندفاع الدقيقة لجسم متوضع مقداراً غير قابل للتعريف عن طريق القياس ، فلا مكان لها إذن في النظرية . ولننتبه إلى أن الفكرة القائلة أن هذا هو عيب النظرية الكلاسيكية ليست إلا موقفاً خاطئاً . فهو تحليل للحالة غير دقيق . إن عدم تمكننا من قياس الموضع والاندفاع بدقة لاينبغي أن يلزمنا ، بداهة ، بأن لانستطيع الكلام عنها . انه يعني فقط أننا غير مجبرين على الكلام عنها .

ان الحالة في العلوم هي بالشكل التالي : إذا كان لدينا مفهوم ، أو فكرة ، لانستطيع أن نقيسه ، أو لا نستطيع أن نرجعه مباشرة إلى التجربة ، فإن هذا المفهوم قد يكون مفيداً أو قد لايكون . وانما نعلم أنه ليس هناك ما يفرض وجوده في النظرية . وبعبارة أخرى ، لنفرض أننا نقارن بين النظرية الكلاسيكية للعالم والنظرية الكوانتية له ، ولنفرض أنه من الثابت تجريبياً أننا نستطيع أن نقيس الموضع والاندفاع بشكل غير دقيق فقط . فالسؤال الآن هو فيما إذا كانت فكرتا الموضع المضبوط للجسم ، والإندفاع المضبوط له ، فكرتين صحيحتين أم لا . إن النظرية الكلاسيكية تُقر بصحة الفكرتين ، أما النظرية الكوانتية فلا تقر بذلك . إن هذا في حد ذاته لايعني أن النظرية الكلاسيكية خاطئة . فعندما اكتُشف الميكانيك الكوانتي الجديد ، قال الفيزيائيون الكلاسيكيون جميعهم ، أي جميع الفيزيائيين باستثناء هايزنبرغ وشرودنغر وبورن ، « ليست نظريتكم صالحة أبداً ، لأنكم لاتستطيعون الاجابة عن اسئلة كالاسئلة التالية : ماهو الموضع المضبوط للجسيم ؟ ، ومن أي ثقب يمر ؟ ، وأسئلة أخرى » . لقد كان جواب هايزنبرغ : « لست ملزماً بالاجابة عن مثل هذه الأسئلة ، لأنكم لا تستطيعون طرح مثل هذا السؤال

تجريبياً . » والواقع اذن هو أننا لسنا ملزمين بذلك . لننظر في نظريتين (أ) و (ب) ؛ فالنظرية (أ) تشتمل على فكرة لايمكن اختبارها مباشرة لكنها تستعمل في التحليل ، والنظرية الثانية ، (ب) ، لاتتضمن هذه الفكرة . فإذا اختلفت النظريتان في تنبؤاتها ، فلا يمكن للمرء أن يدعي ان النظرية (ب) خاطئة لأنها لاتستطيع أن تفسر هذه الفكرة الموجودة في النظرية (أ) ، لأن تلك الفكرة هي إحدى الأشياء التي لا نستطيع اختبارها مباشرة . ومن المفيد ان نعلم اي الأفكار لا يمكن اختبارها مباشرة ، إلا انه ليس ضرورياً ان نزيلها جميعاً . إنه ليس صحيحاً اننا نستطيع ان نتابع دراسة العلم بشكل تام بالاقتصار على استخدام المفاهيم التي تخضع للتجربة خضوعاً مباشراً .

potential wave function

توجد في الميكانيك الكوانتي نفسه سعة للتابع الموجي ، ويوجد فيه كمون ، كما يوجد فيه العديد من المفاهيم التي لانستطيع ان نقيسها مباشرة . إن اساس العلم هو قدرته على التنبؤ . والتنبؤ يعني ان ننبيء بما سيحدث في تجربة لم يسبق ان اجريت على الاطلاق . وكيف يمكننا ذلك ؟ يمكننا ذلك بأن نفترض اننا نعلم ماهو موجود ، وذلك بصورة مستقلة عن التجربة . وينبغي علينا ان نستدرج التجارب إلى منطقة لم تكن قد اجريت فيها بعد . ينبغي علينا ان نأخذ مفاهيمنا ونوسعها لتشمل اماكن لم يسبق لها ان اختبرت فيها بعد . فاذا لم نفعل ذلك ، لم نستطع ان نتنبأ . لذلك فقد كان من المعقول تماماً ان يفترض الفيزيائيون الكلاسيكيون ان مفهوم الموضع ، الذي يعني بشكل واضح شيئاً ما بالنسبة لكرة البسبول ، يعني ايضاً شيئاً ما بالنسبة للالكترون . إن ذلك لم يكن غباء ، بل كان اجراء عاقلاً ومدركاً . نحن نقول اليوم اننا نفترض صحة قانون النسبية في كل الطاقات ، لكن شخصاً ما قد يأتي في يوم من الأيام ليقول كم كنا نحن اغبياء . فنحن لانعلم اين نكون « اغبياء » حتى « نحتكم الى التجربة » . ولذلك فان خير ما نفعله هو ان نحتكم الى التجربة . والسبيل

الوحيد لمعرفة اننا على خطأ هو ان نجد ما هي تنبؤاتنا . ولذلك فلا بد لنا من ان نضع المفاهيم ونختبرها .

لقد قدمنـــا فيما سبق عدة ملاحظات حول انعدام التحديد في الميكانيك الكوانتي . وكان معنى ما قلناه اننا غير قادرين الآن على التنبؤ بما سيحدث في الفيزياء في ظروف فيزيائية معطاة قد تم ترتيبها بقدر وافر من العناية والحرص. فإذا كانت لدينا ذرة في حالة مثارة ، بحيث أنها في طريقها الى إصدار فوتون ، فإننا لانستطيع ان نقول متى ستُصدر الفوتون . ان لها سعة معينة لاصدار الفوتون في اية لحظة ، ونحن لانستطيع سوى ان نتنبأ باحتمال الاصدار ، فلا نستطيع ان نتنبأ بالمستقبل بشكل دقيق.. لقد ادى هذا الى نشوء اشكال عديدة من السخف والتساؤلات بشأن حرية الاختيار ، كما ادى الى الفكرة التي مفادها ان العالم يسوده عدم التعيين .

ومن الطبيعي انه ينبغي علينا أن نؤكد ان الفيزياء الكلاسيكية هي ايضاً غير معينة،بشكل ما . ويظن عادة ان انعدام التعيين هذا ، اي عدم استطاعتنا التنبؤ بالمستقبل ، هو شيء هام يرجع الى الميكانيك الكوانتي ، ويقال ان هذا يفسر سلوك العقل ، وشعورنا بالارادة الحرة ، الخ . . لكنه لو كان العالم كلاسيكياً ، أي أنه لو كانت قوانين الميكانيك كلاسيكية ، لما كان مؤكداً ان العقل لن يشعر الشعور نفسه تقريباً . انه لصحيح من الوجهة الكلاسيكية أننا لو علمنا الموضع والسرعة لكل جسيم من جسيمات العالم ، او من جسيمات صندوق غاز ، لاستطعنا التنبؤ بما سيحدث بشكل دقيق . ولذا فان العالم الكلاسيكي هو عالم حتمي . ولكن افترض ان دقتنا محدودة ، واننا ، وان كنا نعلم كل شيء عن ذراتنا ، فان الدقة الكاملة تخوننا في معرفة موضع ذرة واحدة فقط ؛ وافترض ان خطأنا في معرفة موضعها لا يتعدى جزءاً واحداً من

مليار جزء . إلا أن هذه لا تلبث ، وهي في طريقها ، أن تصدم ذرة اخرى . ولما كنا لا نعلم الموضع بدقة افضل من جزء واحد في المليار ، فان خطأنا في معرفة الموضع يصبح ، بعد الاصطدام ، اكبر مما كان قبله . ويتضخم هذا الخطأ أيضاً بالطبع في الاصطدام التالي ، بحيث اننا لو بدأنا بخطأ زهيد فقط ، فانه يتضخم بسرعة الى ارتياب كبير جداً . لنعط مثلاً على ذلك : إذا طفى الماء في سد ، فانه يتساقط على شكل رذاذ . وإذا وقفنا بجواره ، فان قطرة سوف تسقط على أنفنا احياناً . ويبدو لنا أن هذا يحدث بصورة عشوائية تماماً ، ومع ذلك فان مثل هذا السلوك تتنبأ به القوانين الكلاسيكية الصرفة . ان الموضع الدقيق لكل القطرات يتعلق بالتحركات السريعة المحددة للماء قبل ان ينسكب من السد . وكيف يكون ذلك ؟ ان سببه هو ان اصغر الاختلالات في النظام تتضخم بسبب السقوط ، بحيث اننا نحصـــل على عشوائية تامة . ومن الجلي أننا لا نستطيع حقاً ان نتنبأ بموضع القطرات ما لم نعلم حركة الماء بدقة مطلقة .

وبكلام أدق نقول ، انه من اجل دقة كيفية معطاة ، مهما كان مبلغ هذه الدقة ، فان المرء يستطيع ان يجد زمناً طويلاً بقدر كاف بحيث لا نستطيع ان نقوم بتنبؤات تبقى صالحة الى تلك الفترة . والمهم الآن هو ان هذا المجال الزمني ليس كبيراً جداً . فهذا الزمن لا يصل الى ملايين من السنين ، حتى ولو كانت الدقة جزءاً واحداً من المليار . وفي الحقيقة ، فان الزمن يزداد بشكل لوغاريتمي فقط مع الخطأ ، وهذا يعني ان زمناً قصيراً جداً فقط يكفي لضياع كل معلوماتنا . فلو جعلنا الدقة تساوي جزءاً واحـداً من مليارات مليارات المليارات ، مهما كان عـــدد المليارات ، شريطة ان نقف عند رقم ما ، فاننا نستطيع ان نجد فترة زمنية ، أقل من الفترة الزمنية التي استغرقت لذكر الدقة ، لانستطيع بعدها اطلاقاً أن نتنبأ بما سيحدث ! انه ليس من الانصاف ،

اذن في شيء أن نقول ان الحرية الظاهرة وانعدام التعيين في العقل البشري ، كان ينبغي ان يجعلانا ندرك ان الفيزياء « الحتمية » الكلاسيكية عاجزة عن فهم هذا العقل ، وكان ينبغي ان يدعوانا الى الترحيب بالميكانيك الكوانتي كمحرر من كونٍ « كأنه آلة ميكانيكية » . ذلك ان الميكانيك الكلاسيكي نفسه يحوي عدم التعيين اذا نظرنا إليه من وجهة النظر العملية .

★ ★ ★

تمارين ومسائل

٣٨ — ١ : وجد بستاني أن من السهل عليه أن يغرس شجرتين في خط، ولكن من الاصعب أن يفعل ذلك بثلاث شجرات . إلا أنه تمكن بفضل خبرته واستخدامه قواعد علم المساحة استخداماً حسناً ، من أن يغرس أربعاً وستين شجرة صغيرة على هيئة شبكة مربعة ، جهاتها هي الشرق والغرب والشمال والجنوب ، فغرس ثماني شجرات في كل صف ، وجعل عدد الصفوف ثمانية ، وجعل طول ضلع مربعه الأساسي ستة أمتار . وعندما وقف في إحدى زوايا بستانه ، شاهد ثلاث خطوط ، في كل منها ثماني شجرات احداها الشجرة التي في الزاوية التي يقف فيها ، وخطين في كل منهما أربع شجرات،وأربع خطوط في كل منها ثلاث شجرات . والمطلوب :

(أ) ماذا كانت أقل زاوية بين خطين متجاورين من تلك الخطوط التسعة ؟

(ب) ماذا كانت أكبر مسافة بين شجرتين متعاقبتين في أي من تلك الخطوط ؟

(حـ) في «بستان لا نهائي»،رسم على منوال هذه الشبكة الاساسية، يظهر كل خط من هذه الخطوط ، إذا ما نظر اليه راكب في طائرة ، كواحد من مجموعة خطوط متوازية مكسية بالاشجار بصورة جيدة . ويمكن النظر الى المسافة بين خطين متوازيين متجاورين ، من أي مجموعة ، على انه « الفراغ الشبكي » . أوجد الفراغ الشبكي

لمجموعتين متعاقبتين من الواجهة الجنوبية للبستان الى الخط الذي يميل بزاوية 45° .

٣٨ – ٢ : تتوالى ذرات الكلور والصوديوم في بلـّورة كلور الصوديوم بصورة متعاقبة عند زوايا شبكةفراغية مكعبة، أقصربعد فيها بين ذرة Na وذرة Cl هو d=2.82 A° . أوجد أكبر خمس مسافات تفصل بين المستويات لبلورة كلور الصوديوم ، ثم أوجد الزوايا التي ينبغي أن يحصل عندها انعكاس براغ من المرتبة الأولى من أجل هذه المستويات ، وذلك اذا كان طول موجة الأشعة السينية المستخدمة 1.50 A° .

٣٨ – ٣ : تعلمنا في الفقرة (٣٢ – ٣) أن الذرة المثارة تشع طاقتها بمعدل معين ، له اثر في الحد من « حياة » الحالة المثارة ، وفي تحديد عرض الخط الطيفي المقابل ايضاً . بيّن ان هذه التأثيرات ، المفسرة بمثابة ارتيابات في طاقة الفوتون وفي زمن قياسها (أو في الاندفاع وفي الموضع) هي على وفاق مع مبدأ الارتياب .

٣٨ – ٤ : (أ) اختبر بالتحليل البعدي الخاص بك « نصف قطر بور » لذرة الهدروجين .

(ب) بيّن باستخدام مبدأ الارتياب ان الطاقة اللازمة لنزع الكترون من البروتون المرافق له في الهدروجين هي من رتبة بضعة الكترونات فولط .

٣٨ – ٥ : يلاحظ في طيف ما فوق البنفسجي للهدروجين أنه توجد سلسلة من خطوط تعرف باسم سلسلة ليمان . والأطوال الموجية مقـدرة بوحدات الانغستروم ، لأطول ثلاثة خطوط من هذه السلسلة هي كما يلي : 1216 , 1026 , 973

احسب الاطوال الموجية لثلاثة خطوط محتملة أخرى في طيف الهدروجين ، يمكن أن «نتنبأ بها » في ضوء هذه المعلومات وحدها ، وبالاستناد الى مبدأ ريتز في الضم . يقع خطان من هذه الخطوط في المجال المرئي (سلسلة بالمر) ، ويقع الخط الثالث في مجال الاشعة تحت الحمراء (الخط الاول من سلسلة باشن) .

* * *

الفصل التاسع والثلاثون

The Kinetic theory of gases

النظرية الحركية للغازات

٣٩ ـ ١ : خواص المادة properties of matter

نبدأ بهذا الفصل موضوعاً جديداً سيشغلنا لبعض الوقت. فهو يشكل القسم الاول من التحليل المتعلق بخواص المادة ، من وجهة النظر الفيزيائية ، وهو التحليل الذي نحاول به ان نفهم لماذا تسلك التجمعات المختلفة للذرات ، السلوك الذي هي عليه ، آخذين بعين الاعتبار ان المادة مكونة من عدد كبير جداً من الذرات ، أو الاجزاء الاولية ، التي تتفاعل كهربائياً وتخضع لقوانين الميكانيك .

من الواضح ان هذا موضوع عسير ، واننا لنؤكد منذ البداية أنه حقاً موضوع جدّ عسير ، وانه ينبغي علينا ان نعالجه بطريقة تختلف عن الطريقة التي عالجنا فيها المواضيع الاخرى من قبل . ففي حالة الميكانيك ، وفي حالة الضوء ، كان باستطاعتنا ان نبدأ بنصوص دقيقة لبعض القوانين ، كقوانين نيوتن ، أو عبارة الحقل الناتج عن شحنة متسارعة ، ومن تلك القوانين كنا نفهم مجموعة formula كاملة من الظواهر ؛ كما ان هذه القوانين كانت تعطي أساساً لفهمنا الميكانيك والضوء منذ ذلك الحين حتى الآن . فمنهجنا ذاك كان أننا قد نتعلم أكثر فيما بعد ،

لكننا لن نتعلم فيزياء جديدة ، بل نتعلم فقط طرائق افضل في التحليل الرياضي لمعالجة الحالة .

ولكننا لانستطيع ان نستخدم هذه الوسيلة بشكل فعال في دراسة خواص المادة . فبإمكاننا ان ندرس المادة بطريقة بدائية جداً فقط ؛ ذلك ان المادة موضوع يبلغ تعقيده حداً لا يسمح لنا بأن نجري التحليل مباشرة بدءاً من القوانين الاساسية المتعلقة بها ، تلك القوانين التي هي ليست سوى قوانين الميكانيك والكهرباء . لكن هذه القوانين تضعنا بعيداً عن الخواص التي نرغب في ان ندرسها ، اذ تبقى هناك خطوات عديدة للوصول من قوانين نيوتن الى خواص المادة ، كما ان هذه الخطوات ، بحد ذاتها لا تخلو من التعقيد . سنبدأ الآن بالقيام ببعض هذه الخطوات ، إلا أنه في حين أن العديد من تحليلاتنا سيكون دقيقاً تماماً ، فان التحليلات تغدو في النهاية أقل دقة : فدراستنا لخواص المادة ستكون دراسة تقريبية فقط .

ان أحد الأسباب التي تجعلنا نقوم بالتحليل بصورة غير كاملة هو أن الرياضيات اللازمة له تتطلب فهماً عميقاً لنظرية الاحتمال ؛ فنحن لن نسعى أبداً الى معرفة الحركة الحقيقية لكل ذرة ، بل سنسعى الى حساب عدد الذرات المتحركة هنا وهناك بصورة وسطية ، والاحتمالات النسبية للآثار المختلفة . وهكذا فان هذا الموضوع يتطلب معرفة بنظرية الاحتمال ، وليست معلوماتنا الرياضية مهيأة له بعد بشكل كاف ، كما اننا لا نريد ان نرهقها كثيراً .

والسبب الثاني ، والأكثر أهمية من الناحية الفيزيائية ، هو ان سلوك الذرات الحقيقي لا يخضع للميكانيك الكلاسيكي ، بل للميكانيك الكوانتي ، ولذلك لا يمكن ان نفهم الموضوع فهماً صحيحاً حتى نفهم الميكانيك الكوانتي . فالحالة هنا ليست كحالة كرات البليارد والسيارات ، بل الفرق بين قوانين الميكانيك الكلاسيكي وقوانين الميكانيك الكوانتي فرق ذو أهمية كبيرة ومغزى

عظيم، بحيث ان كثيراً من الاشياء التي سنستنتجها عن طريق الفيزياء الكلاسيكية ستكون بشكل اساسي غير صحيحة. ولذا فان بين ماستعلمه الآن اشياء ينبغي علينا ان ننبذ قسماً منها من اذهاننا فيما بعد؛ الا اننا، على كل حال، سنشير الى كل حالة تكون النتيجة فيها غير صحيحة، بحيث نعرف اين تقع «الحدود». ولقد كان أحد الأسباب في دراسة الميكانيك الكوانتي في الفصول السابقة هو اعطاء فكرة تقريبية عن سبب كون الميكانيك الكلاسيكي غير صحيح في الاتجاهات المختلفة.

لماذا نعالج الموضوع الآن اصلاً؟ لماذا لا ننتظر نصف عام، أو عاماً، إلى أن نعرف رياضيات الاحتمال بشكل افضل، والى ان نتعلم شيئاً عن الميكانيك الكوانتي، فنستطيع عندئذ أن نعالجه بطريقة اكثر اصالة؟ ان الجواب هو ان هذا الموضوع عسير، وان افضل طريقة لتعلمه هي أن تقوم بذلك ببطء! وأول شيء علينـا أن نفعله هو ان نأخذ فكرة ما، بشكل تقريبي، عما ينبغي ان يحدث في حالات مختلفة؛ ثم نعمد بعدئذ، وبعد ان نكون قد تعلمنا القوانين بشكل افضل، الى صياغتها بصورة افضل.

ان اي شخص يريد ان يحلل خواص المادة في مسألة واقعية قد يرغب في ان يبدأ بكتابة المعادلات الأساسية اولاً، على ان يسعى الى حلها رياضياً بعد ذلك. وعلى الرغم من ان هناك اناساً يحاولون ان يسلكوا هذه الطريق، فانهم يفشلون في ذلك، ولا ينجح إلا الذين يبدؤون من وجهة نظر فيزيائية، أي الذين لديهم فكرة تقريبية عن مسعاهم تجعلهم يبدؤون بتبني النوع الصحيح من التقريبات؛ الذين يعلمون ما هو الكبير وما هو الصغير في وضع معقد معين. ان هذه المسائل معقدة لدرجة تجعل من الادراك الاولي، على الرغم من عدم دقته وعدم كماله، أمراً يُسعى إليه، ولذا فان الموضوع سيكون مما سنعود

إليه مرات ومرات ، وفي كل مرة بدقة اكثر من سابقتها ، وذلك اثناء سيرنا في دراسة الفيزياء .

وهناك سبب آخر يجعلنا نبدأ هذا الفصل الآن هو انه سبق لنا ان استعملنا كثيراً من هذه الأفكار في الكيمياء ، على سبيل المثال ، كما انه سبق لنا ايضاً ان سمعنا عن بعض منها حتى في الدراسة الثانوية . ويبقى من المهم ان نعلم الأساس الفيزيائي لهذه الامور .

لنذكر مثالاً مهماً نعلمه جميعاً ، وهو أن الحجوم المتساوية من الغازات تحتوي على العدد نفسه من الجزيئات ، إذا كانت في ضغط واحد ودرجة حرارة واحدة . إن قانون النسب المضاعفة ، الذي ينص على أنه عندما تتحد غازات ، في تفاعل كيميائي ، فان الحجوم اللازمة تبقى دائماً بنسب بسيطة تامة ، كان قد فُهِمَ من قِبَل أفوكادرو على أنه يعني أن الحجوم المتساوية تحوي أعداداً متساوية من الذرات . والآن لماذا تحوي هذه الحجوم المتساوية أعداداً متساوية من الذرات ؟ هل بإمكاننا أن نستنتج من قوانين نيوتن أن أعداد الذرات ينبغي أن تكون متساوية ؟ إننا في هذا الفصل سنوجه كلامنا إلى تلك المسألة الخاصة . أما في الفصول التالية ، فسندرس ظواهر مختلفة أخرى تتضمن الضغوط ، والحجوم ، ودرجة الحرارة ، وكمية الحرارة .

سوف نجد أيضاً أن الموضوع يمكن أن يُطرق من وجهة نظر غير ذرية ، وأن هناك العديد من العلاقات التي تربط بين خواص المواد . فعلى سبيل المثال ، إذا ضغطنا شيئاً ما ، فإنه يسخن ؛ وإذا سخناه ، فإنه يتمدد . هناك علاقة بين هاتين الحقيقتين يمكن استنتاجها بصورة مستقلة عن الآلية التي تكمن فيهما . ويدعى هذا الموضوع بالترموديناميك (أو التحريك الحراري) . إن التعمق في فهم الترموديناميك يأتي ، بالطبع ، من فهم الآلية الحقيقية الكامنة فيه ،

وذلك ما سنفعله : أي سوف نأخذ بوجهة النظر الذرية منذ البداية ، ونستعملها لفهم خواص المادة المختلفة وقوانين الترموديناميك .

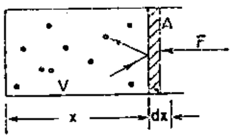
دعنا ، بعد ذلك ، ندرس خواص الغازات استناداً على قوانين نيوتن في الميكانيك .

٣٩ ـ ٢ : ضغط الغاز The pressure of gas

نحن نعلم أولاً أن الغاز يضغط على ماحوله ، وعلينا أن ندرك بوضوح سبب هذا الضغط . فلو كانت آذاننا أكثر حساسية بعدة اضعاف مما هي عليه لسمعنا ضجيجاً صاخباً مستمراً . لكن التكوين والنشوء لم يصلا بالاذن الى تلك الدرجة من الحساسية ، لانها كانت تكون عديمة الفائدة لو كانت اشد حساسية مما هي عليه بكثير ، إذ كنا سنسمع عندئذ لغطاً دائماً . والسبب في ذلك هو أن طبلة الاذن على تماس مع الهواء ، والهواء عبارة عن عدد هائل من الجزيئات التي تتحرك حركة دائمة ، والتي تصطدم بطبلة الاذن . وعند اصطدام جزيئات الهواء بطبلات الآذان فإنها تحدث صوتاً غير منتظم ، هو : بوم ، بوم ، بوم ... وهو صوت لانسمعه لأن الذرات صغيرة جداً ، ولأن حساسية الاذن ليست كافية لتمييز هذا الصوت . وتكون نتيجة هـذا الضرب المتواصل من جزيئات الهواء على طبلة الاذن أن تندفع الطبلة بعيداً ، لكنه ، بطبيعة الحال ، توجد ضربات دائمة متساوية من الذرات على الجانب الآخر لطبلة الاذن ، وهكذا تكون القوة الحاصلة المؤثرة في الطبلة مساوية للصفر . فلو أخرجنا الهواء من أحد الجانبين ، أو غيرنا المقادير النسبية للهواء على الجانبين ، لاندفعت طبلة الاذن عندئذ إلى أحد الجانبين او الى الجانب الآخر ، لأن مقدار الضرب على أحد الجانبين يصبح أكبر من الضرب على الجانب الآخر . اننا نشعر أحياناً بهذا الاثر المزعج عندما نصعد للأعلى بسرعة كبيرة في مصعد كهربائي أو في

طائرة ، وبصورة خاصة إذا كنا مصابين بالرشح الشديد (إذا ما أصبنا بالرشح ، فإن الالتهاب يغلق الانبوب الذي يصل الهواء على الوجه الداخلي للطبلة بهواء الوجه الخارجي من خلال الحنجرة ، وهكذا لايمكن للضغطين أن يتساويا بسرعة) .

وإذا أردنا أن نحلل الوضع بصورة كمية ، فلنتصور أنه يوجد لدينا حجم من غاز موضوع في صندوق ، وان عند احد طرفي الصندوق مكبس يمكن أن يتحرك ، كما في الشكل (٣٩-١) . إننا نود أن نحسب القوة المؤثرة على المكبس منطلقين من الحقيقة القـــائلة بوجود ذرات في الصندوق . ليكن V حجم الصندوق ، ولنتذكر ان الذرات التي تتحرك داخل الصندوق بسرعات مختلفة تصطدم بالمكبس . لنفرض أنه لايوجد شيء على الجانب الخارجي من المكبس ، أي انه يوجد هناك خلاء تام . فماذا يحدث



الشكل (٣٩ - ١)
ذرات الغاز في صندوق ذي مكبس عـــديم الاحتكاك

عندئذ ؟ لو ترك المكبس وحده دون أن يمسك به أحد ، لتلقّى اندفاعاً صغيراً في كل مرة يُصْدَم بها ، و لانْدَفَع تدريجياً خارج الصندوق. وهكذا فلكي نمنع المكبس من الخروج من الصندوق ، علينـــا أن نمسكه بقوة F . والمسألة المطروحة هي : ماهو مقدار هذه القوة ؟ ان احدى الطرق للتعبير عن القوة هي أن نتكلم عن القوة بوحدة السطح : فاذا كانت A هي مساحة المكبس ، فان القوة عليه ستكتب على شكل عدد مضروب في السطح . فنعرف الضغط اذن بأنه القوة التي ينبغي تطبيقها على المكبس ، مقسومة على سطحه ويكون :

$$P = F/A \qquad (39-1)$$

ولكي نتأكد من أننا نفهم الأمر حقاً ، نسعى إلى حساب مقدار يلزمنا ،

على كل حال ، لغاية أخرى . وهذا المقدار هو العمل التفاضلي dW ، المبذول في ضغط الغاز عند تحريك المكبس مسافة تفاضلية dx — ، وهو طبعاً يساوي القوة مضروبة بالمسافة التي نضغطه بها . فهذا العمل يساوي اذن ، وفقاً للمعادلة (39—1) ، الضغط مضروباً في السطح ، مضروباً في المسافة ، أي أنه يساوي ناقص جداء الضغط في تغير الحجم :

$$dW = F\ (-dx) = -PA\,dx = -P\,dV \qquad (39\text{–}2)$$

(ان جداء المساحة A في المسافة dx يساوي تغير الحجم) . وقد وضعت اشارة الناقص لأننا ننقص الحجم، أثناء ضغط الغاز . ولو أمعنا النظر في الأمر، لأمكننا أن نرى أن ضغط الغاز يتطلب صرف عمل عليه .

ما مقدار القوة التي ينبغي أن نطبقها لتوازن تصادم الجزيئات بالمكبس ؟ يتلقى المكبس مقداراً محدداً من الاندفاع في كل عملية تصادم . وسينصب على المكبس مقدار محدد من الاندفاع في كل ثانية ، فيشرع بسبب ذلك في الحركة. ولمنعه من الحركة ، ينبغي علينا أن نسحب منه بقوتنامقداراً مماثلاً من الاندفاع في الثانية . ومن الجلي ان القوة هي مقـــدار الاندفاع الذي ينبغي ان نصبه في كل ثانية . وهناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك : اذا تركنا المكبس وشأنه ، فانه يكتسب سرعة بسبب الضربات ؛ ونحصل في كل تصادم علىسرعة صغيرة إضافية ، وهكذا فانالسرعة تتزايد.والمعدل الذي يكتسب به المكبس السرعة ، أو يتسارع ، متناسب والقوة المطبقة عليه . وهكذا نرى ان القوة ، التي سبق ان قلنا انها تساوي جداء الضغط في السطح ، تساوي الاندفاع الذي تقدمه الى المكبس ، في كل ثانية ، الجزيئات التي تصدمه .

ان مسألة حساب الاندفاع في الثانية مسألة سهلة ، ويمكننا ان نفعل ذلك في مرحلتين . فنبدأ اولاً بحساب الاندفاع ، الذي تقدمه الى المكبس ، ذرة

واحدة معينة عند اصطدامها به . ثم نضرب هذا الاندفاع بعدد اصطدامات الذرات بالجدار في الثانية الواحدة . وتكون القوة عندئذ مساوية جداء هذين العاملين . والآن دعنا نرى ما هما هذان العاملان . سنفرض ، بادىء ذي بدء ، ان المكبس « عاكس » كامل للذرات . واذا كان غير ذلك ، فان النظرية بأكملها تصبح خاطئة ، وسيبدأ المكبس يسخن ، كما ان الامور ستتغير ، ولكن في النهاية ، حيث يكون التوازن قد اخذ مجراه ، فان النتيجة الحاصلة تكون ان الاصطدامات عملياً تامة المرونة . وبصورة وسطية ، فان كل جسيم يصل المكبس يغادره وهو يحمل الطاقة نفسها . وهكذا سنتخيل ان الغاز في وضع مستقر ، واننا لا نضيع طاقة في المكبس لأنه يبقى ثابتاً في مكانه . وفي هذه الشروط ، إذا وصل جسيم بسرعة معينـــة ، فانه يعود بالسرعة نفسها وبالكتلة نفسها .

لتكن **v** سرعة الذرة، ولتكن v_x هي مركبة السرعة **v** وفق المحور x ، فيكون mv_x مركبة الاندفاع « القادم » وفق المحور x ؛ لكن لدينا ايضاً مركبة للاندفاع « الراجع » مساوية للمركبة السابقة ، وهكذا يكون الاندفاع الكلي الذي يقدمه الجسيم للمكبس ، في عملية تصادم واحدة ، مساوياً $2mv_x$ ، وذلك لأن الجسيم قد « انعكس » .

والآن ، نحتاج الى عدد التصادمات التي تقوم بها الذرات في ثانية واحدة ، أو في فترة زمنية محـددة dt ؛ وبعدها نقسم على dt . ما هو عـــدد الذرات المتصادمة ؟ لنفترض أنه توجد N ذرة في الحجم V ، اي انه يوجد $n=N/V$ ذرة في كل وحدة حجم . لايجاد عدد الذرات التي تصدم المكبس ، نلاحظ انه ، من اجل فترة زمنية معينة t ، اذا كان للجسيم سرعة معينة باتجاه المكبس ، فانه سيصدمه خلال الزمن t ، شريطة ان يكون قريباً قرباً كافياً . أما اذا كان الجسيم بعيداً جداً ، فانه لا يقطع سوى جزء من الطريق نحو المكبس خـلال

الزمن t ، فلا يصل اذن الى المكبس . لذا يبدو جلياً ان تلك الجزيئات التي تقع على بعد $v_x t$ من المكبس هي الجزيئات الوحيدة التي ستصدم المكبس في الفترة t . وهكذا فإن عدد الاصطدامات ، في الزمن t ، يساوي عدد الذرات التي تقع في مجال يمتد مسافة $v_x t$. ولما كان سطح المكبس هو A ، فان الحجم الذي تشغله الذرات ، التي ستصطدم بالمكبس ، هو $v_x t A$. لكن عدد الذرات التي ستصطدم بالمكبس يساوي ذلك الحجم مضروباً في عـدد الذرات بوحدة الحجم ، أي $n v_x t A$. ومن الواضح أننا لا نريد العـدد الذي يصطدم في الفترة t ، بل نريد أن نعرف العدد الذي يصطدم بالمكبس في الثانية ، لذا فاننا نقسم على t ، ونحصل على $n v_x A$. (يمكن جعل الزمن t قصيراً جداً ؛ وإذا شعرنا أننا نريد أن نكون أكثر دقة ، فإننا ندعوه dt ، ثم نفاضـــل ، لكننا نحصل على الشيء نفسه) .

وهكذا نجد ان القوة هي :

$$F = n v_x \; A \cdot 2 m v_x \qquad (39-3)$$

لاحظ ان القوة تتناسب والسطح ، اذا ابقينا كثافة الجسيمات ثابتة ونحن نغير السطح ! ويكون الضغط عندئذ :

$$P = 2 n m v_x^2 \qquad (39-4)$$

والآن نلاحظ قليلاً من المصاعب في هذا التحليل : فأولاً لا يكون لكل الجزيئات سرعة واحدة ، كما انها لا تتحرك في اتجاه واحد ، أي ان المركبات v_x^2 تكون كلها مختلفة . ولـكي نجابه هذه الصعوبة ، فان ما ينبغي علينا فعله هو طبعاً ان نأخذ وسطي القيم v_x^2 ، اذ ان كلاً منها يساهم بنصيبه الخاص . ان ما نبغيه هو مربع v_x ، المحسوب وسطيه من اجل كل الجزيئات :

$$P = n\,m\,\langle v_x^2 \rangle \qquad (39-5)$$

هل نسينا أن ندخل العامل 2 ؟ كلا ؛ فمن أجل الذرات جميعها ، لايتوجه نحو المكبس سوى النصف ، أما النصف الآخر فانه يأخذ الاتجاه الآخر ، وإذا أخذنا $\langle v_x^2 \rangle$ ، نكون قد حسبنا متوسط مربعات v_x السالبة ، وكذلك مربعات v_x الموجبة . وهكذا نكون قد حصلنا على ضعف مانريد إذا أخذنا $\langle v_x^2 \rangle$ من غير تمييز . إن متوسط v_x^2 ، من أجل قيم v_x الموجبة ، يساوي متوسط v_x^2 من أجل كل قيم v_x ، مضروباً في نصف .

والآن نقول أنه عندما تصطخب الذرات ، فمن الواضح أنه ليس ثمة ما يميز « الاتجاه x » عن باقي الاتجاهات ، فالذرات قد تتحرك أيضاً للأعلى والأسفل ، للأمام والخلف ، مقبلة أو مدبرة . وعلى هذا يتبين لنا صحة قولنا أن $\langle v_x^2 \rangle$ ، وهو متوسط حركة الذرات في أحد الاتجاهات ، وكذلك المتوسطان في الاتجاهين الآخرين ، كلها متساوية :

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \qquad (39-6)$$

ولا يبقى سوى حساب رياضي معقد بعض التعقيد لملاحظة أن كلاً من هذه المقادير يساوي إلى ثلث مجموعها الذي يساوي بالطبع مربع طويلة السرعة :

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \langle v^2 \rangle /3 \qquad (39-7)$$

ولهذه العلاقة ميزة هي أنه لم يعد ثمة شيء يدعونا الى القلق بشأن أي اتجاه خاص ، وهكذا فاننا نكتب عبارة الضغط ثانية على الشكل :

$$P = \left(\frac{2}{3} \right) n \langle m v^2/2 \rangle \qquad (39-8)$$

إن السبب الذي دعانا لكتابة الحد الاخير على الشكل $\langle m v^2/2 \rangle$ هو أن

هذا يمثل الطاقة الحركية لحركة مركز كتلة الجزيء . ولذا ، فإننا نجد أن :

$$PV = N\left(\frac{2}{3}\right)\langle mv^2/2\rangle \qquad (39\text{-}9)$$

وبهذه المعادلة يمكننا حساب مقدار الضغط ، إذا عرفنا السرع .

لنأخذ غاز الهليوم كمثال بسيط جداً ، أو لنأخذ أي غاز آخر ، كبخار الزئبق ، أو بخار البوتاسيوم الذي درجة حرارته عالية ، أو الأرغون . وقد انتقينا هذه الغازات لأن الجزيئات فيها جميعاً ذرات وحيدة ، أي أننا يمكن أن نفترض من أجلها أنه لاتوجد حركة داخلية في الجزيء . أما لو كان لدينا جزيء معقد ، فلربما وجدت حركة داخلية ، كالاهتزازات المتبادلة ، أو شيء آخر . لنفرض أنه يمكننا أن نهمل ذلك ، وهذا يشكل في الحقيقة مسألة مهمة سيتحتم علينا الرجوع إليها ، لكن نتيجتنا الحالية ستبقى صحيحة . ونفترض أن حركة الذرات الداخلية يمكن اهمالها ، ولذا ، ومن أجل هذه الغاية، فان الطاقة الحركية لحركة مركز الكتلة هي كل الطاقة الموجودة . وهكذا فمن أجل غاز وحيد الذرة تكون الطاقة الحركية هي الطاقة الكلية . وبصورة عامة ، سندعو U بالطاقة الكلية (وهي تدعى في بعض الأحيان الطاقة الداخلية الكلية ؛ وقد نتساءل عن سبب ذلك ، إذ أنه لاتوجد طاقة خارجية للغاز) . فـ U اذن هي كل الطاقة العائدة لكل جزيئات الغاز ، أو الجسم مهما يكن .

سنفرض ، من أجل غاز وحيد الذرة ، أن الطاقة الكلية U تساوي عدد الذرات مضروباً بوسطي الطاقة الحركية لكل منها ، لأننا أهملنا احتمال وجود أية إثارة أو حركة داخل الذرات نفسها . وعندئذ ، وضمن هذه الظروف ، سيكون لدينا :

$$PV = \frac{2}{3} U \qquad (39-10)$$

وبالمناسبة ، يمكننا أن نتوقف هنا لنجيب عن السؤال التـالي : لنفرض أننا أخذنا وعاء يحوي غازاً وضغطنا الغاز ببطء ، فما مقـــدار الضغط الذي نحتاج إليه لتقليص الحجم ؟ من السهل أن نجد ذلك ، لأن الضغط هو ثلثا الطاقة مقسومة على الحجم V . فعندما نقلص الحجم ، نقوم بعمل على الغاز وبـذا نزيد من الطاقة U . وهكذا سنحصل على نوع ما من المعادلات التفاضلية : فاذا بدأنا في شروط معينة بطاقة معينة وحجم معين ، فاننا نعرف الضغط عندئذ . والآن لنبدأ بتقليص الغاز ، فبمجرد أن نفعل ذلك ، تزداد الطاقة U ويتناقص الحجم V ، ولذا فان الضغط يرتفع .

فعلينا اذن أن نحل معادلة تفاضلية ، ولسوف نفعل ذلك بعد برهـة . ولكن ينبغي أن نؤكد اولاً اننا نفترض أن كل العمل الذي نقوم به ، أثناء ضغطنا للغاز ، يذهب لزيادة طاقة الذرات في الداخل . ويمكننا أن نسأل ، « أليس ذلك أمراً لامفرّ منه ؟ وإلى أي مكان آخر يمكن أن يذهب العمل؟» ويتبين لنا في الواقع أنه يمكن للعمل أن يذهب إلى مكان آخر ، إذ يوجـد ما ندعوه « التسرب الحراري » من خلال الجدران : فالذرات الساخنة (أي ، سريعة الحركـة) التي تضرب الجدران ، تسخّن هذه الجدران ، فتضيـع بذلك طاقة . وسنفترض ، من أجل الحالة الحاضرة ، أن الأمر ليس كذلك .

على الرغم من أننا مازلنا نضع بعض الافتراضات الخـاصـة جداً فيما يتعلق بالغاز ، فلسوف نسعى إلى تعميم أوسع ، فنكتب محل العلاقـــة السابقة $PV = \frac{2}{3} U$ العلاقة التالية :

$$PV = (\gamma - 1) U \qquad (39-11)$$

ولقد وضعنا $(1-\gamma)$ مضروباً في U لاسباب اصطلاحية لأننا سندرس فيما بعد عدة حالات أخرى لايكون فيها العدد الموجود أمام U مساوياً 2/3 ، بل يكون عدداً آخر . ولذلك نضع الأمر بشكل أعم ، فنرمز إلى هـــذا العدد بـ $(1-\gamma)$ ، لأن الناس قد رمزوا اليه بهذا الرمز منذ مايقرب من مائة عام . وفي حالة غاز وحيد الذرة ، كالهليوم ، تكون γ مساوية 5/3 لأن $(\gamma-1)$ تساوي 2/3 .

لقد سبق لنا أن لاحظنا أنه عندما نضغط الغاز ، فإن العمل المبذول هو $-PdV$. وندعو حادثة الانضغاط التي لاتضاف فيها طاقة حرارية ولا تنزع بالإنضغاط الكظوم (adiabatic) ، وهي مركبة من كلمات يونانية هي : a (ومعناها : لا) ، و dia (ومعناها : من خلال) ، و bainein (ومعناها: يذهب) . (تستخدم كلمة كظوم في الفيزياء في معان شتى ، ومن الصعب أن نرى في بعض الأحيان ما هو الشيء المشترك بينها) . فنرى اذن أنه ، في حالة الانضغاط الكظوم ، ينفق كل العمل المبذول في سبيل تغيير الطاقـــة الداخلية . ذلك هو المفتاح ، أي أنه لاتوجد ضياعات أخرى للطاقـة ، فلدينا اذن : $PdV=-dU$. لكن لما كان لدينا $U=PV/(\gamma-1)$ ، فيمكننا أن نكتب :

$$dU=(PdV+VdP)/(\gamma-1) \qquad (39\text{-}12)$$

وهكذا يكون لدينا $PdV=-(PdV+VdP)/(\gamma-1)$ ، أو باعادة ترتيب الحدود : $\gamma PdV=-VdP$ أو :

$$(\gamma\, dV/V)+(dP/P)=0 \qquad (39-13)$$

ونستطيع ، لحسن الحظ ، أن نكامل هذه المعادلة اذا فرضنا ان γ مقدار ثابت ،

وهذه هي حال الغاز ذي الذرة الواحدة مثلاً. فنجد عندئذ : $\gamma \ln V + \ln P = \ln C$ ،
حيث $\ln C$ هو ثابت الاستكمال . واذا اخذنا التابع الاسي لكلا الطرفين ،
If we take the exponential of both التكامل
حصلنا على القانون : sides, we get the law

$$PV^{\gamma} = C \text{ (ثابت)} \qquad (39-14)$$

adiabatic condition
وبعبارة اخرى نقول أنه في شروط التحول الكظوم ، الذي ترتفع درجة الحرارة فيه أثناء الانضغاط بسبب عدم ضياع الحرارة ، يكون جداء الضغط في الحجم مرفوعاً للقوة 5/3 ثابتاً من اجل غاز وحيد الذرة ! وعلى الرغم من اننا استخرجنا هذه العلاقة نظرياً ، إلا ان هذا هو السبيل الذي تسلكه الغازات وحيدة الذرة بصورة تجريبية .

٣٩ ــ ٣ : انضغاطية الإشعاع Compressibility of radiation

يمكننا ان نقدم مثالاً آخر عن النظرية الحركية للغاز ، مثالاً لا يستخدم في الكيمياء بكثرة ، ولكنه يستخدم في علم الفلك . لدينا عــدد كبير من الفوتونات في صندوق ، درجة الحرارة فيه مرتفعة جـداً . (الصندوق هو ، بالطبـع ، الغاز الموجود في نجم حار جداً . فالشمس ليست حارة لدرجة كافية ، اذ لا يزال يوجد فيها عـدد كبير جداً من الذرات ؛ أما في درجات الحرارة الأعلى من ذلك بكثير ، وهي الموجودة في بعض النجوم الحارة جداً ، فانه يمكننا أن نهمل الذرات ونفترض أن الاجسام الوحيدة الموجودة في الصندوق هي الفوتونات) . وبعد هذا نقول ، ان للفوتون اندفاعاً معيناً $\mathbf{p}$. (نجـد أنفسنا دائماً في مشكلة مزعجة عندما نتعرض للنظرية الحركية : فان p هو رمز الضغط ، ولكن p هو رمز الاندفاع ايضاً ؛ و v هو الحجم ، ولكن v هي

السرعة ايضاً ؛ و T هي درجة الحرارة ، ولكن T هي الطاقة الحركية أو الزمن أو العزم ايضاً ؛ وعلى المرء ان يأخذ حذره عند استعمال كل منها ليعرف مدلولها !) . فالاندفاع اذن ممثل بـ **p** ، وهو مقدار متّجه . ولو اتبعنا التحليل السابق نفسه ، لرأينا ان المركبة ، وفق المحور x ، للمتجهة **p** هي التي تولد « الضربة » ، كما ان ضعف المركبة x للمتجهة **p** هو الاندفاع الذي يعطى بفعل الضربة . وهكذا فان $2p_x$ تحل محل $2mv_x$ ، وفي حساب عدد الاصطدامات ، تبقى v_x على ما كانت عليه ، أي v_x . فاذا تابعنا العمل الى النهاية ، وجدنا ان الضغط في المعادلة (4—39) يحل محله :

$$P = 2\, n\, p_x\, v_x \qquad (39-15)$$

وعندئذ ، وبعد اخذ المتوسط ، يصبح الضغط جــداء n في وسطي $p_x\, v_x$ (العامل 2 هو نفسه الذي كنا أسقطناه سابقاً) ، وأخيراً بإدخال الاتجاهين الآخرين ، نجد :

$$PV = N \langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \rangle / 3 \qquad (39-16)$$

تتفق هذ العلاقة مع العبارة (9—39) ، لأن الاندفاع هو **m v** ؛ ولاتختلف عن سابقتها إلا في أنها عامة أكثر منها . فنجد اذن ان جداء الضغط في الحجم يساوي جداء العدد الكلي للذرات في ثلث القيمة الوسطى لـ **p · v** .

لنعد الآن الى الفوتونات ، فماذا يمثل الجداء **p · v** ؟ ان الاندفاع والسرعة هما في اتجاه واحد ، والسرعة هنا هي سرعة الضوء ، اذن فالجداء السابق يمثــل جداء اندفاع كل جسم من الأجسام في سرعــة الضوء . ولكن جداء اندفاع الفوتون في سرعة الضوء يمثل طاقة الفوتون : $E = pc$ ، اذن فهذه الحدود هي طاقات كل فوتون من الفوتونات . وينبغي علينا ، بالطبع ، أن نأخذ متوسط

الطاقة ، مضروباً بعدد الفوتونات . وهكذا يكون لدينا ثلث الطـــاقة داخل الغاز :

$$PV = U/3 \quad (\text{غاز فوتوني}) \qquad (39-17)$$

ففي حالة الفوتونات نجـد ان العامل هو 1/3 في الطرف الثـاني من المعـادلة (17 — 39) ، أي نجد أن العامل ($\gamma - 1$) في المعادلة (11 — 39) هو 1/3 أي ان $\gamma = 4/3$ ، وهكذا نكون قد اكتشفنا ان الاشعاع في صندوق يخضع للقانون :

$$PV^{4/3} = C \qquad (39-18)$$

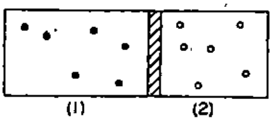
فها نحن اذن قد تعلمنا انضغاطية الاشعاع ! تلك هي الطريقة التي تستخدم في تحليل مساهمة ضغط الاشعاع في نجم ، وتلك هي الطريقـــة التي نحسبه بها ، ونحسب بها ايضاً تغيره عند ضغطه . يالها من اشياء مدهشة في حوزتنا !

٣٩ ـــ ٤ : درجة الحرارة والطاقة الحركية Temperature and kinetic energy

لم نتعرض حتى الآن الى درجة الحرارة ؛ ولقد كنا نتحاشى درجة الحرارة عن قصد . فعندما نضغط الغاز ، نعلم ان طـاقة الجزيئات تزداد ، ولقد اعتدنا القول أن الغاز يصبح أسخن ، ونحب ان نفهم ما علاقة هذا بدرجة الحرارة . اذا حاولنا أن نجري التجربة ، ليس بصورة كظومة بل عند درجة حرارة ثابتة ، فماذا نكون فاعلين ؟ نحن نعلم أنه إذا أخـذنا صندوقين من الغاز ، ووضعنا الواحد منهما قرب الآخر زمناً كافياً ، ففي النهاية تصبح لهما درجـة حرارة واحدة ، حتى ولو كانا في البدء في ما نسميه درجتي حرارة مختلفتين . والآن ماذا يعني ذلك؟ان ذلك يعني أنهما يصلان الى حالة كانا سيصلان اليها لو تركناهما

منفردين فترة طويلة كافية ! إن الذي نعنيه بدرجة حرارة متساوية ليس إلا الحالة النهائية التي تصل اليها الاجسام بعد ان تكون قد تفاعلت زمناً كافياً .

لندرس الآن ما يحدث عندما يكون لدينا غازان في وعائين مفصولين بمكبس متحرك ، كما في الشكل (٣٩–٢) (وللسهولة فقط سوف نأخذ غازين وحيدي الذرة ، كالهليوم والنيون) .



الشكل (٣٩–٢) : الذرات في غازين مختلفين وحيدي الذرة ، يفصل بينهما مكبس متحرك.

ففي الوعاء الأول ذرات كتلتها m_1 ، وسرعتها v_1 ، كما يوجد منها n_1 ذرة في وحدة الحجم ؛ وفي الوعاء الثاني ذرات كتلتها m_2 ، وسرعتها v_2 ، ويوجد منها n_2 ذرة في وحدة الحجم . فما هي شروط التوازن ؟

من الواضح ان القـذف من الجانب الأيسر ينبغي ان يؤدي الى تحريك المكبس نحو اليمين ، والى ضغط الغاز الآخر الى أن يتزايد ضغطـه ، فيعود المكبس ادراجه ؛ ويستمر المكبس كذلك في جيئة وذهاب ، حتى يصـل تدريجياً إلى وضع السكون في مكان يكون فيه الضغطان على الجانبين متساويين. وهكذا فبإمكاننا أن نؤمن تساوي الضغطين ؛ ولا يعني ذلك سوى تساوي الطاقتين الداخليتين بوحدة الحجم ، أي تساوي جدائي العدد n في وسطي الطاقة الحركية على كل جانب من جانبي المكبس. والذي ينبغي علينا ان نبرهن عليه ، في النهاية ، هو ان العددين ذاتيهما متساويان . ان كل ما نعرفه حتى الآن هو أن جدائي العددين في الطاقتين الحركيتين متساويان :

$$n_1 \langle m_1 v_1^2/2 \rangle = n_2 \langle m_2 v_2^2/2 \rangle$$

وتنتج هذه المساواة من المعادلة (8 ــ 39) ، وذلك لأن الضغطين متساويان .

وينبغي علينا ان ندرك أن هذا ليس هو الشرط الوحيد على المدى البعيد ، بل ان شيئاً آخر ينبغي أن يحدث ببطء اكثر اثناء استقرار التوازن التام الحقيقي الموافق لدرجتي حرارة متساويتين .

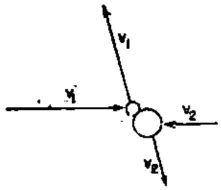
ولكي نرى الفكرة ، لنفترض ان الضغط على الجانب الأيسر قد تشكل من وجود كثافة عالية جداً وسرعة صغيرة. ان قيمة كبيرة لـ n وقيمة صغيرة لـ v ، تمكننا من الحصول على الضغط نفسه الذي نحصل عليه من قيمة كبيرة لـ v ، وقيمة صغيرة لـ n . فالذرات قد تتحرك ببطء ولكن تكون كثيرة العدد حتى تكاد الواحدة منها تمس الاخرى ، أو قد تكون قليلة العدد ولكنها شديدة الضربات. فهل ستبقى هكذا الى الأبد ؟ قد نظن ذلك في البداية ، ولكننا نعيد التفكير بعد ذلك فنجد أننا قد نسينا أمراً هاماً. ذلك هو ، أن المكبس المتوسط لا يتلقى ضغطاً مستقراً ؛ بل هو يهتز ، كما تفعل طبلة الأذن التي كنا نتكلم عنها في البداية ، وذلك لأن الضربات التي يتلقاها ليست منتظمة تماماً . فلن يكون الضغط ثابتاً بشكل دائم ، بل يكون على شكل دقات ، أي أنه يتغير ، وهكذا يحدث الاهتزاز . ولنفترض أن الذرات الموجـــودة على الجانب الأيمن ليست كثيرة الاهتزاز ، وأن تلك التي على الجانب الايسر قليلة وتفصل بينها مسافات بعيدة كما انها ذات طاقة عالية . وهكذا يبدأ المكبس يتلقى دفعاً كبيراً من الطرف الأيسر ، ويسير باتجاه الذرات البطيئة على اليمين ، فيعطيها بذلك سرعة أكبر . (عندما تصطدم كل ذرة بالمكبس ، فانها إما أن تربح طاقة أو تخسرها ، ويتعلق هذا الربح أو الخسارة باتجاه حركة المكبس في جهة أو في اخرى أثناء ضرب الذرة له) . وهكذا تكون نتيجة الاصطدامات أن المكبس يجد نفسه مهتزاً ومهتزاً ومهتزاً ، وهذا الاهتزاز بدوره يخض الغاز الآخر ، بمعنى أنه يعطي الذرات الأخرى طاقة ، فتتزايد سرعاتها ، حتى توازن الاهتزاز الذي يقدمه لها المكبس . وتصل الجملة الى نوع ما من التوازن ، يكون فيه المكبس متحركاً بسرعة مربعة وسطى تجعله يلتقط طاقة من الذرات بمعدل يساوي

المعدل الذي يعيد به تلك الطاقة إليها . وهكذا فان المكبس يكتسب اضطراباً متوسطاً محدداً في سرعته ، ومسألتنا هي ان نجد هذا الاضطراب في السرعة . وعندما نجده فعلاً ، نستطيع أن نحل مسألتنا بشكل افضل ، لأن الغازين سيضبطان سرعتيهما حتى يصبح معدل تبادلهما للطاقة فيما بينهما ، من خلال المكبس ، متساوياً .

من الصعب حقاً أن نحسب التفاصيل المتعلقة بالمكبس في هذه الحالة الخاصة ؛ فهو وإن كان سهل الفهم الى أبعد حد ، فان تحليله أصعب . وقبل أن نحلل ذلك ، دعنا نحلل مسألة أخرى يكون لدينا فيها صندوقاً من الغاز ، لكنه في هذه المرة يحوي فيه نوعين مختلفين من الجزيئات ، كتلتاهما m_1 و m_2 ، وسرعتاهما v_1 و v_2 وهلم جراً . توجد الآن بين الغازين صلة أوثق بكثير من قبل . فإذا كانت كل جزيئات الغاز الثاني ساكنة ، فان هذه الحالة لن تدوم طويلاً ، وذلك بسبب صدم جزيئات الغاز الأول لها واكتسابها بذلك سرعة . وإذا كانت كل جزيئات الغاز الثاني أسرع بكثير من جزيئات الغاز الأول فإن هذه الحالة لن تدوم طويلاً أيضاً ، أي أن جزيئات الغاز الثاني ستعيد الطاقة ثانية إلى جزيئات الغاز الأول . اذن فعندما يوجد الغازان معاً في صندوق واحد ، تعود المسألة إلى إيجاد القاعدة التي تعين سرعتيهما النسبيتين .

إن هذه المسألة لاتزال شاقة جداً ، لكننا سنحلها بالشكل التالي . لنعتبر أولاً المسألة الجزئية التالية (ومرة ثانية هذه واحدة من تلك الحالات التي يكون تذكر النتيجة في نهايتها أمراً سهلاً جداً ، بغض النظر عن طريقة استخراجها ، لكن الاستخراج أمر يتطلب ذكاء ومهارة) . دعنا نفرض أن لدينا جزيئتان مختلفتان في الكتلة تتصادمان ، وأننا ندرس التصادم في جملة مركز الكتلة . ونحن ندرس التصادم في هذه الجملة لنجعل المسألة أقل تعقيداً . وكما نعلم من قوانين التصادم ، ووفقاً لانحفاظ الاندفاع والطاقة ، فان الطريقة الوحيدة

التي تتحرك بها الجزيئتان بعد تصادمهما هي أن تحافظ كل منهما على سرعتها العددية الاصلية فلا يتغير سوى اتجاهها فقط . وهكذا يكون لدينا تصادم وسطي يشبه ما هو مبين في الشكل (٣٩ – ٣) . وافرض ، للوقت الراهن ، أننا نراقب كل التصادمات ومركز الكتلة ساكن.



الشكل (٣٩ – ٣)
اصطدام جزيئتين غير متماثلتين كما يرى في جملة مركز الكتلة.

وافرض أننا نتصور ان كل الجزيئات تتحرك افقياً في البداية . ومن الطبيعي ، ان بعضاً منها يتحرك وفق زاوية ما ، وذلك بعد الاصطدام الاول . وبعبارة اخرى نقول : لو كانت جميعها تتحرك افقياً ، فبعد حين سيتحرك بعضها على الاقل شاقولياً . وفي عملية تصادم اخرى ، ستأتي من اتجاه آخر ، وبعدئذ ستفتل وفق زاوية اخرى ايضاً . إذن فحتى لو كانت الجزيئات تامة التنظيم في البداية ، فلسوف تتفرق وتتباعد وفق كل الزوايا ، وبعدئذ سيزداد التباعد والتفرق في تلك التي سبق لها ان تفرقت وتباعدت ، ويستمر هذا الازدياد اكثر ثم اكثر . وفي النهاية ، كيف سيكون التوزع ؟ الجواب : ان احتمال حركة اي زوجين ، في اي اتجاه في المكان ، مساو لاحتمال حركتها في اي اتجاه آخر . وبعد ذلك لا تستطيع الاصطدامات الاخرى ان تغير التوزع .

إن احتمال حركة الجزيئات في كل الاتجاهات واحد ، ولكن كيف نعبر عن ذلك ؟ من الواضح ان احتمال حركتها ، في اتجاه واحد محدد بعينه ، احتمال يساوي الصفر ، لان الاتجاه الواحد المحدد ادق من ان يقابله اي احتمال. لذا فلا بد لنا من ان نتحدث عن احتمال وقوع اتجاه حركة الجزيئات ضمن مجال من الاتجاهات نختاره وحدة . والفكرة هي ان اية مساحة على الكرة ، التي مركزها نقطة التصادم ، ستحوي عدداً من الجزيئات المارة منها مساوياً

عدد الجزيئات المارة من اية مساحة اخرى مساوية لهـا وواقعـة على الكرة . وهكذا فان نتيجة التصادم هي ان تتوزع الاتجاهات بحيث تكون للمساحات المتساوية على الكرة احتمالات متساوية .

وبالمناسبة ، لو كان قصدنا فقط دراسة الاتجـاه الاسامي ، ودراسة اتجـاه آخر يصنع معه زاوية θ ، فإن لدينا خاصة مهمة تقضي بأن المساحة التفاضلية ، من كرة نصف قطرها يساوي الواحد ، هي جداء $\sin\theta\, d\theta$ في 2π ؛ ومن المعلوم ان $\sin\theta\, d\theta$ هو تفاضل $\cos\theta$. وهكذا فان النتيجة هي ان احتمال أخذ جيب تمام الزاوية θ اية قيمة بين -1 أو $+1$ هو احتمال ثابت ، وذلك مع العلم ان θ هي الزاوية بين اي اتجاهين .

وبعد هذا ، فان علينا ان نهتم بالحالة الفعلية التي لاتحدث التصادم فيها في جملة مركز الكتلة ، بل تكون لدينا فيهـا ذرتان ، تتجه الواحدة منها نحو الأخرى بمتجهتي السرعة $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{v}_2$. مـا الذي يحدث الآن ؟ يمكننا أن نحلل هذا التصادم باستخدام متجهتي السرعة $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{v}_2$ على الشكل التالي : أولاً نقول أنه يوجد مركز كتلة معين CM ؛ وتعطى سرعة مركز الكتلة « الوسطى » ، التي تعطى ، عند حسابها ، لكل سرعة ذرة وزن متناسب مع كتلتها . وهكذا فان سرعة مركز الكتلة هي $\mathbf{v}_{CM}$ وتكتب :

$$\mathbf{v}_{CM} = (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2)/(m_1 + m_2)$$

وإذا راقبنا الاصطدام في جملة مركز الكتلة ، فاننا نرى تصادماً يشبه تماماً التصادم المبين في الشكل (٣٩ – ٣) ، والذي تكون فيه للجسمين المتصادمين سرعة نسبية محددة $\mathbf{w}$. وليست هذه السرعة النسبية إلا $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$. والفكرة الآن هي اولاً أن مركز الكتلة يتحرك بأكمله ، وانه توجد في جملة مركز الكتلة سرعة نسبية $\mathbf{w}$ ، وإن الجزيئات تتصادم ثم تتفرق في اتجاه جديد ما . وكل هذا يحدث ومركز الكتلة يتابع الحركة بدون أي تغيير .

وما هو ، بعد هذا ، التوزع الناتج عن ذلك ؟ نستنتج من مناقشتنا السابقة ما يلي : في وضع التوازن ، تكون كل الاتجاهات الموافقة لـ w محتملة بالتساوي ، بالنسبة لاتجاه حركة مركز الكتلة (*) . وفي النهاية ، لن نجد صلة خاصة بين اتجاه حركة السرعة النسبية واتجاه حركة مركز الكتلة . ومن الطبيعي ، فانه لو وجدت مثل هذه الصلة لأفسدتها التصادمات ، وهكذا فان الاتجاهات كلها متفرقة . إذن فوسطي جيب تمام الزاوية بين w و v_{CM} يساوي الصفر . أي أن :

all directions for $\vec{w}$ are equally likely, relative to the direction of motion of C.M. / average

$$\langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{v}_{CM} \rangle = 0 \qquad (39-19)$$

لكن يمكن التعبير عن $\mathbf{w} \cdot \mathbf{v}_{CM}$ بدلالة $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{v}_2$ أيضاً :

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{v}_{CM} = \frac{(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2)}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(m_1 v_1^2 - m_2 v_2^2) + (m_2 - m_1)(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)}{m_1 + m_2} \qquad (39-20)$$

دعنا ننظر أولاً ، إلى $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$ فما هو وسطي $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2$ ؟ أي ما هو وسطي مركبة سرعة احدى الجزيئتين في اتجاه الأخرى ؟ مما لا شك فيه أن احتمال حركة جزيئة في اتجاه ما يساوي احتمال حركتها في أي اتجاه آخر : أي أن وسطي السرعة v_2 في أي اتجاه يساوي الصفر . اذن ، فبالتأكيد

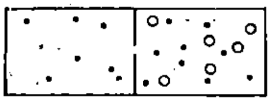
(*) تتضمن هذه المناقشة ، التي كان قد استعملها مكسويل ، بعض الافكار الدقيقة . وعلى الرغم إن الاستنتاج صحيح ، الا ان النتائج لا تأتي بشكل صرف من اعتبارات التناظر التي استعملناها من قبل ، لانه اذا رجعنا الى جملة مقارنة (reference frame) تتحرك داخل الغاز ، فاننا قد نجد توزعاً مشوهاً للسرعة ، ولم نجد برهاناً مبسطاً لهذه النتيجة .

يكون متوسط v_2 ، في اتجاه v_1 ، مساوياً للصفر . وهكذا يكون وسطي $v_1.v_2$ صفراً ! وهكذا، فإننا نستنتج أن وسطي $m_1 v_1^2$ يجب أن يساوي وسطي $m_2 v_2^2$. أي أن وسطي الطاقة الحركية للجزيئتين يجب ان يكون واحداً :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \qquad (39-21)$$

إذا كان لدينا نوعان من الذرات في غاز ، فيمكننا أن نبرهن على الامر التالي، الذي نقبل الآن به : إن وسطي الطاقة الحركية لأحد النوعين يساوي وسطي الطاقة الحركية للنوع الآخر ،وذلك عندما يكونان معاً في الغاز نفسه وفي الصندوق نفسه وفي حالة توازن . وهذا يعني أن الذرات الثقيلة ستتحرك حركة أبطأ من حركة الذرات الخفيفة ، ويمكن أن يُبيَّن ذلك تجريبياً بسهولة باستخدام « ذرات » ذوات كتل مختلفة في منخفض هوائي .

والآن نحب أن نتقدم خطوة إلى الأمام ، فنقول أنه لو كان لدينا غازان مختلفان منفصلان في صندوق ، فسيكون لهما أيضاً طاقة حركية وسطية واحدة ، وذلك عندما يصلان في النهاية الى وضع التوازن، حتى ولو لم يكونا في صندوق واحد. هذا ويمكننا أن نجري هذه المناقشة بعدد من الطرق. واحدى هذه الطرق



الشكل (٣٩ - ٤)
الغازان في صندوق مجهز بغشاء نصف نفوذ
Semipermeable membrane

هي أن نقول أنه لو كان لدينا حاجز ثابت فيه ثقب صغير ، كما في الشكل (٣٩ – ٤) ، بحيث أن أحد الغازين يمكنه أن يتسرب من خلال الثقب ، في حين أن الغاز الآخر لايمكنه ذلك ، لأن جزيئاته أكبر من الثقب ؛

فمتى بلغ الغازان حالة التوازن ، علمنا أن لهما ، في نصف الصندوق الذي يختلطان فيه ، طاقة حركية وسطية واحدة . ولكن بعض الجزيئات تمر من خلال الثقب دون أن تضيع طاقة حركية ، وهكذا فان الطاقة الحركية الوسطى في الغاز الصرف ، وفي المزيج ، ينبغي أن تكون واحدة . وليست هذه المحاكمة مُرْضية تماماً ، لأنه قد لا توجد ثقوب، لمثل هذا النوع من الجزيئات، قادرة على فصل أحد النوعين من الجزيئات عن النوع الآخر .

لنعد الآن الى مسألة المكبس . يمكننا ان نقدم مناقشة تبين ان الطاقة الحركية لهذا المكبس يجب ان تكون ايضاً مساوية $1/2\ m_2 v_2^2$. وفي الحقيقة، فان تلك القيمة ستكون الطاقة الحركية العائدة لحركة المكبس الافقية الصرفة، وهكذا فإذا اهملنا حركته للاعلى والأسفل ، فانه ينبغي ان تكون الطاقة الحركية مساوية $1/2\ m_2 v_{2X}^2$. وبالمثل ، فمن أجل التوازن على الجانب الآخر ، يمكننا ان نبرهن أن الطاقة الحركية للمكبس هي $1/2\ m_1 v_{1x}^2$. وعلى الرغم من ان هذا الموقع ليس في منتصف الغاز ، بل في جانب واحد منه ، فإن بامكاننا أن ندلي بالحجة التي تقول ، أن وسطيّي الطاقتين الحركيتين للمكبس ولجزيئات الغاز متساويان كنتيجة للاصطدامات ؛ وذلك على الرغم من ان الحجة الآن اصعب قليلاً مما كانت عليه سابقاً .

فاذا ظل الأمر غير مرضٍ لنا ، فبامكاننا أن نقدم مثالاً اصطناعياً تنشأ منه حالة التوازن بواسطة جسم يمكن أن يُضرب في كل الجوانب . لنفرض أن لدينا قضيباً قصيراً يخترق المكبس من وجه الى آخر ، ويحمل في كل نهاية من نهايتيه كرة صغيرة ، ولنفرض أن القضيب محمول عند اختراقه المكبس بوَصْلة انزلاق عديمة الاحتكاك . ان كل كرة من الكرتين مدورة كواحدة من الجزيئات ، ويمكنها ان تُضرب من كل جوانبها . وللجسم ككل كتلة كلية معينة ، m . والآن ، لدينا جزيئات الغاز التي لها الكتلة m_1 والكتلة m_2

كذي قبل . ان نتيجة الاصطدامات ، بالرجوع الى التحليل الذي قمنا به من قبل ، هي ان الطاقة الحركية للكتلة m ، بسبب الاصطدامات مع الجزيئات على جانب واحد ، ينبغي ان تكون $1/2\, m_1\, v_1^2$ بشكل وسطي . وبالمثل ، فانه نظراً للتصادمات مع الجزيئات على الجانب الآخر ، فإن وسطي الطاقة الحركية ينبغي ان يكون $1/2\, m_2\, v_2^2$. إذن ، فكلا الجانبين ينبغي ان يكون لهما الطاقة الحركية نفسها ، وذلك عندما يكونان في توازن حراري . هذا ، وعلى الرغم من أننا لم نعط البرهان الا من أجل مزيج من الغازات ، إلا انه يمكن أن يوسع بسهولة ليشمل الحالة التي يوجد فيها غازان مختلفان ومنفصلان في درجة من الحرارة واحدة .

وهكذا عندما يكون لدينا غازان في درجة حرارة واحدة ، فان الطاقة الحركية الوسطى لحركات مركز الكتلة متساوية .

ان الطاقة الحركية الجزيئية الوسطى هي صفة مميزة « لدرجة الحرارة » فقط . ونظراً لكونها خاصة مميزة « لدرجة الحرارة » وليس للغاز ، فبإمكاننا استعمالها كتعريف لدرجة الحرارة . وهكذا فان الطاقة الحركية الوسطى للجزيئة هي تابع ما لدرجة الحرارة . ولكن من ذا الذي يخبرنا أيُ مقياس يجب ان نستخدم من اجل درجة الحرارة ؟ يمكننا بصورة كيفية أن نعرّف مقياس درجة الحرارة بصورة يكون فيها وسطي الطاقة متناسباً بصورة خطية مع درجة الحرارة . وافضل طريقة لعمل ذلك تكون بتسمية الطاقة الوسطى نفسها « بدرجة الحرارة » . ولا شك ان ذلك سيكون ابسط تابع ممكن . لكن لسوء الحظ ، قد اختير سلم درجة الحرارة بشكل مخالف ، فبدلاً من تسميته مباشرة بدرجة الحرارة فإننا نستعمل عامل تحويل ثابت بين طاقة

الجزيئة وبين الدرجة المطلقة لدرجات الحرارة التي ندعوها درجة كلفن. ان ثابت التناسب هو $k = 1.38 \times 10^{-23}$ جول لكل درجة كلفن* . وهكذا اذا كانت T درجة الحرارة المطلقة ، فان تعريفنا ينص على ان الطاقة الحركية الجزيئية الوسطى هي 3/2 kT . (لقد وضع العامل 3/2 للملاءمة ، وذلك لنتخلص منه في مكان آخر) .

نشير الى ان الطاقة الحركية ، الناتجة من مركبة الحركة في أي اتجاه خاص ، هي 1/2 kT فقط . وبما أن الحركة تشمل ثلاثة اتجاهات مستقلة ، فان الطاقة الحركية الكلية تساوي 3/2 kT .

٣٩ ـ ٥ : قانون الغاز الكامل The ideal gas law

الآن يمكننا ، بالطبع ، ان نضع تعريفنا لدرجة الحرارة في المعادلة (39-9) ، ونجد بذلك قانون ضغط الغازات كتابع لدرجة الحرارة . وينص هذا القانون على ان جداء الضغط في الحجم يساوي عدد الذرات الكلي مضروباً بالثابتة العالمية k ، مضروباً في درجة الحرارة :

$$PV = NkT \qquad (39-22)$$

وبالاضافة الى ذلك ، فان عدد الذرات محدّد ، عندما تأخذ درجة الحرارة والضغط والحجم قيمة واحدة ؛ فهذا العدد بدوره ثابتة عالمية ايضاً ! وهكذا فان حجوماً متساوية ، من غازات مختلفة ، إذا وجدت في ضغط واحد ودرجة حرارة واحدة ، حوت العدد نفسه من الجزيئات بسبب قوانين نيوتن. وهذه حقاً نتيجة مدهشة .

(*) السلم المئوي ليس إلا سلم كلفن قد اختير الصفر فيه عند $273.16\,^{0}K$ ، مما يجعل : درجة الحرارة المئوية + $T = 273.16$.

ومن الناحية التطبيقية ، فان الكيميائيين قد اصطنعوا ، لدراسة الجزيئات، عدداً خاصاً كبيراً جداً ، لأن أعداد الجزيئات التي يتعاملون معها اعداد كبيرة جداً . واعطى الكيميائيون لهذا العدد اسماً خاصاً فسموه المول . والمول ليس إلا عدداً يسهل التعامل به . أما لماذا لم يختاروا 10^{24} جسما ليكون العدد بذلك بسيطاً ، فمرجعه الى سبب تاريخي . لقد وقع اختيارهم على $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ جسماً ، كعدد مناسب من الأجسام ، وجعلوا منه عدداً قياسياً ، ويدعى هذا العدد بالمول من الأجسام . وهكذا ، وبدلاً من أن يقيسوا عدد الجزيئات بالوحدات ، فقد قاسوه بدلالة عدد المولات(*) . ويمكننا أن نكتب بدلالة N_0 جداء عدد المولات ، في عدد الذرات الموجودة في مول واحد ، في kT ، ولو رغبنا ، لأمكننا أن نأخذ جداء عدد الذرات الموجودة في مول واحد ، في k ، فنجد قيمة k في مول واحد ، ولنعط هذا المقدار اسماً خاصاً فنسميه R . ان قيمة k في مول واحد هي 8.317 جولاً أي : $R = N_0 k = 8.317\,j.mole^{-1}\,.\,{}^0K^{-1}$. وهكذا نجد أن قانون الغاز يكتب ايضاً كجداء لعدد المولات (ويدعى ايضاً N) في RT ، أو جداء عدد الذرات ، في kT :

$$PV = NRT \qquad (39-23)$$

ونكون قد حصلنا بذلك على الشيء نفسه ، مستخدمين مقياساً آخر لقياس الأعداد فنحن الفيزيائيين نستعمل الواحد كوحدة ، أما الكيميائيون فيستعملون 6×10^{23} كوحدة !

(*) ان مايسميه الكيميائيون بالاوزان الجزيئية هي كتل مول من الجزيئات معبراً عنها بالغرامات. وتعريف المول هو ان كتلة مول من ذرات الفحم المكونة من النظير 12 (اي من الذرات التي تحوي 6 بروتونات و 6 نيوترونات في النواة) تساوي بالضبط 12 غراماً .

والآن بقيت ملاحظة أخرى تتعلق بقانون الغاز ، تلك التي تتعلق بقانون الاجسام التي تحوي جزيئاتها أكثر من ذرة واحدة . فلقد درسنا فقط حركة مركز الكتلة لذرات الغاز وحيد الذرة . فماذا يحدث فيما لو وجدت قوى ؟ لندرس أولاً ، الحالة التي يكون فيها المكبس ممسوكاً بنابض افقي، ويكون خاضعاً لتأثير قوى فيه . ان التبادل في الحركة الاهتزازية بين الذرات والمكبس، في أية لحظة ، لا يتعلق، طبعاً ، بوضع المكبس في تلك اللحظة ، أي أن شروط التوازن هي نفسها . فمهما كان موضع المكبس ، فإن سرعة حركته ينبغي أن تسمح بمرور الطاقة الى الجزيئات بالشكل الصحيح تماماً . وهكذا ، فإن وجود النابض لا يُدخِل أي تغيير في المسألة . فوسطي السرعة التي ينبغي أن يتحرك بها المكبس ، يبقى واحداً . وهكذا فإن دعوانا ، بأن القيمة الوسطى للطاقة الحركية ، في اتجاه واحد هي $1/2\, kT$ ، صحيحة سواء وجدت قوى أم لم توجد .

لندرس مثلاً جزيئة ذات ذرتين كتلتاهما m_A و m_B . ان مابرهنا على صحته هو ان حركة مركز كتل الجزء A ، وحركة مركز كتل الجزء B ، تحققان العلاقة : $\langle 1/2 m_A v_A^2 \rangle = \langle 1/2\, m_B\, v_B^2 \rangle = 3/2\, kT$. وكيف يصح ذلك اذا كانت الذرتان مرتبطتين ؟ الجواب هو انه على الرغم من انهما متماسكتان معاً ، فانهما عندما تلفان وتدوران ، وعندما يصدمهما جسم ما ، فيتبادل معهما الطاقة ، فان الشيء الوحيد الهام هو مقدار السرعة التي تتحركان بها . فإن هذا وحده يعين السرعة التي يتم بها تبادل الطاقة في حوادث التصادم . ففي اللحظة الخاصة ، لا تكون القوة امراً اساسياً . ولذا فان المبدأ نفسه يكون صحيحاً ، حتى ولو وجدت قوى .

دعنا نبرهن ، اخيراً ، ان قانون الغاز لا يتناقض ايضاً مع اهمالنا للحركة

الداخلية . وفي الحقيقة فاننا لم نُدخِل الحركة الداخلية في حساباتنا من قبل ؛ اذ أننا لم نعالج سوى غاز وحيد الذرة . ولكننا سنبين الآن ان مجموعة كاملة ، اذا نظرنا إليها نظرتنا الى جسم وحيد ذي كتلة كلية M ، فانها تملك مركز كتلة متحرك بسرعة تحقق العلاقة :

$$\frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{3}{2} k T \qquad (39 - 24)$$

وبعبارة أخرى ، يمكننا أن نأخذ إما الأجزاء المنفصلةالتي تتكون منها المجموعة أو المجموعة با كملها ! لننظر في السبب الكامن وراء ذلك : ان كتلة الجزيئة ذات الذرتين تساوي : $M = m_A + m_B$ ، وسرعة مركز كتلتها تساوي : $v_{CM} = (m_A v_A + m_B v_B)/M$. ونحتاج الآن إلى حساب $\langle v_{CM}^2 \rangle$. فلو ربعنا v_{CM} ، لحصلنا على :

$$v_{CM}^2 = \frac{m_A^2 v_A^2 + 2 m_A m_B v_A \cdot v_B + m_B^2 v_B^2}{M^2}$$

فاذا ضربنا الآن في $1/2\, M$ وأخذنا المتوسط ، حصلنا على :

$$\frac{1}{2} M v_{CM}^2 = \frac{m_A \frac{3}{2} kT + 2 m_A m_B \langle v_A \cdot v_B \rangle + m_B \frac{3}{2} kT}{M}$$

$$= \frac{3}{2} kT + \frac{2 m_A m_B \langle v_A \cdot v_B \rangle}{M}$$

(لقد استعملنا الحقيقة القائلة أن $(m_A + m_B)/M = 1$) والآن ما هو المقدار $\langle v_A \cdot v_B \rangle$ ؟ (عسى أن يكون هذا المقدار مساوياً الصفر !) . لايجاد ذلك ، دعنا نستعمل فرضيتنا القائلة بأن احتمال اتخاذ السرعة النسبية

$w = v_A - v_B$ لاتجاه ما من الاتجاهات ، ليس اكبر من احتمال اتخاذهـا لأي اتجاه آخر ، ولا اصغر منه . أي أن المركبة الوسطى لهذه السرعة الوسطى ، في أي اتجاه ، تساوي الصفر . فنحن نفترض اذن ان لدينا :

$$\langle w . v_{CM} \rangle = 0$$

ولكن ماذا تساوي $w . v_{CM}$ ؟ انها تساوي :

$$w.v_{CM} = \frac{(v_A - v_B) . (m_A v_A + m_B v_B)}{M}$$

$$= \frac{m_A v_A^2 + (m_B - m_A)(v_A . v_B) - m_B v_B^2}{M}$$

ولذا ، ولما كان $\langle m_A v_A^2 \rangle = \langle m_B v_B^2 \rangle$ ، فان الحد الأول والاخير يفني أحدهما الآخر وسطياً ، ولا يبقى لدينا سوى :

$$(m_B - m_A) \langle v_A . v_B \rangle = 0$$

وهكذا فاذا كان $m_A \neq m_B$ ، فاننا نجد أن $\langle v_A . v_B \rangle = 0$ ، أي أن الجزيئة الكاملة ، التي ننظر اليها نظرتنا الى جسيم وحيد كتلته M ، تكون ذات طاقة حركية وسطية تساوي $3/2\ kT$.

وبالمناسبة نكون قد برهنا ايضاً ، وفي الوقت نفسه ، على أن الطاقة الحركية الوسطى للحركات الداخلية للجزيئة ذات الذرتين ، بغض النظر عن الحركة الإجمالية لمركز الكتلة ، هي $2/3\ kT$! اما من أجل الطاقة الحركية الكلية لأقسام الجزيئة فهي تساوي $1/2\ m_A v_A^2 + 1/2\ m_B v_B^2$. والقيمة الوسطى لهذا المقدار هي : $3/2\ kT + 3/2\ kT$ ، او $3\ kT$. ولما كانت الطاقة

الحركية لحركة مركز الكتلة تساوي $3/2\,kT$ ، فان الطاقة الحركية الوسطى للحركات الدورانية والاهتزازية للذرتين الموجودتين في داخل الجزيئة هي الفرق بينهما أي $3/2\,kT$.

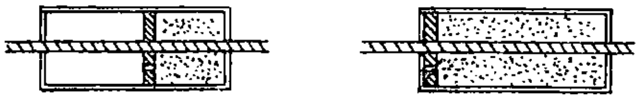
إن النظرية المتعلقة بالطاقة الوسطى لحركة مركز الكتلة هي نظرية عامة ، وتنص على أن الطاقة الحركية الوسطى في أي اتجاه مستقل من اتجاهات الحركة تساوي $1/2\,kT$ من أجل ذلك الاتجاه ، وذلك من أجل أي جسم يؤخذ ككل ، وسواء أوجدت قوى أم لم توجد . وتدعى هذه « الاتجاهات المستقلة للحركة » في بعض الأحيان درجات الحرية للجملة . إن عدد درجات الحرية لجزيئة تحوي r ذرة هي $3r$ ، وذلك لأن كل ذرة تحتاج إلى ثلاثة إحداثيات لتحديد موضعها . ويمكن أن نعبر عن الطاقة الحركية التامة للجزيئة إما كمجموع الطاقات الحركية للذرات المنفصلة المكونة لها ، أو كمجموع الطاقة الحركية لحركة مركز الكتلة والطاقة الحركية للحركات الداخلية . ويمكن أن نعبر عن هذه الأخيرة أحياناً كمجموع الطاقة الحركية الدورانية للجزيئة والطاقة الاهتزازية ، ولكن هذا تقريب . إن نظريتنا ، إذا ماطبقت على جزيئة تحوي r ذرة ، تنص على أن الجزيئة تملك طاقة حركية وسطى تساوي $3/2\,rkT$ جولاً . ومن هذه الطاقة الكلية تشكل $3/2\,kT$ الطاقة الحركية لحركة مركز الكتلة للجزيئة باكملها ، أما القسم المتبقي ، ويساوي $3/2\,(r-1)kT$ ، فهو الطاقة الحركية الداخلية : الاهتزازية منها والدورانية .

مسائل وتمارين

٣٩-١ : كنا وجدنا أنه اذا ضغط غاز كامل ضغطاً كظوماً فان المعـادلة (14 — 39) ، أي [ثابت = PV^{γ}]، تكون صحيحة . ومن جهة ثانية، فان العلاقة: [ثابت= PV/T]، تبقى صحيحة في كل الشروط. اجمـع هاتين العلاقتين لتجد علاقة تربط بين P و T أو V و T ، أثناء ضغط كظوم .

٣٩-٢ : يستعمل منفاخ دراجة عادية لنفخ عجلة الى ضغط يساوي $50\,lb.in^{-2}$ فوق الضغط الجوي ، وذلك بدءاً من الهواء عند الضغط الجوي ، أي $14.7\,lb\,in^{-2}$ في الدرجـــة 20 °C (293 °K) . فاذا كانت $\gamma = 1.40$ للهواء ، فما هي درجة الحرارة ، مقدرة بالدرجة المئوية ، للهواء وهو يترك المنفاخ ؟ أهمل ضياعات الحرارة عند جدران المنفاخ .

٣٩-٣ : يملأ كل من وعائين متماثلين حتى نصفه بغاز الهليوم ، ويجعل النصف الآخر خالياً . ويفصـل بين نصفي كل وعاء مكبس فيه سدادة صغيرة . انظر الى الشكل (٣٩-٥) .



الحالة النهائية — الحالة الابتدائية

الشكل (٣٩ - ٥)

وتجرى التجربتان التاليتان :

(أ) يفتح الصمام ، في أحد المكبسين ، ويسمح للغاز بالجريان الى الجانب الآخر حتى يحصل التوازن. وبعدها يحرك المكبس ببطء شديد الى أحد طرفي الوعاء .

(ب) يسمح للمكبس في الوعاء الآخر ان يتحرك ببطء شديد الى الجانب الخلي من الوعاء ثم يفتح الصمام. قارن بصورة كمية الحالة النهائية للغاز في الوعائين . (أهمل ضياع الحرارة خلال الجدران ، والاحتكاك) .

٣٩-٤ : (أ) تخيل عموداً طويلاً شاقولياً من سائل غازي ، أو مائع ، تتغير كثافته مع الارتفاع . بيّن ان الضغط ، كتابع للارتفاع ، يحقق المعادلة التفاضلية $dp/dh = -\rho(h)\, g$

(ب) حل هذه المعادلة التفاضلية من اجل جو غازي ذي وزن جزيئي μ ، ودرجة حرارة ثابتة عند تغير الارتفاع .

٣٩-٥ : يدعى الجو الذي يكون فيه الضغط والكثافة ، كتابعين للارتفاع ، محققين للعلاقة [$p\rho^{-\gamma}$ = ثابت] جواً كظوماً .

(أ) بين أن درجة حرارة مثل هذا الجو تتناقص خطياً مع الارتفاع ، ثم أوجد ثابتة التناسب . يدعى هذا التدرج في درجة الحرارة بمعدل الانحدار الكظوم. استخرج هذا التدرج في درجة الحرارة من أجل جو الأرض .

(ب) استخدم محاكمة ، قائمة على اعتبارات الطاقة ، لتبين أن الجو الذي يكون تدرج الحرارة فيه اقل أو اكثر من معدل الانحدار الكظوم ، يكون ، على الترتيب ، مستقراً أو غير مستقر في وجه

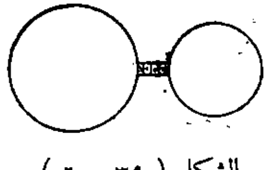
الحمل الحراري .

٣٩-٦ : تحتوي اسطوانة ، ذات مكبس عديم التسرب وعديم الاحتكاك ، على $1m^3$ من غاز احادي الذرة ($\gamma = 5/3$)، وعندضغط يزيد عن الضغط الجوي بضغط جوي واحد أي بمقدار $1.01 \times 10^5\ Nm^{-2}$. يضغط الغاز ببطء عند درجة حرارة ثابتة حتى يكون الحجم النهائي $0.4\ m^3$ فقط . فما هو مقـــدار العمل الذي يجب صرفه لإنجاز هذا الضغط ؟

٣٩-٧ : لدينا عيّنتان من غاز ، A و B ، لهما حجم ابتدائي واحد ، V_0 ، وضغط مطلق ابتدائي واحـد ، P_0 . تضغط العينتان فجأة ضغطاً كظوماً ، فيصبح حجم كل منها مساوياً نصف حجمها الابتدائي . فما هي العلاقة بين الضغط النهائي والبدائي لكل عينة من العينتين ، إذا كان $\gamma_A = 5/3$ (أحادي الذرة) و $\gamma_B = 7/5$ (ثنائي الذرة)؟

٣٩-٨ : أوجد نسبه العملين اللازمين لإنجاز الضغطين الموصوفين في المسألة(٣٩ - ٧) :

٣٩-٩* : لدينا حبابتان حجماهما $200\ cm^3$ و $100\ cm^3$ موصولتان بأنبوب قصير يحوي سدادة مسامية عازلة للحرارة، أي سدادة تسمح بحصول تساو في الضغط ، ولكن ليس في درجة الحرارة بين الحبابتـــين، انظر الى الشكل (٣٩ - ٦) . تلحم الجملة في الدرجة $27\ ^0C$ ،



الشكل (٣٩ - ٦)

وهي تحوي اكسجيناً في الضغط 760 ميلمتر زئبق. ثم تغطس الحبابة الصغيرة في حمام من الجليد في الدرجة $0°C$ وتوضع الحبابة الكبيرة في حمام من البخار في الدرجة $100°C$. ما هو الضغط النهائي داخل الجملة ؟ أهمل التمدد الحراري للحبابتين .

٣٩–١٠* : لدينا خزان سعته 50 ليتراً، يوصل إلى خزان آخر سعته 15 ليتراً بواسطة أنبوب قصير يحوي صماماً يعمل بالضغط . ولا يسمح هذا الصمام بمرور الغاز من الوعاء الكبير إلى الوعاء الصغير إلا إذا كان الضغط في الوعاء الكبير يزيد عن الضغط في الوعاء الصغير بمقدار 88 cm من الزئبق . إذا احتوى الوعاء الكبير، في الدرجة $17°C$ ، غازاً في الضغط الجوي ، وأخلي الوعاء الصغير ، فما هو الضغط في الوعاء الصغير وذلك عندما يكون كلا الوعائين في الدرجة $162°C$؟

٣٩–١١* : يجري تفكك رابع اكسيد الآزوت إلى ثاني اكسيد الآزوت في الدرجة العادية من الحرارة كما يلي :

$$N_2O_4 \rightleftharpoons 2\,NO_2$$

يوضع في دورق مخلّى ، حجمه $250\ cm^3$ ، مقدار من N_2O_4 المائع قدره 0.90 g ، ودرجة حرارته $0°C$. فعندما ترتفع درجة حرارة الحبابة إلى $27°C$ ، فان المائع بأكمله يتبخر ، ويصبح الضغط 960 ميلمتر زئبق . ماهي النسبة المئوية من رابع اكسيد الآزوت الذي تفكك ؟

٣٩–١٢* : لدينا مول من غاز كامل أحادي الذرة ، في وعاء غير معزول يحوي مكبساً متحركاً . وكان المول في البدء في الضغط P_1 والحجم V_1 والدرجة $T_1=27°C$. ثم سخن الغاز ببطء باستعمال

طاقة مقـــدارها 8.31 واط ساعي ، وسمح له ، في الوقت نفسه ، أن يتمدد في ضغط ثابت إلى الحالة الجديدة المعرفة بالضغط P_1 ، والحجم V_2 والدرجة T_2 . ومن حساب طاقـة الغـاز الجديدة ، والعمل الذي صرفه الغاز خلال التمدد ، اوجد :

(أ) T_2 ، (ب) V_2/V_1 .

★ ★ ★

الفصل الأربعون

The Principles of statistical Mechanics

مبادىء الميكانيك الاحصائي

٤٠ ــ ١ : الجو الهوائي الاسي

The exponential ~~atmo~~ atomsphere

لقد درسنا بعض خواص الأعداد الكبيرة للذرات المتصادمة . ويدعى هذا الموضوع بالنظرية الحركية ، وهو وصف للمادة من وجهة نظر الاصطدامات بين الذرات . وبصورة أساسية ، تؤكد أن خواص المادة ككل ينبغي أن تفسر بدلالة حركة أقسامها .

وفي الوقت الراهن نقيد أنفسنا بشروط التوازن الحراري ، أي بناحية واحدة من ظواهر الطبيعة . إن قوانين الميكانيك التي تطبق على التوازن الحراري فقط تدعى الميكانيك الإحصائي ، ونحب في هذا الفصل أن نتعرف على بعض النظريات الأساسية في هذا الموضوع .

لقد سبق لنا أن عالجنا احدى نظريات الميكانيك الإحصائي « ألا وهي التي تنص على ان القيمة الوسطى للطاقة الحركية ، من أجل أية حركة ، وفي درجة الحرارة المطلقة T ، تساوي 1/2 kT ، وذلك من أجل كل حركة مستقلة ، أي من أجل كل درجة من درجات الحرية . ان تلك النظرية تعطينا بعض المعلومات المتعلقة بوسطي مربع سرعات الذرات . وغايتنا الآن هي

mean square velocities

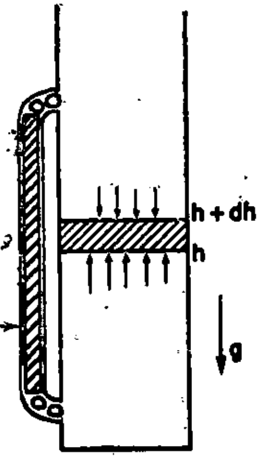
ان نتعلم مقداراً اكبر عن مواضع الذرات ، وان نعرف كم ذرة منها ستكون في مواضع مختلفة عند التوازن الحراري ، وان نتعمق ايضاً قليلاً في دراسة توزع السرع . هذا وبالرغم من ان لدينا وسطي مربع السرع ، الا اننا لانعرف الإجابة عن سؤال يطلب منا معرفة عدد الجسيمات المدروسة التي تسير بسرعة اكبر من الجذر التربيعي لوسطي مربع السرع بثلاث مرات مثلاً ، او عدد تلك التي تسير بسرعة تساوي ربع جذر وسطي مربع السرع . أم هل الأمر الحق هو ان لكل هذه الجسيمات سرعة واحدة بالضبط ؟

وبعد ، فهذان هما السؤلان اللذان سنحاول الإجابة عنهما : كيف تتوزع الجزيئات في المكان وذلك عندما تفعل فيها قوى ، وكيف تتوزع هذه الجزيئات وفقاً لسرعاتها ؟

يتبين لنا ان هذين السؤالين مستقلان تماماً ، وان توزع السرع هو دائماً نفسه . لقد سبق لنا ان حصلنا على ما يوحي بهذه الحقيقة الثانية وذلك عندما وجدنا ان الطاقة الحركية الوسطى هي نفسها . وتساوي 1/2 kT ، لكل درجة من درجات الحرية ، بغض النظر عن القوى المؤثرة في الجزيئات . ان توزع سرع الجزيئات لا علاقه له بالقوي ، وذلك لأن معدلات الاصطدام لا تتعلق بالقوى .

لنبدأ بمثال يتناول توزع الجزيئات في جو كالذي نعيش فيه ، ولكنه لاتوجد فيه رياح ولا تشويشات من أنواع أخرى . ولنفرض ان لدينا عموداً من غاز يمتد الى ارتفاع شاهق ، وانه في وضع التوازن الحراري ، اي انه لايشبه جونا الذي تنقص درجة حرارته كلما ارتفعنا فيه صعوداً . ويمكننا ان نشير الى أنه لو اختلفت درجة الحرارة عند ارتفاعات مختلفة ، لأمكننا ان ندل على اختلال التوازن بوصل قضيب الى بعض الكرات الموجودة في القاع كما في الشكل (٤٠ — ١) ، فتلتقط هذه الكرات من الجزيئات الموجودة هناك

طاقة تساوي 1/2 kT ، فتخض الكرات في الأعلى ، عن طريق القضيب ، وتخض ، هذه بدورهـا ، الجزيئات الموجودة في الأعلى ويؤدي هذا ، في النهاية ، الى ان تصبح درجة الحرارة واحدة عند كل الارتفاعات في حقل الثقالة . gravitational field



الشكل (٤٠ - ١) : الضغط على ارتفاع h ينبغي ان يزيد عن الضغط على ارتفاع h + dh بمقدار وزن الغاز الواقع بينهما .

اذا كانت درجة الحرارة واحدة عند كل الارتفاعات ، فالمسألة تؤول الى اكتشاف القانون الذي يتخلخل الجو وفقه اثناء صعودنا للأعلى . واذا كان N يمثل عدد الجزيئات الكلي في حجم من الغاز قدره V عند ضغط P ، فاننا نعلم ان PV = NkT ، أو P = n kT ، حيث n = N/V يمثل عدد الجزيئات بوحدة الحجم . وبعبارة أخرى إذا علمنا عدد الجزيئات بوحدة الحجم ، فاننا نعلم الضغط ؛ والعكس صحيح . فعدد الجزيئات في وحدة الحجم ، والضغط ، مقداران متناسبان لأن درجة الحرارة ثابتة في هذه المسألة . ولكن الضغط ليس ثابتاً ، بل ينبغي أن يزداد عندما يتناقص الارتفاع ، لأن عليه ، اذا صح القول ، ان يحمل وزن الغاز الموجود فوقه . وذلك هو المفتاح الذي يمكننا بـه أن نعين تغير الضغط مع الارتفاع . فاذا أخذنا وحدة السطح على ارتفاع h ، فالقوة الشاقولية المتجهة من الاسفل إلى الأعلى ، والفاعلة في وحدة السطح هـذه ، هي الضغط P . ولو كانت قوة الثقالة غير موجودة ، لكانت القوة الشاقولية المتجهة

من الأعلى الى الأسفل ، والفاعلة في وحدة السطح ، عند الارتفاع $h + dh$ ، مساوية القوة السابقة نفسها . لكنها هنا ليست كذلك ، لأن القوة المتجهة من الأسفل ينبغي أن تزيد عن القوة المتجهة من الاعلى بمقدار وزن الغاز المحصور في المنطقة الواقعة بين h و $h + dh$. ونعلم أن mg هي قوة الثقالة المطبقة على كل جزيئة ، وذلك اذا رمزنا بـ g الى تسارع الثقالة . أما nh فهو يمثل عدد الجزيئات الكلي ، في وحدة المقطع . وهذا يعطينا المعادلة التفاضلية : $P_{h+dh} - P_h = dP = -mgn\,dh$. ولما كان $P = nkT$ ، وكانت T ثابتة ، فيمكننا أن نحذف إما P أو n . فلو حذفنا P ، لحصلنا على :

$$\frac{dn}{dh} = -\frac{mg}{kT}\,n$$

وهي المعادلة التفاضلية التي ننشدها . وهي تنبئنا كيف تتناقص الكثافة عندما يزداد الارتفاع .

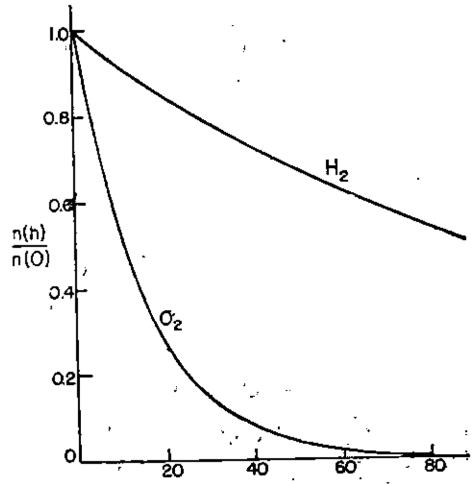
فلدينا الآن اذن معادلة لكثافة الجسيمات n . وتتغير هذه الكثافة مع الارتفاع ، ولكن مشتقها متناسب معها . ونحن نعلم ان التابع الذي مشتقه متناسب معه هو التابع الامي ، فحل هذه المعادلة التفاضلية إذن هو :

$$n = n_0\, e^{-mgh/kT} \qquad (40-1)$$

ومن الواضح أن ثابت الاستكمال n_0 يمثل الكثافة من اجل $h = 0$ (ويمكن طبعاً انتقاء صفر h في اي مكان نريد) ، وتتناقص الكثافة بصورة أسية مع الارتفاع .

لاحظ انه إذا كان لدينا أنواع مختلفة من الجزيئات ذوات كتل مختلفة ، فان تناقصاتها الأسية تكون متباينة . فالاثقل من بينها تتناقص كثافتها مع

الارتفاع بسرعة اكبر من تناقص كثافة الجزيئات الاخف . ولذا فاننا سنتوقع أنه لما كان الاكسجين أثقل من الآزوت ، فإن نسبة الآزوت في جو يحوي آزوتاً واكسجيناً تزداد عند صعودنا في هذا الجو . ولكن هذا الأمر لا يحدث فعلاً في جونا نحن ، او لنقل على ارتفاعات معقولة على الاقل ، لأن هناك تهيجات كثيرة تؤدي الى اعادة مزج الغازين من جديد . فجونا ليس بالجو المتساوي الدرجة . ومهما يكن من أمر ، فهناك ميل لدى المواد الأخف ،



الشكل (٤٠ — ٢)
The normalized density as a function of height
الكثافة المنظمة كتابع للارتفاع في حقل الثقالة الارضية من اجل الاكسجين ومن اجل الهدروجين وذلك عند درجة حرارة ثابتة

كالهدروجين مثلاً ، إلى ان تشكل الغالبية العظمى من المواد على ارتفاعات شاهقة في الجو ، لأن الكتل الاقل يستمر وجودها ، لبطء تخامدها الأسي ، في ارتفاعات شاهقة تكون الكتل الأثقل فيها قد كادت تتلاشى بسبب تخامدها الاسي الاسرع ، انظر الشكل (٤٠ — ٢) .

٤٠ ـ ٢ : قانون بولتزمان   The Boltzmann law

نلاحظ هنا حقيقة هامة هي أن الصورة في أس المعادلة (1—40) هي

الطاقة الكامنة للذرة . ولذا يمكننا ايضاً ان نصوغ هذا القانون الخاص كما يلي : تتناسب الكثافة في اية نقطة مع المقدار :

$$e^{-(\text{الطاقة الكامنة لكل ذرة} / kT)}$$

قد يكون هذا القانون لا يعدو أن يكون أمراً طارئاً ، أي قد يكون صحيحاً فقط من اجل هذه الحالة الخاصة لحقل الثقالة المنتظم . إلا اننا نستطيع أن نبرهن على انه حقيقة اكثر شمولاً . لنفرض انه توجد قوة من نوع ما ، غير قوة الثقالة ، تؤثر في جزيئات الغاز . فقد تكون الجزيئات مثلاً مشحونة بشحنة كهربائية ، وقد يفعل فيها حقل كهربائي أو شحنة كهربائية أخرى تجذبها . أو قد يجذب بعض الذرات بعضها الآخر ، أو قد تجذب الذرات الجدار ، أو قد تجذب جسماً صلباً ، أو شيئاً ما ، فتتولد من ذلك قوة تجاذب معينة ، تتغير مع الموضع ، وتفعل في كل الجزيئات . والآن لنفرض ، للسهولة ، ان الجزيئات كلها متماثلة ، وأن القوة تفعل في كل واحدة منها ، بحيث تكون القوة الكلية ، الفاعلة في عينة من غاز ، مساوية ، ببساطة ، الى جداء عدد الجزيئات في القوة الفاعلة في كل منها . ولتجنب تعقيدات لاضرورة لها ، دعنا نختار جملة احداثيات يكون فيها المحور x في اتجاه القوة F .

وبالاسلوب السابق نفسه ، إذا اخذنا مستويين متوازيين في الغاز ، تفصل بينهما مسافة dx ، فان جداء القوة الفاعلة في كل ذرة ، في العدد n من الذرات في السنتمتر المكعب (وهذا تعميم للمقدار nmg السابق) في dx ، ينبغي ان يوازنه تغير الضغط : $Fndx = dP = kTdn$. أو نعيد كتابة هذا القانون في شكل سيفيدنا فيما بعد ، فنجد :

$$F = kT\frac{d}{dx}\ (\ln n) \qquad (40-2)$$

لاحظ ، من اجل الوقت الراهن ، أن $F\,dx$ – هو العمل الذي سنقوم به لنقل جزيئة من x الى $x + dx$. وإذا كانت F مشتقة من كمون ، أي إذا كان بالامكان تمثيل العمل المبذول بطاقة كامنة ، فان هذا العمل سيكون ايضاً مساوياً للفرق بين قيمتي الطاقة الكامنة (P. E.) . ويكون العمل المبذول ، Fdx ، هو ناقص تفاضل الطاقة الكامنة ، فنجد اذن : $d(\ln n) = -d(P.E./kT)$ أو بعد الاستكمال :

$$n = (\text{constant})\, e^{-P.E./kT} \qquad (40-3)$$

وهكذا فإن مالاحظناه في الحالة الخاصة يبدو صحيحاً من اجل الحالة العامة . (ما الذي يحدث اذا لم تشتق F من كمون ؟ عندها لن يكون للمعادلة (2—40) حل ابداً . اذ يمكن للطاقة ان تتشكل ، أوأن تضيع بواسطة الذرات التي تدور في مسارات دورية لا يكون العمل على طولها معدوماً ، فلا يمكن عندئذ ان يحدث توازن أبداً . فالتوازن الحراري لا يمكن ان يتم اذا كانت القوى الخارجية الفاعلة في الذرات قوى غير محافظة) . وتُعرف المعادلة (3 — 40) باسم قانون بولتزمان ، وهي مبدأ آخر من مبادىء الميكانيك الاحصائي ، نصه هو : ان احتمال ايجاد الذرات بترتيب مكاني معين يتغير بشكل اسي مع ناقص الطاقة الكامنة لذلك الترتيب ، مقسوماً على kT .

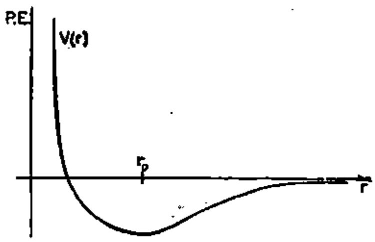
فهذا القانون يستطيع اذن ان يخبرنا بتوزع الجزيئات : لنفترض انه كان يوجد لدينا أيون موجب في مائع ، يجذب أيونات سالبة تقع حوله ، فكم واحداً من هذه الأيونات يكون على ابعاد مختلفة ؟ اذا كانت الطاقة الكامنة معلومة كتابع للبعد ، فان نسب هذه الأيونات ، على ابعاد مختلفة ، تعطى بهذا القانون . ويصح مثل هذا ايضاً في تطبيقات عديدة .

٤٠ ـ ٣ : تبخر المائع

Evaporation of a liquid

عند دراسة الميكانيك الاحصائي دراسة اعمق ، يحاول المرء أن يحل المعضلة

الهامـة التالية . لنتصور تجمعاً من جزيئات تتجاذب فيا بينها ، ولنفرض أن القوة بين أي اثنتين منها ، مثل i و j لا تتعلق إلا بالبعد بينهما r_{ij} ، وأنها يمكن أن تمثل بمشتق تابع الكمون $V(r_{ij})$ .. ويبين الشكل (٤٠ - ٣) ما يمكن ان يكون عليه مثل هذا التابع . فمن اجل $r>r_0$ ، تتناقص الطاقة عند اقتراب الجزيئات بعضاً من بعض ، وذلك بسبب تجاذبها ؛ ومن اجـل $r<r_0$ ، تزداد الطاقة بشكل حاد عنـد اقتراب الجزيئات بعضاً من بعض ، وذلك بسبب تدافعها الشديد . وهذه ، بشكل تقريبي ، هي صفة سلوك الجزيئات .



الشكل (٤٠ - ٣)
تابع الطاقة الكامنة لجزيئتين ، وهو لايتعلق الا بالبعد بينهما

A potential-energy function for two molecules.

لنفرض ان لدينا الآن صندوقاً كاملاً مملوءاً بمثل هـذه الجزيئـات ، وأننا نريد ان نعلم كيف ترتب نفسها بصورة وسطية . ان الجواب هو $e^{-P.E/kT}$. أما الطـاقه الـكامنـة الـكلية في هذه الحالة ، فإنها المجموع الممتد على الأزواج جميعاً ، وذلك بفرض أن القوى كلها تنشأ بين الازواج من الجزيئات (قد تكون هناك قوى ناشئة بين ثلاثة اجسام في امور اكثر تعقيداً ، ولكن الطـاقة الـكامنة في الكهرباء مثلاً ناشئة كلها من الازواج) . فنستنتج اذن ان احتمال ايجاد الجزيئات ، في أي تركيب معين للمسافات r_{ij} ، يكون متناسباً مع :

$$\exp[\ -\sum_{ij} V\ (\ r_{ij}\ )/kT\ ]$$

وإذا كانت درجة الحرارة عالية جداً ، بحيث يكون $kT \gg |V(r_0)|$ ، كان الاس صغيراً نسبياً في كل مكان تقريباً ، فكاد احتمال ايجاد الجزيئة يكون

مستقلاً عن الموضع . لنأخذ حالة جزيئتين فقط : فالمقدار $e^{-P.E./kT}$ يعطي احتمال وجودهما على ابعـاد مشتركة مختلفة r . ومن الواضح أنه حيث يبلـغ الكمون قيمته الصغرى فإن الاحتمال يكون أعظم ما يمكن ، وحيث يبتغي الكمون نحو اللانهاية ، فان الاحتمال يكاد يكون صفراً ، وهـذا يحدث من أجل أبعاد صغيرة جـداً . ان ذلك يعني ان ذرات كهذه ، من غاز ما ، تكاد لا تتاح لهـا الفرصة ابداً لتتقارب تقارباً وثيقـاً بسبب ما يقوم بينها من تنافر شديد . ولكن توجد فرصة ، بوحدة الحجم ، لوجودها عند النقطة r_0 اكبر من فرصة وجودها عند اية نقطة اخرى . اما ما مقدار ذلك الكبر ، فأمر يتعلق بدرجة الحرارة . فاذا كانت درجة الحرارة كبيرة جـداً بمقارنتها بالفرق في الطاقة بين $r=r_0$ و $r=\infty$ ، فان التـابـع الأسي يكون قريباً من الواحد في كل مكان تقريباً . وفي هذه الحالة ، التي تكون فيها الطاقة الحركية الوسطى (القريبة من kT) اكبر بكثير من الطاقة الكامنة ، لا تغير القوى من الأمر شيئاً مذكوراً . ولكن اثناء هبوط درجة الحرارة ، فان احتمال وجود الذرات ، عند المسافة المفضلة r_0 ، يزداد تدريجياً بالنسبة لاحتمال وجودها في أي مكان آخر . وفي الحقيقة اذا كانت kT أصغر بكثير من $|V(r_0)|$ ، فان الأس يكون موجباً وكبيراً نسبياً في ذلك الجوار . وبعبارة اخرى فإن وجود الجزيئات على بعد يوافق الطاقة الصغرى ، أكثر احتمالاً من ابتعادها ، بعضاً من بعض ، ابتعاداً اكبر من هذا البعد ؛ كل ذلك من أجل حجم معطى . وعندما تهبط درجة الحرارة ، تتقارب الذرات ، وتنقلب إلى جزيئات ، وإلى موائع ، وإلى أجسام صلبة . أما إذا ارتفعت درجة الحرارة ، فان هذه الاجسام تتبخر .

إن المتطلبات اللازمة للتحديد الدقيق لمسألة تبخر الاشياء ، معناها الكلام بدقة عن كيف ينبغي للأمور أن تجري في شروط محددة . وهذا يتضمن مايلي : ينبغي أولاً أن نكتشف القانون الصحيح $V(r)$ للقوة بين الجزيئات . ومعرفتنا

بهذا القانون تنبع من مصدر ما ، كأن يكون هذا المصدر الميكانيك الكوانتي أو التجربة . لكننا إذا عرفنا قانون القوة بين الجزيئات ، فان اكتشاف ما سيفعله مليار من الجزيئات لن يتغذى دراسة التابع $e^{-\sum V_{ij}/kT}$. انه لأمر مدهش حقاً أن يكون العمل في غاية التعقيد من أجل كمون مغطى ، في حين أن التابع هو بتلك البساطة ، وفي حين أن الفكرة هي بتلك السهولة ؛ إن الصعوبة هي في العدد الهائل من المتحولات

وعلى الرغم من وجود مثل هذه الصعوبات ، فإن الموضوع في غاية التشويق والاهتمام . وكثيراً مايضرب هذا الموضوع مثلاً على « مسألة الاجسام المتعددة» ، وهو حقاً أمر مشوق جـــداً . وينبغي أن تحتوي تلك العبارة المفردة كل التفاصيل ، كتلك المتعلقة بتجمد الغاز ، أو أشكال البلورات التي يستطيع أن يأخذها الجسم الصلب ، ولقد حاول الناس أن يعصروا هذه العبارة عصراً لكن الصعوبات الرياضية عظيمة جداً ، لا في كتابة القانون ، بل في التعامل مع ذلك العدد الهائل من المتحولات .

ذلك اذن هو توزع الجزيئات في المكان . وتلك هي ، من الناحيـة العملية ، نهاية الميكانيك الاحصائي الكلاسيكي ، لانه إذا عرفنـا القوى فإننا نستطيع ، بصورة مبدئية ، أن نجد التوزع في المكان ؛ أمـا توزع السرعات فهو أمر نستطيع أن نجده مرة واحدة وكفى ، اذ ليس هو بالشيء الذي يختلف باختلاف الحالات . ان المسائل الكبيرة هي في الحصول على معلومات خاصة من حلنا الرياضي ، وذلك هو الموضوع الاساسي للميكانيك الاحصائي الكلاسيكي .

٤٠ ــ ٤ : توزع السرعات العددية الجزيئية

The distribution of molecular speeds

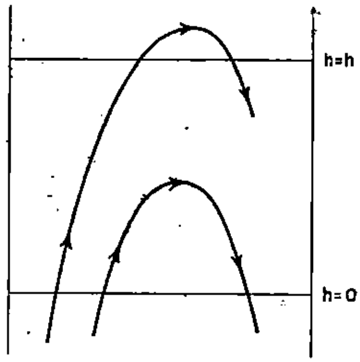
ننتقل الآن الى دراسة توزع السرعات ، لانه يكون من المفيـد والمهم

أحياناً أن نعلم كم من الجزيئات يتحرك بسرعات عـددية مختلفة . ولكي نقوم بذلك ، يمكننا أن نستخدم الحقائق التي اكتشفناها ، وهي المتعلقة بالغاز الموجود في الجو الارضي . نفترض الغاز غازاً كاملاً ، كما سبق لنا أن فرضنا عند كتابة الطاقة الكامنة ، مهملين فيها طاقة الجذب المتبادل بين الذرات . إن الطاقة الكامنة الوحيدة التي ضمّنّاها مثالنـا الأول كانت الثقالة . ولسوف يكون لدينا ، بالطبع ، أمر أكثر تعقيداً فيما لو وجدت قوى بـين الذرات أيضاً . لذا نفرض أنه لاتوجد قوى بين الذرات ، كما نهمل ، في الوقت الحاضر ، التصادمات بينها ، على أن نعود فيما بعد الى تبرير هذا الافتراض . لقد رأينـا أن عدد الجزيئات الموجودة على ارتفاع h هو أقل من التي توجد على ارتفاع 0 ، وبالرجوع الى العبارة (1 - 40) ، فان هذا العدد يتناقص بصورة أسية مع الارتفاع . وكيف يمكن لعدد الجزيئات أن يقل على ارتفاعات اكبر ؟ ألا تصل كل الجزيئات المتحركة الى الاعلى ، عند الارتفاع 0 ، الى الارتفاع h ؟ كلا ! ، وذلك لأن بعضاً من تلك الجزيئات المتحركة الى الاعلى ، عنـد الارتفاع 0 ، تكون أبطأ من اللازم ، فلا تستطيع تسلق هضبة الكمون الى h . وباستخدام هذا الدليل ، نستطيع أن نحسب عدد الجزيئات التي ينبغي أن تتحرك بسرعات عددية مختلفة ، لأننا نعلم من (1 - 40) مقدار ما يتحرك منهـا بسرعةٍ أقلّ من السرعة الكافية لتسلق مسافةٍ معطاة h . وتلك فقط هي الجزيئات التي تفسر الحقيقة القائلة بأن الكثافة عند h هي أقل منهـا عند 0 .

لنضع تلك الفكرة في صورة أكثر تحديداً : لنُحْصِ عدد الجزيئات التي تجتاز المستوي $h = o$ من الأسفل الى الاعلى (بتسميته ارتفاع الصفر ، لا نعني أن الارض تقع هناك ؛ فهذا المستوي ليس إلا مرجعاً ملائماً ، ويوجد بعض الغاز من أجل قيم سالبة لـ h) .

إن جزيئات الغاز هذه تتحرك في كل اتجاه ، لكن جزءاً منها يجتـــاز

المستوي ، وفي كل لحظة يوجد منها عدد محدد بالثانية يجتاز المستوي من الاسفل الى الاعلى بسرعات مختلفة . نلاحظ الآن ما يلي : اذا دعونا u بالسرعة اللازمة فقط لتسلق الارتفاع h (أي التي تقابلها طاقة حركية $mu^2/2$ مساوية لـ mgh) ، فيكون عدد الجزيئات في الثانية المارة نحو الاعلى من خلال المستوي الادنى ، في اتجاه شاقولي ، وبمركبة سرعة اكبر



الشكل (٤٠ - ٤) : لا يتمكن من الوصول الى الارتفاع h الا تلك الجزيئات التي تتحرك الى الاعلى من $h = 0$ بسرعة كافية .

من u هو بالضبط العدد نفسه من الجزيئات المارة من خلال المستوي الاعلى بأية سرعة موجهة نحو الاعلى . ان تلك الجزيئات ، التي سرعتها الشاقولية لا تتعدى u ، لاتستطيع اجتياز المستوي الاعلى . وعلى هذا فاننا نرى أن :

عدد الجزيئات التي تجتاز المستوي $h=0$ بسرعة $v_z > u$ = عدد الجزيئات التي تجتاز المستوي $h=h$ بسرعة $v_z = 0$

ولكن عدد الجزيئات ، التي تجتاز المستوي h بأية سرعة أكبر من الصفر ، هو عدد اكبر من العدد الذي يجتاز الارتفاع الأدنى بأية سرعة أكبر من الصفر ، لان عدد الذرات في المستوي الاسفل أكبر ؛ وذلك هو كل ما نحتاج اليه . نحن نعلم مسبقاً أن توزع السرعات هو نفسه ، وذلك بعد المحاكمة التي قدمناها من قبل حول كون درجة الحرارة ثابتة على طول الطريق خلال الجو الهوائي . وهكذا ، ولما كانت توزعات السرعة هي نفسها ، وان كل ما يتغير هو وجود ذرات اكثر كلما هبطنا نحو الأسفل ، فانه من الواضح

أن نسبة العدد $n_{>0}(h)$ ، الذي يجتاز المستوي h بسرعة موجبة ، الى العـدد $n_{>0}(0)$ ، الذي يجتاز المستوي 0 بسرعة موجبة ، هي كنسبة الكثافتين عند هذين الارتفاعين ، التي هي $e^{-mgh/kT}$. لكن $n_{>0}(h) = n_{>u}(0)$ ، لذا فإننا نجد ان

$$\frac{n_{>u}(0)}{n_{>0}(0)} = e^{-mgh/kT} = e^{-mu^2/2kT}$$

لأن $mgh = \frac{1}{2}mu^2$. ويمكن ان نعبر عن هذا بقولنا إن عدد الجزيئات ، بوحدة السطح في الثانية ، التي تجتاز الارتفاع 0 بمركبة z للسرعة أكبر من u ، هو جـداء $e^{-mu^2/2kT}$ في العـدد الكلي الذي يجتاز المستوي بسرعة أكبر من الصفر .

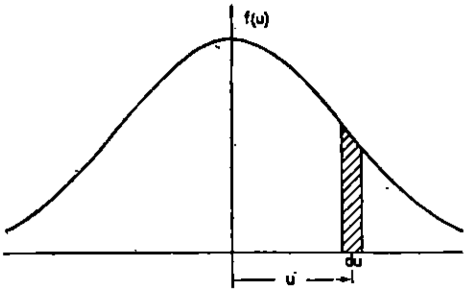
والآن نقول إن هذا صحيح ليس فقط من أجـل ارتفاع 0 مختار بصورة كيفية ، لكنه صحيح طبعاً من أجل أي ارتفاع آخر ، وهكذا فان توزعات السرعات هي توزعات واحدة ! (ان هذا النص النهائي لا يتضمن الارتفاع h ، الذي ظهر في المناقشة المتوسطة) . وهـذه النتيجة هي حقيقة عامـة تعطينا توزع السرعات . إنها تخبرنا أنه إذا حفرنا ثقباً صغيراً في جانب أنبوب الغاز ، ولكن هذا الثقب دقيقاً جداً ، بحيث تكون التصادمات قليلة ومتباعدة ، أي بحيث تكون على مسافات اكبر من قطر الثقب ، فان الجسيمات التي تخرج ستكون لها سرعات متباينة ، إلا أن جزء الجسيمات التي تخرج بسرعة اكبر من u هو $e^{-mu^2/2kT}$.

والآن لنعد الى السؤال المتعلق بإهمال التصادمات : لماذا لا يؤدي ذلك الى أي اختلاف ؟ لقد كان بوسعنا أن نتابع المحاكمة نفسها ، ليس بأخذ ارتفـاع محدود h ، بل بأخذ ارتفاع لا متناهٍ في الصغر h ، أي ارتفاع هو من الصغر

بحيث لا يترك مجالات للتصادمات أن تقع بين 0 و h . لكن ذلك لم يكن ضرورياً : أي أن المحاكمة مبنية وضوحاً على تحليل الطاقات المدروسة ، أي على انحفاظ الطاقة ، ويوجد في التصادمات ، التي تقع ، تبادل في الطـــاقات بين الجزيئات . على كل حال ، فنحن لا نحرص حقاً على ان نتبع الجزيئة نفسهـا اذا كان ماحصل هو مجرد تبادل للطاقة مع جزيئة اخرى . وهكذا يتبين لنا انه حتى ولو حللنا المسألة بعناية اكثر (وانه لأمر عسير ، طبعاً ، أن نقـوم بهذا التحليل بشكل مضبوط) ، فان ذلك لن يؤدي الى اختلاف في النتيجة . ومما يثير الاهتمام ان يكون توزع السرعة الذي وجدناه على الشكل :

$$n_{>u} \propto e^{-\text{الطاقة الحركية} / kT} \qquad (40-4)$$

إن هذه الطريقة لوصف توزع السرعات ، عن طريق اعطاء عدد الجزيئات التي تجتاز مساحة معطاة ، والتي لها مركبة صغرى معينة للسرعة في منحى الـ z ، ليست اكثر الطرق ملاءمة لإعطاء توزع السرع . ففي داخل الغاز ، كثيراً ما نريد ان نعلم عدد الجزيئات التي تتحرك بمركبة للسرعة في المنحى z محصورة بين قيمتين معطيتين ؛ وذلك لا تعطيه ، بالطبع ، المعادلة (4 - 40) مباشرة. ونحن نرغب في ان نعبر عن نتيجتنا بشكل أكثر إلفة ، على الرغم من ان ما سبق وكتبناه هو في غاية التعميم . ولاحظ أنـه ليس بالامكان أن نقول إن لأية جزيئة سرعة ما مكتوبة بدقة ؛ فليس لأي منها سرعة تساوي بالضبط 1.7962899173 متراً في الثانية . فلكي يكون لقولنا معنى ، يجب ان نسأل عن العدد الذي ينبغي ان يوجد في مجال ما من السرعات ؛ أي علينا ، مثلاً ، ان نـــذكر كم جزيئة منها ينبغي ان تكون سرعاتها محصورة بين 1.796 و 1.797 ، وهكذا وبلغة رياضية ، لنرمز بـ $f(u)\,du$ الى الجزء الذي يمثل كل الجزيئات التي سرعاتها محصورة بين u و $u+du$ ؛ ونقول عنها انها كل الجزيئات



الشكل (٤٠ - ٥) velocity distribution function

تابع توزع السرعة . المساحة المظللة هي f (u) du ، أي جزء الجسيمات التي سرعاتها تقع في مجال du حول السرعة u

the fraction of particles having velocities within a range du about u.

التي سرعتها u في مجال range قدره du (اذا كانت du لا متناهية في الصغر) . يبين الشكل (٤٠-٥) شكلاً ممكناً للتابع f (u) ، كما يمثل القسم المظلل ، الذي عرضه du ، ووسطي ارتفاعه f (u) ، هذا الجزء f (u) du . ان نسبة المساحة المظللة ، الى المساحة الكلية للمنحني ، هي الجزء النسبي للجزيئات ذات السرعة u في مجال عرضه du . وإذا عرّفنا f (u) بحيث يُعطى الجزءُ ، الذي سرعته في هذا المجال ، بالسطح المظلل مباشرة ، فإن المساحة الكلية ينبغي ان تكون مئة بالمائة منها ، أي أن :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\, du = 1 \qquad (40\text{—}5)$$

والآن علينا أن نحصل فقط على هذا التوزع بمقارنته بالنظرية التي استخرجناها من قبل . لنبدأ بالسؤال التالي : ما هو عدد الجزيئات التي تخترق مساحة ما في الثانية ولها سرعة أكبر من u ، معبراً عنها بدلالة f (u) ؟ قد نظن للوهلة الاولى أن هذا العدد ليس إلا التكامل $\int_u^{\infty} f(u)\, du$ ، ولكنه ليس كذلك ،

وذلك لأننا نريد العدد الذي يمر ، من مساحة ما ، في الثانية الواحدة . ان الجزيئات الأسرع تمر بتواتر اكبر (إذا جاز لنـــا ان نقول ذلك) مما تفعل الجزيئات الأبطأ ، ولكي نُعبر عن العدد المار ، علينا ان نضرب بالسرعـة . (لقد ناقشنا ذلك في الفصل السابق عندما تكلمنا عن عدد الاصطدامات .) ففي زمن معين t يكون العدد الكلي ، الذي يجتاز السطح ، هو كل تلك الجزيئات التي كانت قادرة على الوصول إلى السطح : أي ان العدد الذي يصل إنما يأتي من مسافة ut . وهكذا فان عدد الجزيئات التي تصل السطح لا يساوي العدد الموجود عنده ، بل هو العـدد الموجود هناك ، بوحدة الحجم ، مضروباً بالمسافة التي تمسحها الجزيئات خلال جريها نحو السطح الذي يفترض فيها أن تذهب إليه ؛ وهذه المسافة تتناسب مع u . وهكذا فإننا بحاجة الى تكامل u مضروبة في f (u)du ، وهو تكامل حده الأعلى ما لانهاية ، وحده الادنى u . وينبغي ان يكون هذا هو التكامل نفسه الذي وجدناه من قبل أي $e^{-mu^2/2kT}$ ، مع ثابتة تناسب سنحصل عليها فيما بعد :

$$\int_u^{\infty} u f(u)\, du = \text{const} \cdot e^{-mu^2/2kT} \qquad (40-6)$$

وإذا فاضلنا الآن التكامل بالنسبة لـ u ، فإننا نحصل على ما هو تحت رمز التكامل ، أي نحصل على المقدار المتكامل (باشارة ناقص ، لأن u هي الحد الادنى) ، واذا فاضلنا الجانب الآخر ، فاننا نحصل على u مضروبة بالتابع الأسي نفسه (وببعض الثوابت) . وبعد حذف u من الطرفين ، نحصل على :

$$f(u)\, du = Ce^{-mu^2/2kT}\, du \qquad (40-7)$$

إننا نبقي على du في الجانبين ليذكرنا بأن العلاقة ، هي توزع ، وهي

تخبرنا ماهي النسبة المقابلة لسرعة تقع بين u و u + du .

إن الثابتة C ينبغي ان تعين بحيث ان التكامل يساوي الواحد ، وذلك بالرجوع الى المعادلة (5—40) . والآن يمكننا ان نبرهن* على ان :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

فباستعمال هذه الحقيقة يمكننا أن نجد بسهولة أن : $C = \sqrt{m/2\pi kT}$.

ولما كانت السرعة والاندفاع متناسبين ، أمكننا أن نقول أن توزع الاندفاعات يتناسب أيضاً والمقدار $e^{-K.E./kT}$ وذلك من أجل كل وحدة من مجال الاندفاع . ويتبين أن هذه النظرية صحيحة أيضاً في النسبية ، إذا كانت بدلالة الاندفاع ، مع أنها لاتكون صحيحة إذا كانت بدلالة السرعة ، لذا فإنه من الأفضل أن نتعلمها بدلالة الاندفاع بدلاً من السرعة :

$$f(p)dp = Ce^{-K.E./kT}\, dp \qquad (40\text{—}8)$$

وهكذا فإننا نجد أن احتمالي الشرطين المختلفين للطاقة ، الحركية منها والكامنة ،

---

* للحصول على قيمة التكامل ، دعنا نضع $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$

وبعدها يكون :

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}\, dy\, dx$$

وهذا هو تكامل ثنائي ممتد على كل المستوي xy . ولكن هذا يمكن ان يكتب في الاحداثيات القطبية على الشكل :

$$I^2 = \int_0^{\infty} e^{-r^2} . 2\pi r\, dr = \pi \int_0^{\infty} e^{-t} dt = \pi$$

كليهما يعطيان بـ ($e^{-(\text{طاقة}/kT)}$ ، وهو أمر يسهل تذكره ، كما أنها حقيقة رائعة .

من الواضح أننا حصلنا فيما سبق على توزع السرعات « شاقولياً » فقط . قد نحب أن نسأل : ما هو احتمال أن تتحرك الجزيئة في اتجاه آخر ؟ من الطبيعي أن هذه التوزعات مرتبطة بعضاً ببعض ، ويمكن للمرء أن يحصل على التوزع الكلي من التوزع الذي بين أيدينا ، لأن التوزع الكلي لايتعلق إلا بمربع قيمة السرعة ، وليس بمركبتها في المنحى z . ان هذا التوزع ينبغي أن لا يتعلق بالاتجاه ، ولا يوجد سوى تابع واحد للتعبير عن هـذا التوزع ، ألا وهو احتمال القيم المختلفة . ولدينا توزع المركبة z ، ولذا يمكننا أن نحصل منه على توزع المركبات الأخرى : وتكون النتيجة أن الاحتمال يبقى متناسباً مع $e^{-K.E./kT}$ ، لكن الطاقة الحركيـة تشمل ثـلاثة أجزاء $mv_x^2/2$ و $mv_y^2/2$ و $mv_z^2/2$ ، يشكل مجموعها قوة التابع الأسي . أو يمكننا أن نكتبه كجداء :

$$\left.\begin{array}{l} f(v_x, v_y, v_z)\, dv_x dv_y dv_z \propto \\ e^{-mv_x^2/2kT} \cdot e^{-mv_y^2/2kT} \cdot e^{-mv_z^2/2kT} dv_x\, dv_y\, dv_z \end{array}\right\} \quad (40\text{—}9)$$

يمكنك أن ترى أن هذه العبارة ينبغي أن تكون صحيحة ، لأنها ، أولاً ، تمثل تابعاً لـ v^2 فقط ، كما هو مطلوب ، وثانياً ، لان احتمالات قيم v_z المختلفـة ، المستحصل عليهـا بالاستكمال على كل من v_x و v_y ليست إلا المعادلة (7—40) . إلا أن هذا التابع الوحيد (9—40) يمكنه أن يوفي بكلا الغرضين معاً !

The specific heats of gases.

٤٠ — ٥ : الحرارات النوعية للغازات

سنفتش الآن عن بعض الطرق لاختبار النظرية ، ولنرى مدى نجـــاح النظرية الـكلاسيكية للغازات . رأينا ، من قبل ، أنه إذا كانت U هي الطاقة الداخلية لـ N جزيئة ، فان العلاقـة $PV = NkT = (\gamma - 1)U$ قـد تكون صحيحة ، في بعض الاحيان ، من أجل بعض الغازات . وإذا كان الغاز وحيد الذرة ، فإننا نعلم أن هذه العلاقـة تـساوي أيضاً ثلثي الطاقـة الحركيـة لحركة مركز كتلة الذرات . وإذا كان الغاز وحيد الذرة ، فالطاقة الحركية تساوي الطاقة الداخلية ، ولذا فان $\gamma - 1 = 2/3$. ولكن لنفرض على سبيل المثال ، أن جزيئات الغاز أكثر تعقيداً ، بحيث يمكنها أن تلف وتهتز ، ولنفرض (وهذا أمر صحيح وفقاً للميكانيك الكلاسيكي) أن طاقات الحركات الداخلية تتناسب أيضاً و kT . إذن فمن أجل درجة حرارة معينة ، يكون للغاز طاقة داخلية اهتزازية أو دورانية ، بالاضافة إلى طاقته الحركية kT . وهكذا فان U الكلية لاتشمل الطاقة الحركية الداخلية فقط ، بل تشمل أيضاً الطاقة الدورانية ، فنحصل على قيمة لـ γ مختلفة . ان احسن طريقة لقياس γ بصورة تقنية هي أن نقيس الحرارة النوعية ، التي هي تغير الطاقة مع درجة الحرارة . وسوف نعود الى الكلام عن طريقة العمل هذه فيا بعد . أما من أجـــل هدفنا الراهن ، فيمكننا ان نفترض أن ايجاد γ يتم تجريبياً من منحني PV^{γ} ، اي من اجـــل الانضغاط الكظوم .

لنقم بحساب γ من اجل بعض الحالات . فلنبدأ بغاز وحيد الذرة ، تكون قيمة U ، اي الطاقة الكلية ، مساوية ايضاً للطاقـة الحركيـة نفسها . وقد سبق ان تعلمنا ان γ ينبغي ان تكون 5/3 . ولنضرب

مثلاً على غاز ثنائي الذرة كالاكسجين ، وبود الهدروجين ، والهدروجين . . الخ؛ ولنفرض أن الغاز ثنائي الذرة يمكن ان يمثل بذرتين متماسكتين بواسطة قوة من نوع ما كالذي يبينه الشكل (٤٠ – ٣) مثلاً . ويمكننا ان نفترض ايضاً ، وهذا امر نتبين صحته فيما بعد ، أنه من أجل درجات الحرارة المهمة في حالة الغاز ثنائي الذرة ، تسعى كل ذرة من زوجي الذرات إلى أن تبقى على بعد r_0 من الزوج الآخر ، وهو البعد الموافق للكمون الأصغري . ولو لم يكن هذا صحيحاً أي أنه لو لم يتغير الاحتمال تغيراً شديداً الدرجة تجعل القسم الاعظم من الذرات يستقر بالقرب من القاع (أي تجعل المسافة بين الذرة وبين اختها r_0)، لوجب علينا أن نتذكر ان غاز الاكسجين هو مزيج من O_2 وذرات اكسجين وحيدة بنسبة غير مهملة . ونحن نعلم انه لا يوجد في الحقيقة إلا عدد قليل جداً من ذرات الاكسجين الوحيدة ، وهذا يعني أن الطاقة الكامنة الصغرى اكثر بكثير من kT في قيمتها ، كما كنا قد رأينا . ولما كانت مسافات الذرات تتجمع بشدة حول r_0 ، فان الجزء الوحيد من المنحني الذي نحتاجه هو ذلك الجزء الذي يقع بالقرب من النهاية الصغرى ، والذي يمكن تقريبه بقطع مكافىء . ان الكمون المكافئ يستدعي هزازة توافقية ، وفي الحقيقة يمكننا ، بتقريب ممتاز ، ان نمثل جزيئة الاكسجين بذرتين يصل بينهما نابض .

والآن ماهي الطاقة الكلية لهذه الجزيئة عند الدرجة T ؟ نحن نعلم أنه من أجل كل ذرة من الذرتين ينبغي ان تساوي كل من الطاقتين الحركيتين 3/2 kT وهكذا فإن الطاقة الحركية لكلتا الذرتين هي 3/2 kT + 3/2 kT . ويمكننا ان نعبر عن هـذا بشكل آخر : فيمكننا ان ننظر الى المقدارين المتماثلين 3/2+3/2 كطاقة حركية لمركز الكتلة 3/2، وكطاقة حركية للدوران 2/2 و كطاقة حركية للاهتزاز 1/2 . ونحن نعلم أن الطاقة الحركية للاهتزاز هي 1/2 ، لأنه لا يوجد سوى بعد واحد عائد اليها ، ولأن لكل درجة حرية طاقة تساوي

، 1/2 kT . أما الدوران ، فيمكن له أن يتم حول أي واحد من محورين ، مما يدعو الى وجود حركتين مستقلتين . ونحن نفترض أن الذرات هي على شكل نقاط ، وانه لا يمكنها أن تلف حول الخط الذي يصل فيما بينها ؛ وهـذا امر ينبغي أن نتذكره ، لأنه إذا ما حصلنا على اختلاف ، فلربما دل ذلك على موطن المشكلة . ولكن بقي لدينا أمر آخر ألا وهو الطاقة الكامنة للاهتزاز ؛ فما هو مقدارها ؟ في الهزازة التوافقية تكون الطاقة الحركية الوسطى والطاقة الكامنة الوسطى متساويتين ، ولذا فإن الطاقة الكامنة للاهتزاز تساوي 1/2 kT ايضاً ، ويكون المجموع الكلي للطاقة هو $U = 7/2\ kT$ ، أو ان kT تمثل 2/7 U لكل ذرة . وهذا يعني اذن أن γ تساوي 9/7 بدلاً من 5/3 ، أي ان $\gamma = 1.286$.

يمكننا ان نقارن هذه الاعداد بالقيم المقيسة الموافقة ، وهي مبينة في الجدول

الجدول (٤٠ – ١)

نوع الغاز	T (°C)	γ
He	—180	1.660
Kr	19	1.68
Ar	15	1.668
H_2	100	1.404
O_2	100	1.399
HI	100	1.40
Br_2	300	1.32
I_2	185	1.30
NH_3	15	1.310
C_2H_6	15	1.22

قيم نسبة الحرارتين النوعيتين γ لغازات متعددة

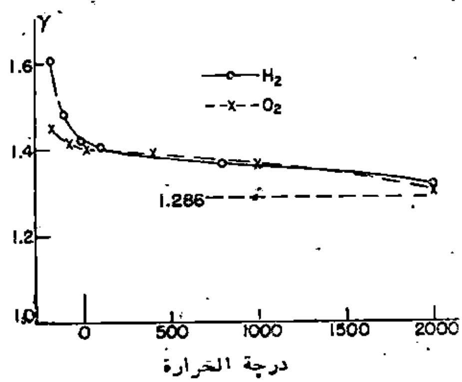
(٤٠ – ١) . فلو نظرنا أولاً الى الهليوم ، الذي هو غاز وحيد الذرة ، لوجدنا قيمة قريبة جداً من 5/3 ، ومن المحتمل ان يكون الخطأ تجريبياً ، على الرغم من أنه يمكن أن توجد بعض القوى بين الذرات عند مثل هذه الدرجة المنخفضة .

وكذلك الكريبتون والأرغون ، وكلاهما وحيد الذرة ، فهما يتفقان ايضاً مع النتيجة النظرية في مجال دقة التجربة .

ثم نأتي إلى الغازات ثنائية الذرة ، فنجد ان قيمة γ للهدروجين تساوي 1.404 .. وهي لا تتفق مع القيمة النظرية 1.286 . وللاكسجين القيمة 1.399، وهي قريبة جداً من القيمة التجريبية السابقة ، ولكنها ليست على وفاق مع النظرية. والحرارة النوعية ليود الهدروجين قريبة ايضاً من 1.40 . وقد يبدو لنا ان الجواب الصحيح هو 1.40 ، ولكنه ليس كذلك ، لأننا إذا ماتجاوزنا ذلك ونظرنا الى البروم ، فاننا نجد القيمة 1.32 ، ونجد لليودالقيمة 1.30 . ولما كانت القيمة 1.30 قريبة من 1.286 بشكل معقول ، فانه يمكن ان يقال أن اليود يتفق الى حد ما مع النظرية ، لكن الأكسجين بعيد جداً . وهكذا نجد أنفسنا أمام معضلة . فالقيمة النظرية صحيحة من أجل جزيئة من الجزيئات ، ولكنها ليست بصحيحة من اجل جزيئة اخرى ، وقد يتطلب الأمر قسطاً وافراً من الذكاء لتفسير الحالتين معاً .

لننظر في جزيئة اكثر تعقيداً من الجزيئات السابقة ، أي جزيئة تحوي عدداً كبيراً من الذرات ، مثل الايتان C_2H_6 . تتألف هذه الجزيئة من ثماني ذرات مختلفة ، وكلها تهتز وتدور بتركيبات مختلفة بحيث أن المقدار الكلي للطاقة الداخلية ينبغي أن يكون عدداً كبيراً من kT ، على الأقل 12 kT من أجل الطاقة الحركية لوحدها ، أي أن $\gamma - 1$ ينبغي أن يكون قريبا جداً من الصفر ، اي أن γ ينبغي أن تساوي الواحد بالضبط تقريباً . وفي الحقيقة فان قيمة γ تكون أخفض من قيمها السابقة ، إلا أن 1.22 ليست اخفض بكثير ، وإنها لأعلى من القيمة $1\frac{1}{12}$ المحسوبة من الطاقة الحركة لوحدها ؛ فهذه القيمة اذن حقاً غير قابلة للفهم .

وبالاضافة الى ذلك ، فالسر بأكمله عميق ، لأن الجزيئـــة ذات الذرتين لايمكن ان تجعل صلدة في وضع حدي لها . إذ ان الجزيئة ستستمر في الاهتزاز وان لم يكن هذا الاهتزاز كبيراً ، وذلك حتى لو جعلنا الترابطات اقسى مما هي عليه بشكل غير محدود . فالطاقة الاهـتزازية الداخليـة تبقى kT ، وذلك لانها لاتتعلق بشدة الـترابط . ولكن لو استطعنا ان نتخيل صـلادة مطلقة ، اي ان نوقف كل اهتزاز لنحذف متحولاً من المتحولات ، لحصلنـا على $U = 5/2\,kT$ و $\gamma = 1.40$ من اجل حالة الجزيئة ذات الذرتين . وهذه القيمة تبدو صالحـة من اجل H_2 او O_2 . ومن جهـة اخرى سيبقى امامنـا مشاكل ، لان γ تتغير مع درجة الحرارة من اجل كل من الهدروجين او الاكسجين ! ومن القيم المقيسة المبينة في الشكل (٤٠ – ٦) نرى ان γ ، من اجل الهدروجين ، تتغير من 1.6 عند الدرجة $-185°C$ إلى 1.3 عند



الشكل (٤٠ – ٦)

القيم التجريبية لـ γ كتابع لدرجة الحرارة ، مقدرة بالدرجات المؤية من أجل الهدروجين والاكسجين . وتتنبأ النظرية الكلاسيكية بان $\gamma = 1.286$ وانها لاتتعلق بدرجة الحرارة.

الدرجة $2000° C$. والتغير في حالة الهدروجين اكثر اهمية منه في حالة الاكسجين ، لكن γ تتغير حتى في حالة الاكسجين ، فهي تسعى بكل تأكيد إلى الزيادة عند انخفاض درجة الحرارة .

The failure of classical physics

٤٠ ـــ ٦ : فشل الفيزياء الكلاسيكية

والآن وقد نظرنا في كل ماسبق ، فلعلنا نقول بأن لدينا بعض المصاعب . قد نحاول تجريب قانون قوة آخر غير قانون النابض ، إلا انه يبدو ان اي شيء آخر لن يجعل γ الا أعلى . وإذا ادخلنا اشكالاً اخرى من الطاقة ، فان γ تقترب من الواحد قرباً كبيراً ، مناقضة بذلك الحقائق المعروفة . وكل الاشياء النظرية الكلاسيكية التي يمكن للمرء ان يفكر فيها لن تزيد الامر الا سوءاً . والحقيقة هي أنه توجد الكترونات في كل ذرة ، ونحن نعلم من طيوفها انه توجد حركات داخلية ؛ وينبغي ان يكون لكل الكترون طاقة حركية تساوي $\overline{1/2}\, kT$ على الاقل ، وقدر ما من الطاقة الكامنة ؛ بحيث انه عندما تضاف هاتان الطاقتان الى الطاقات السابقة ، فان γ تصبح اصغر . انه امر يدعو للسخرية . انه خطأ .

ان اول نشرة عظيمة عن النظرية التحريكية للغازات كانت على يد مكسويل في عام ١٨٥٩ . فعلى اساس من الافكار التي كنا نناقشها الآن ، تمكن من ان يفسّر بدقة عدداً كبيراً من العلاقات المعلومة ، مثل قانون بويل ، ونظرية الانتشار ، ولزوجة الغازات ، واموراً اخرى سنتكلم عنها في الفصل التالي . وقد دوّن كل هذه الانتصارات العظيمة في خلاصة نهائية ، وقال في الختام ، « واخيراً ، وبإقامة علاقة ضرورية بين الحركات الانتقالية والحركات الدورانية (مكسويل يتكلم هنا عن نظرية الـ $1/2\, kT$) ولكل الجسيمات غير الكروية ، نبرهن على ان جملة من الجسيمات كهذه لاتستطيع قطعاً

ان تحقق العلاقة المعروفة بين الحرارتين النوعيتين » . وقد اشار مكسويل بذلك إلى γ (التي سوف نرى فيما بعد أنها تنسب إلى طريقتين في قياس الحرارة النوعية) ، وهو يقول نحن نعلم أننا لانستطيع الحصول على الجواب الصحيح .

وبعد عشر سنوات ، قال في إحدى محاضراته ، « لقد قدمت اليكم الآن ما كنت اعتبره أعظم صعوبة واجهتها النظرية الجزيئية حتى الآن . » وتمثل هذه الكلمات الاكتشاف الأول بأن قوانين الفيزياء الكلاسيكية خاطئــة . لقد كانت هذه الدلالة الأولى على وجود أمر مستحيل بصورة أساسية ، لان نظرية ، تم البرهان عليها برهاناً قاطعاً ، كانت غير متفقة والتجربـة . وفي حوالي عام ١٨٩٠ ، قام جينز وتكلم عن هذه المشكلة ثانية . وكثيراً ما يسمع المرء هذا القول : ان الفيزيائيين ، في الجزء الاخير من القرن التاسع عشر ، ظنوا انهم قد عرفوا كل القوانين الفيزيائية المهمة ، وأن كل ما بقي عليهم أن يفعلوه هو حساب مواضع عشرية أكثر . ولعل شخصاً ما قال ذلك في احدى المرات ، ثم تناقله عنه الآخرون . لكن قراءة متبصرة لما كتب في ذلك الوقت تدل على أنهم جميعاً كانوا قلقين على أمر ما . لقد قال جينز عن هذه المشكلة أنها ظاهرة غامضة جداً ، وانه يبدو أنه عندما تهبط درجة الحرارة ، فان بعض أنواع الحركات « تتجمد ».

ولو استطعنا أن نفترض ، مثلاً ، أن الحركة الاهتزازية لا توجد عند الدرجات المنخفضة من الحرارة ، بل توجد عند الدرجات المرتفعة منها فقط ، لأمكننا أن نتصور أن الغاز قد يوجد إما عند درجة حرارة منخفضة ، بشكل كاف ، بحيث لاتحدث الحركة الاهتزازية ، مما يجعل $\gamma = 1.40$ ، أو عند درجة حرارة أعلى ، تبدأ عندها هذه الحركة الاهتزازية ، مما يجعل γ تهبط . ويمكن اعطاء التفسير نفسه من أجل الحركة الدورانية . فاذا كان باستطاعتنا

أن نحذف الدوران ، كأن « يتجمد » هذا الدوران عند درجة حرارة منخفضة بمقدار كاف ، فان باستطاعتنا أن نفهم حقيقة اقتراب γ للهدروجين من القيمة 1.66 عند انخفاض درجة الحرارة . وكيف نستطيع فهم مثل هذه الظاهرة ؟ من الواضح اننا لانستطيع ان نفهم ، في ضوء الميكانيك الكلاسيكي ، كيف « تتجمد » هذه الحركات . ولم يتم فهم ذلك الا بعد اكتشاف الميكانيك الكوانتي .

ويمكننا أن نذكر ، من غير برهان ، نتائج الميكانيك الاحصائي لنظرية الميكانيك الكوانتي . فنعيد الى الذاكرة انه ، وفقاً للميكانيك الكوانتي ، فان يكون للجملة المقيدة بكمون ، من اجل الحركات الاهتزازية على سبيل المثال ، مجموعة من سويات الطاقة المنفصلة ، اي حالات طاقة مختلفة . والسؤال الآن هو : كيف يجب ان نعدل الميكانيك الإحصائي وفقاً لنظرية الميكانيك الكوانتي ؟ يبدو ، أنه على الرغم من ان اغلب المسائل تكون اكثر صعوبة في الميكانيك الكوانتي منها في الميكانيك الكلاسيكي ، فان مسائل الميكانيك الإحصائي اكثر سهولة في ضوء النظرية الكوانتية ! ذاك امر مثير حقاً . ان النتيجة البسيطة التي حصلنا عليها في الميكانيك الكلاسيكي ، أي $n = n_0\, e^{-(\text{طاقة}/kT)}$ ، تصبح النظرية المهمة التالية : اذا سمينا طاقات مجموعة الحالات الجزيئية بـ $E_0, E_1, E_2 \ldots\ E_i \ldots$ ، فيكون في حالة التوازن الحراري ، احتمال ايجاد جزيئة في الحالة الخاصة ، التي طاقتها E_i ، متناسباً والمقدار $e^{-E_i/kT}$. وهذا يعطينا احتمال كون الجزيئة في حالات مختلفة . وبعبارة اخرى ، فان الفرصة النسبية ، أي الاحتمال ، لكون الجزيئة في الحالة E_1 ، بالنسبة الى فرصة كونها في الحالة E_0 ، هي :

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{e^{-E_1/kT}}{e^{-E_0/kT}} \qquad (40\text{—}10)$$

وهذه العلاقة هي العلاقة التالية نفسها ايضاً :

$$n_1 = n_0 e^{-(E_1-E_0)/kT} \qquad (40-11)$$

وذلك لان $P_1 = n_1/N$ و $P_0 = n_0/N$. وهكذا فان احتمال كون الجزيئة في حالة طاقة اعلى ، هو احتمال اعلى من احتمال كونها في حالة ادنى ونسبة عدد الذرات ، في الحالة الأعلى ، الى عددها في الحالة الادنى ، هو e مرفوعة الى القوة التالية : (ناقص فرق الطاقتين على kT) ؛ وهذا تناسب بسيط جداً .

والآن يبدو أن سويات الطاقة ، من اجل الهزازة التوافقية ، تقع على ابعاد متساوية فيما بينها . فاذا دعونا اخفض سوية طاقة $E_0=0$ (وهي في الحقيقة لاتساوي الصفر ، بل تختلف عنه قليلاً ، لكن هذا لايهم اذا ازحنا كل الطاقات بمقدار ثابت) ، كانت الطاقة الاولى هي $E_1 = \hbar\omega$ ، والثانية هي $2\hbar\omega$ ، والثالثة $3\hbar\omega$ ، وهكذا .

لنر الآن مايحدث . لنفرض أننا ندرس اهتزازات جزيئة ذات ذرتين ، نفترضانها ، للتقريب ، هزازة توافقية . دعنا نسأل ماهي الفرصة النسبية لإيجاد الجزيئة في الحالة E_1 بدلاً من الحالة E_0 . والجواب هو ان فرصة إيجادها في الحالة E_1 ، بالنسبة لفرصة ايجادها في الحالة E_0 ، تتناقص تناقص التابع $e^{-\hbar\omega/kT}$.
ونفرض الآن أن kT أصغر بكثير من $\hbar\omega$ ، واننا في شروط درجة الحرارة المنخفضة . عند ذلك يكون احتمال وجود الجزيئة في الحالة E_1 صغيراً جداً . ومن الناحية العملية تكون كل الذرات في الحالة E_0 . فاذا غيرنا درجة الحرارة ، مع بقائها منخفضة جداً ، فان فرصة وجود الذرة في الحالة $E_1 = \hbar\omega$ تبقى لا متناهية في الصغر ، أي أن طاقة الهزازة تبقى صفراً تقريباً ؛ فهي لا تتغير مع درجة الحرارة مادامت هذه الدرجة أصغر بكثير من $\hbar\omega$. فتكون كل

الهزازات اذن في الحالة الدنيا ، وتكون حركتها عملياً « متجمدة » ؛ أي ان الهزازة لا تسهم في الحرارة النوعية. وبعد هذا ، يمكننا ان نحكم ، من الجدول (٤٠ — ١) ، ان kT ، عند الدرجة 100°C ، التي تساوي 373 درجة مطلقة ، تكون أكبر بكثير من طاقة اهتزاز جزيئات الاكسجين او الهدروجين ، لكنها ليست كذلك من اجل جزيئة اليود . وسبب الاختلاف هو ان ذرة اليود ثقيلة جداً ، اذا ما قورنت بذرة الهدروجين ، وعلى الرغم من ان القوى في اليود وفي الهدروجين قد تكون من المرتبة نفسها ، فان جزيئة اليود ثقيلة جداً ، بحيث أن التواتر الطبيعي natural frequency للاهتزاز يكون منخفضاً جداً إذا ما قورن بالتواتر الطبيعي للهدروجين . ولما كان $\hbar\omega$ اكبر من kT عند درجة حرارة الغرفة من اجل الهدروجين ، لكنه أخفض منه في حالة اليود ، فان الأخير فقط ، أي اليود ، هو الذي يبدي طاقة الاهتزاز الكلاسيكية . وعندما نزيد من درجة حرارة الغاز ، بدءاً من قيمة منخفضة جداً لـ T ، حيث تكون كل الجزيئات تقريباً في اخفض حالة من الطاقة ، فان احتمال وجودها في الحالة الثانية سيزداد بصورة تدريجية ، وكذا في الحالة التالية ، وهكذا . وعندما يكون الاحتمال محسوساً من اجل عدة حالات ، فان سلوك الغاز يقترب من السلوك الذي تعطيه الفيزياء الكلاسيكية ، لأن الحالات المكممة تغدو غير متميزة تقريباً عن طاقات مستمرة ، فيمكن للجملة عندئذ أن تأخذ اية طاقة . وهكذا فانه عندما ترتفع درجة الحرارة ، فإنه ينبغي أن نحصل ثانية على نتائج الفيزياء الكلاسيكية ، كما هو واضح حقاً من الحالة المبينة في الشكل(٤٠ — ٦) . ومن الممكن ان نبين بالطريقة نفسها أن الحالات الدورانية للذرات مكممة ايضاً ، لكن الحالات قريبة جداً من بعضها بحيث ان kT في الشروط العادية تكون اكبر من الفواصل بين الحالات . وبعدئذ تثار سويات كثيرة ، وتلعب الطاقة الحركية الدورانية للجملة دورها بالطريقة الكلاسيكية . ويعتبر الهدروجين

المثال الوحيد الذي لا يتحقق فيه ذلك في درجة حرارة الغرفة .

وهذه هي اول مرة استنتجنا فيها حقاً ، وعن طريق المقارنة مع التجربة ، انه كان يوجد خطأ ما في الفيزياء الكلاسيكية، ولقد فتشنا عن حل لهذه الصعوبة في الميكانيك الكوانتي بطريقة شبيهة بتلك التي تم بها تطور الفيزياء فعلاً . وقد انقضت ثلاثون سنة ، او اربعون ، قبل اكتشاف الصعوبة التالية ، التي كانت متعلقة أيضاً بالميكانيك الاحصائي ، إلا أنها كانت متعلقة هذه المرة بميكانيك الغاز الفوتوني . ولقد حل بلانك المشكلة في السنوات الاولى من هذا القرن .

* * *

مسائل وتمارين

٤٠–١ : في مقياس للاشعاع ، تقذف جزيئات الغاز الكائن تحت ضغط منخفض ، جملة من المراوح الرقيقة والخفيفة ،وهي مراوح سوداء من أحد الجوانب وبرّاقة من الجانب الآخر . وعندما يضرب الاشعاع هذه المراوح ، فان الطاقة الممتصة تنتقل بفضل الجزيئات الضاربة الى الجانب المسوّد من كل مروحة . وتدور المراوح نتيجة لهذه القوة غير المتوازنة . ولننظر في وعاء يحوي n جزيئاً كتلتها m بوحدة الحجم ، وفي درجة الحرارة المطلقة T . تمتص وحدة السطح ، من المروحة الرقيقة الموجودة داخل الوعاء ، الطاقة المشعّة بمعدل π وات، وتحمل هذه الطاقة (بصورة متماثلة في كل الاتجاهات) الجزيئات التي تضرب جانباً واحداً من المروحة .احسب بصورة تقريبية القوة غير المتوازنة التي يؤثر بها الهواء وذلك على المروحة في درجة حرارة الغرفة.

٤٠–٢ : لدينا غاز في حالة توازن حراري . احسب ، من اجل جزيئات هذا الغاز التي تصدم سطحاً،العدد النسبي للجزيئات التي طاقاتها الحركية اكبر من(أ) الوسطي ؟(ب) ثلاثة اضعاف الوسطي ؟

٤٠–٣ : السعة الحرارية المولية عند حجم ثابت لمادة ، C_v ، هي مقدار الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة مول واحد من المادة درجة واحدة ، مع بقاء الحجم ثابتاً . ماهي السعة الحرارية المولية عند حجم ثابت (أ) لغاز كامل وحيد الذرة ؟ (ب) لغاز كامل ثنائي الذرة ؟

٤٠–٤ : يهب هواء ، في الشروط النظامية من الضغط ودرجة الحرارة ،

بسرعة v ثابتة من خلال أنبوب ذي سطح ، مقطعه العرضاني ثابت ويساوي A . وعند اجتيازه شبكة سلكية ، لا تعيق جريانه ، يسخن ، ويتلقى استطاعة قدرها p واتاً . وفي النهاية يخرج الهواء من الانبوب بسرعة v' . اكتب معادلات انحفاظ الكتلة ، والطاقة ، والاندفاع ، وذلك عندما يجتاز الهواء الانبوب ، ومن ثم اوجد :

(أ) v' (ب) درجة الحرارة النهائية T (ح) القوة الرافعة F . ان هذا هو مبدأ المحرك النفاث .

٤٠-٥ : ناقش العمل التقريبي لمحرك طائرة نفاثة ، وذلك في ضـــوء المسألة السابقة ، إذا كان المحرك يستخدم 100 kg من الهواء و 2.00 kg من الكيروسين في الثانية . تساوي حرارة احتراق الكيروسين 4.65×10^7 جول لكل كيلو غرام تقريباً . ما هي التعقيدات التي قد تُبطل النتيجة التي حصلت عليها ؟

٤٠-٦ : ان قانون توزع مكسويل هو من الشكل العام $dN/dv=Av^2e^{-bv^2}$.
ويمكن تحويل هذا القانون الى الشكل $y = x^2 e^{-x^2}$ والمطلوب:

(أ) ارسم بيانياً هذه المعادلة من اجل $0 \leqslant x \leqslant 3.0$ لتبين كيف يقهر منحني التابع الأسي المنحني المتزايد $y=x^2$

(ب) أوجد الترتيب الأعظمي للتابع .

(ح) انظر مـدى قرب المساحة المدروسة الواقعة تحت المنحني من قيمة التكامل : $\int_0^\infty x^2e^{-x^2}\,dx$

٤٠-٧ : في قانون الضغط الجوي $n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$ ؛ يدعى المقدار $h_0 = \frac{RT}{ug} = \frac{kT}{mg}$ الارتفاع العياري ، حيث u الوزن الجزيئي

والمطلوب :

احسب الارتفاع العياري لجو الأرض،وجو الشمس ، مع العلم أن:

في حالة الشمس $\begin{cases} u = 1.5 \\ T = 5500\ ^0K \\ g = 2.7 \times 10^2\ m/s^2 \end{cases}$

في حالة الأرض $\begin{cases} u = 29 \\ T = 300\ ^0K \end{cases}$

* * *

الفصل الحادي والاربعون

The Brownian Movement.

الحركة البراونية

٤١ ـــ ١ : تساوي انقسام الطاقة Equiparitition of energy

اكتشف عالم النبات روبرت براون ، الحركة البراونية في عام ١٨٢٧ . فقد لاحظ ، وهو يدرس الحياة المجهرية ، جسيمات صغيرة من نبات غبار الطلع تهتز في السائل الذي كان ينظر اليه في المجهر ، ولقد كان لديه من الحكمة ما جعله يدرك أن تلك لم تكن حية ، بل كانت مجرد أجزاء صغيرة من الغبار تتحرك في الماء . وفي الحقيقة فانه اسهم هو نفسه في توضيح أن هذه الاشياء لاعلاقة لها بالحياة وذلك بأن أخذ من الارض قطعة قديمة من الكوارتز التي تحوي على بعض الماء الذي كان حبيساً فيها . هذا الماء الذي لابد أن يكون قد مضى على وجوده فيها ملايين وملايين السنين ، ومع ذلك فقد تمكن براون أن يرى في داخله الحركة نفسها . ان مايراه المرء هو خفقان او اهتزاز دائم لجسيمات متناهية في الصغر .

ولقد برهن فيما بعد ان تلك الحركة هي احدى آثار الحركة الجزيئية ، ونحن نستطيع ان نفهمها بصورة وصفية وذلك بأن نتصور كرة كبيرة يجري دفعها على ارض ملعب ، ينظر اليها من مسافة بعيدة ، وتحتها حشد كبير من

الناس ، وكل منهم يدفعها في اتجاه مختلف . اننا لانستطيع أن نرى الناس لاننا نتصور اننا بعيدون جداً ، لكننا نستطيع ان نرى الكرة ، ونحن نلاحظ انها تتحرك بصورة غير منتظمة تقريباً . كما اننا نعلم ، وذلك من الدعاوى التي كنا قد ناقشناها في الفصول السابقة ، ان الطاقة الحركية الوسطى لجسيم صغير معلق في سائل او غاز ستكون $3/2$ kT حتى ولو كان ثقيلاً جداً اذا ما قورن بجزيء ما ؛ ان قولنا ثقيل جداً يعني ان السرعات بطيئة نسبياً ، الا ان حقيقة الامر تدل على ان السرعة ليست بطيئة بهذا القدر. وفي الحقيقة إننا لانستطيع رؤية سرعة مثل هذا الجسيم بسهولة لانه على الرغم من ان الطاقة الحركية الوسطى تساوي $3/2$ kT ، وهي تمثل سرعة من مرتبة ميلي متر في الثانية او نحوها لجسم ، قطره ، ميكرون واحد او اثنان ، فان هذا ما تصعب رؤيته حتى ولو استعملنا مجهراً ، وذلك لان الجسيم يعكس جهته بصورة مستمرة فلا ينتقل من مكانه انتقالاً محسوساً . اما المدى الذي يبلغه الجسيم فلسوف نناقشه في نهاية هذا الفصل . لقد كان اينشتاين اول من حل هذه المعضلة في بداية القرن الحالي .

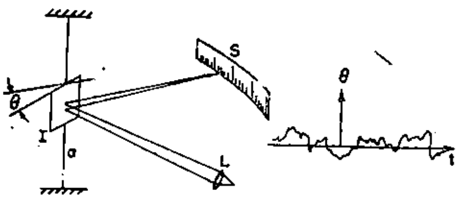
وبالمناسبة ، فاننا عندما نقول ان الطاقة الحركية الوسطى لهذا الجسيم هي $3/2$ kT ، ندّعي إننا قد استخرجنا هذه النتيجة من النظرية الحركية ، اي من قوانين نيوتن . ولسوف نجد أننا نستطيع ان نستخرج انواع عديدة من الاشياء ، وهي اشياء مدهشة ، من النظرية الحركية ، وانه لأمر ذو شأن كبير ان نستطيع ظاهرياً الحصول على اشياء كثيرة من نذر يسير . وبالطبع فاننا لانعني ان قوانين نيوتن هي هذا « النذر اليسير » ، اذ انها تكفي للقيام بذلك حقاً ، ان مانعنيه اننا لم نقم بالكثير . فكيف اذن نستخلص كل ذلك ؟ والجواب على ذلك هو اننا كنا نضع باستمرار فرضية معينة مهمة، الا وهي انه اذا كانت جملة معينة في توازن حراري عند درجة حرارة ما ، فلسوف تكون ايضاً في توازن حراري مع اي شيء آخر عند درجة الحرارة نفسها .

فمثلاً اذا اردنا ان نرى كيف سيتحرك جسيم particle اذا كان يصطدم حقاً بالماء ، فبامكاننا ان نتخيل وجود غاز مؤلف من انواع اخرى من الجسيات ، كحبات صغيرة ودقيقة نفترض انها لاتتفاعل مع الماء ، بـل تضرب الجسيم بتصادمـات « قاسية » . ولنفترض ان للجسيم سناً ناتئاً فيه ؛ فلا يكون على حباتنا الا ان تضرب هذا السن . اننا نعرف كل شيء عن هذا الغـاز الوهمي المؤلف من حبات في الدرجة T من الحرارة ، انه الغاز الكامل ، ان المـاء معقد ، لكن الغاز الكامل بسيط . والآن فان على جسيمنا ان يكون في توازن مع غاز الحبات . ولذا فان الحركة الوسطى للجسيم يجب ان تكون ماحصلنا عليه من اجل التصادمات الغازية ، لأنه لو لم يكن يتحرك بالسرعة الصحيحة بالنسبة للماء ، بل لنقل انه كان يتحرك ، مثلاً ، اسرع ، فان ذلك سيعني ان الحبات ستلتقط طاقة منه وتصبح اسخن من الماء . ولكننا كنا جعلناها في البدء عند درجة الحرارة نفسها التي فيها الماء ، واننا نفترض انـه إذا كان شيء في حالة توازن مرة ، فانه يبقى في حالة توازن ، أي لاتسخن منه أجزاء كما لاتبرد منه أجزاء أخرى بصورة تلقائية .

إن هذه الفكرة المطروحة صحيحة ويمكن البرهان عليها من قوانـين الميكانيك ، إلا أن البرهان في غاية التعقيد ولا يمكن أن نقيمه إلا باستعمال ميكانيك متقدم . إن البرهان عليها في الميكانيك الكوانتي أسهل بكثير منه في الميكانيك الكلاسيكي . ولقد كان بولتزمان أول من برهن على هذه الفكرة ، ولكننا نقبل بأنها صحيحة في الوقت الحاضر ، وبعد ذلك نستطيع أن نقول أن على جسيمنا أن يأخذ طاقة تساوي $\frac{3}{2}$ kT اذا صدمته حبات اصطناعية ، وهكذا فان هذا الجسيم ينبغي أن يأخذ $\frac{3}{2}$ kT أيضاً اذا كانت تصدمـه ، بدلاً من الحبات الاصطناعية ، جزيئات الماء ، ومن ذلك نستنتج أن طاقـة

الجسيم هي $\frac{3}{2}kT$. ان هذه محاكمة غريبة ، ولكنها مع ذلك صحيحة تماماً .

وبالاضافة الى حركة الجسيمات الغروية والتي كانت من أجلها الحركة البراونية أول ما اكتشفت يوجد عدد من الظواهر الأخرى ، سواء في المختبر أو في مواضع أخرى يمكن للمرء أن يرى فيها الحركة البراونية . فاذا كنا نحاول أن ننشىء أداة تتمتع بأقصى درجات الحساسية الممكنة ، كأن تكون مرآة صغيرة جداً على خيط رفيع من الكوارتز من أجل مقياس غلفاني قذفي حساس جداً ، انظر الشكل (٤١ -١) ، فان المرآة لاتبقى مستقرة ، لكنها تهتز طيلة الوقت ، بحيث أنه عندما نسلط عليها ضوءاً ثم ننظر الى موضع البقعة فاننا لا نحصل على أداة كاملة لأن المرآة في اهتزاز متواصل . لماذا ؟ لأن الطاقة الحركية الوسطى لدوران هذه المرآة ينبغي ان يكون وسطيها مساوياً $\frac{1}{2}kT$.



(أ)　　(ب)

الشكل (٤١ - ١) : (أ) مقياس غلفاني حساس ذو حزمة ضوئية . الضوء الساقط من المنبع L ينعكس على مرآة صغيرة الى تدريج . (ب) تسجيل رمزي لقراءة التدريج كتابع للزمن

ما هو وسطي مربعات الزاوية الذي ستهتز حوله المرآة ؟ لنفرض أننا نجد دور الاهتزاز الطبيعي للمرآة بأن ننقر على جانب واحد ثم ننظر لنرى كم تستغرق الاهتزازة في الذهاب والإياب ، ونحن نعلم ايضاً عزم العطالة I . اننا نعرف عبارة الطاقة الحركية للدوران ، فهي تعطى بالمعادلة (6—19) :

$T = \frac{1}{2} I\omega^2$. تلك هي الطاقة الحركية ، أما الطاقة الكامنة التي ترافقها فهي تتناسب ومربع الزاوية ، أي أنها تساوي $V = \frac{1}{2}\alpha\theta^2$. لكننا اذا عرفنا الدور t_0 وحسبنا منه التواتر الطبيعي $\omega_0 = 2\pi/t_0$ ، فان الطاقة الكامنة تعطى بالعلاقة $V = \frac{1}{2} I\omega_0^2\theta^2$. ونحن نعلم ان وسطي الطاقة الحركية هو $\frac{1}{2} kT$ ، ولكن لما كانت الطاقة الكامنة في هزازة توافقية هي أيضاً $\frac{1}{2} kT$ ، فان لدينا :

$$\frac{1}{2} I\omega_0^2 \langle \theta^2 \rangle = \frac{1}{2} kT$$

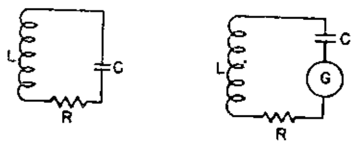
أو :

$$\langle \theta^2 \rangle = kT / I\omega_0^2 \qquad (41\text{–}1)$$

نستطيع ان نحسب بهذه الطريقة اهتزازات مرآة المقياس الغلفاني ، وبذا نجد ماهي حدود جهازنا . واذا اردنا اهتزازات اصغر ، فما علينا الا أن نبرد المرآة . ويبرز الآن سؤال مهم ، ألا وهو : اين نبرّد المرآة ؟ ان هذا يتعلق بالمصدر الذي تحصل منه المرآة على «اللطمات» . فاذا كان ذلك يتم من خلال الخيط ، فاننا نبرده عند طرفه العلوي ، اما اذا كانت المرآة محاطة بغاز وكانت تتلقى صدماتها منه ، فتبريد الغاز هو الافضل في هذه الحالة . وفي الحقيقة ، اذا كنا نعلم من اين يأتي تخامد (damping) الاهتزازات ، نكون بذلك قد وضعنا ايدينا على منبع الترجحات (fluctuations) ايضاً ، وتلك نقطة سنعود اليها .

ويصح الشيء نفسه في الدارات الكهربائية ، مما يدعو للحيرة والدهشة . لنفرض أننا نبني مضخماً في غاية الدقة والحساسية من أجل تواتر محدد ، ولنفرض أن لهدارة تجاوب (resonant circuit) ، كما في الشكل (٤١-٢) ، عند الدخول كي تجعله شديد الحساسية لهذا التواتر المعين ، كالمستقبل الراديوي لكنه نوع جيد حقاً . لنفرض أننا نرغب

Voltage
ان ننزل الى ادنى حد منخفض في الأشياء ، وهكذا فإننا نأخذ التوتر ، وليكن
inductance
من التحريضية ، ثم نوسله الى بقية المضخم . ومن الطبيعي أن يحدث مقدار محدد من الضياع في أية دارة كهذه . فهي ليست دارة تجاوب كاملة ، لكنها دارة جيدة جداً ولا يوجد فيها سوى مقاومة ضئيلة (نحن نضع المقاوم بحيث نستطيع أن نراه ، لكننا نفرض انه صغير) .



(أ)　　　(ب)

الشكل (٤١ - ٢) : دارة تجاوب ذات Q عالية ، (أ) دارة حقيقية في الدرجة T . (ب) دارة اصطناعية، تحوي مقاومة مثالية (عديمة الضجيج) و« مولد ضجيج G »

A high - Q resonant circuit
(a) actual circuit, at temp T.
(b) Artifical circuit, with an ideal (noise-less) resistance and a "noise generator"

والآن نحن نرغب أن نعرف :
how much does the voltage across the inductance fluctuate
ما هو مقدار ترجح التوتر بين طرفي التحريضية ؟ الجواب : نحن نعلم ان « الطاقة
resonant coil
الحركية » هي $\frac{1}{2}LI^2$ ، أي الطاقة المرافقة لوشيعة في دارة تجاوب (الفصل الخامس والعشرون) . لذا فإن القيمة الوسطى لـ $\frac{1}{2}LI^2$ تساوي $\frac{1}{2}kT$ ، أي ان ذلك
r.m.s
يخبرنا ما هي قيمة جذر وسطي مربعات التيار (القيمة المنتجة) ونستطيع ان نجد قيمة جذر وسطي مربعات التوتر من معرفة قيمة التيار المقابلة لها . فإذا أردنا التوتر بين طرفي التحريضية فالعبارة هي : $\hat{V}_L = i\,\omega_0 L\hat{I}$ ، ويساوي وسطي القيمة المطلقة لمربع التوتر على التحريضية $\langle V_L^2 \rangle = L^2 \omega_0^2 \langle I^2 \rangle$ ، وبوضع $\frac{1}{2}L\langle I^2 \rangle = \frac{1}{2}kT$ فإننا نحصل على :

$$\langle V_L^2 \rangle = L\,\omega_0^2 kT \qquad (41-2)$$

وهكذا نستطيع الآن أن نصمم دارات ونخبر متى سنحصل على ما يسمى
Johnson noise
ضجيج جونسون ، وهو الضجيج الذي يرافق الترجحات الحرارية !

من اين تأتي الترجحات هذه المرة ؟ إنها تأتي ثانية من المقاوم ،

فالالكترونات في المقاوم تهتز لأنها في توازن حراري مع المادة في المقاوم ، كما انها تقوم بترجحات في كثافة الالكترونات . وهكذا تصنع الالكترونات حقولاً كهربائية طفيفة هي التي تسيّر الدارة التجاوبية .

يعطي المهندسون الكهربائيون الجواب بطريقة اخرى . فالمقاوم ، من وجهة النظر الفيزيائية ، منبع الضجيج فعلاً . على كل حال ، يمكننا أن نستعيض عن الدارة الحقيقية التي تحوي المقاوم الفيزيائي الفعلي الذي يسبب الضجيج ، بدارة اصطناعية تحتوي على مولد صغير سيمثل الضجيج ، والآن نعدُّ المقاوم مثالياً ، أي لا يأتي منه أي ضجيج . فكل الضجيج يقع في المولد الاصطناعي . وهكذا إذا علمنا خواص الضجيج الذي يولده مُقاوم ، أي إذا كان لدينا العلاقة التي تعطي ذلك ، فإننا نستطيع أن نحسب ما ستفعله الدارة في استجابتها للضجيج . وهكذا فاننا بحاجة إلى عبارة ترجّحات الضجيج . والآن فان الضجيج الذي يولده المقاوم يكون حاوياً على كل التواترات ، اذ أن المقاوم بحد ذاته ليس تجاوبياً . ومن الطبيعي أن الدارة التجاوبية لا «تستمع» إلا للجزء الذي يقع في جوار التواتر الصحيح ، إلا أن للمقاوم تواترت عديدة مختلفة فيه . ويمكننا ان نصف مدى قوة المولد كما يلي : ان الطاقة الوسطى التي سيمتصها المقاوم فيما لو وُصل مباشرة بين طرفي مولد الضجيج ستكون $\langle E^2 \rangle /R$ ، وذلك إذا كانت E تمثل التوتر من المولد لكننا نريد أن نعلم بتفصيل أكثر مقدار الاستطاعة (power) الموجودة عند كل تواتر . توجد استطاعة صغيرة جداً في أي تواتر وحيد ؛ فالاستطاعة موزعة بين التواترات . لتكن $p(\omega)\,d\omega$ الاستطاعة التي سيقدمها المولد في مجال من التواتر $d\omega$ الى المقاوم ذاته . فعندئذ نستطيع أن نبرهن (سوف نبرهن من أجل حالة أخرى، لكن الحسابات ستكون هي نفسها تماماً) ان الاستطاعة تساوي :

$$p(\omega)\, d\omega = (2/\pi)\, kT\, d\omega \qquad (41 - 3)$$

وهي لاتتعلق بالمقاومة إذا ما كتبت بهذا الشكل .

٤١ — ٢ : التوازن الحراري للاشعاع Thermal equilibrium of radiation

والآن ننتقل لننظر في فكرة مطروحة اكثر تقدماً وأهمية ،وهي كما يلي . لنفرض أن لدينا هزازة مشحونة كتلك الهزازات التي كنا نتكلم عنها عندما كنا نناقش الضوء ، ولنفرض أن هـذه الهزازة هي الكترون يهتز للأعلى والأسفل في ذرة . فاذا كان يهتز للأعلى والأسفل ، فانه يشع ضوءاً . ولنفرض الآن أن هذه الهزازة توجد في غاز متخلخل جداً مكوّن من ذرات أخرى ، وان الذرات تصطدم به بين الفينة والفينة . وفي وضع التوازن ، أي بعد فترة طويلة من الزمن ، تلتقط هـذه الهزازة طاقة بحيث تكون طـاقتها الحركية للاهتزاز مساوية $\frac{1}{2}$ kT ، ولما كانت هذه الهزازة هزازة توافقية فان الطاقـة الـكلية لحركتها تصبح kT . إن هذا الوصف الذي قدمناه حتى الآن هو وصف خاطىء طبعاً ، لأن الهزازة تحمل شحنة كهربائية . فاذا كانت لها طاقة تساوي kT فإنها تتذبذب للأعلى وللأسفل وتشع ضوءاً . ولذا فانه يستحيل ان نحصل على توازن لمـادة حقيقية وحدها دون أن تصدر الشحنات فيها ضوءاً ، وعندما يصدر الضوء ، تسيل الطاقـة ، وتفقد الهزازة طاقتها kT مع مرور الزمن ، وهكذا فان الغاز الذي يصطدم بأجمعه مـع الهزازة يبرد تدريجياً . وتلك هي الطريقة التي تبرد فيها مدفأة حارة في ليلة باردة عن طريق اشعاع الضوء الى السماء ، لأن الذرات تخضّ شحناتها وتشع باستمرار ، وببطء ، وبسبب هذا الاشعاع ، فإن حركة الخضّ تتباطأ .

ومن جهة اخرى ، إذا وضعنا جملة اشياء داخـل صندوق بحيث ان الضوء

لايخرج الى اللانهاية ، فعندئذ نستطيع في النهاية أن نحصل على التوازن الحراري.

radiators
بإمكاننا إما أن نضع الغاز في صندوق حيث نستطيع أن نقول إنه توجد مشعات اخرى في جدران الصندوق تعيد الضوء ثانية أو ، أن نأخذ مثالاً أحسن ، فيمكننا أن نفترض أن جدران الصندوق مرايا . إنه لمن الأسهل أن نفكر في الحالة الثانية . وهكذا نفرض أن كل الاشعاع الذي يخرج من الهزازة يبقى متنقلاً في الصندوق . ويكون صحيحاً طبعاً ، عندئذ ، أن تبدأ الهزازة بالاشعاع ، ولكنها سرعان ما تصبح قادرة على الحفاظ على طاقتها الحركية kT على الرغم من كونها تقوم بالاشعاع ، وذلك لانها تبقى مضاءة ، كما يمكن أن نقول ، بضوئها المنعكس من جدران الصندوق . أي أنه يوجد بعد فترة قصيرة مقدار كبير من الضوء متدفق في الصندوق ، وبالرغم من ان الهزازة تشع قسماً منه ، إلا أن الضوء يعود ويُعيد إليها بعض الطاقة التي كانت قد أشعت .

سوف نعين الآن مقدار الضوء الذي ينبغي أن يوجد في مثل هذا الصندوق عند الدرجة T وذلك كي تولد انارة الضوء لهذه الهزازة ما يكفي بالضبط من الطاقة لتعويض الضوء الذي اشعته .

لنفرض ذرات الغاز قليلة جداً ومتباعدة ، بحيث يكون لدينا هزازة مثالية لا مقاومة لها إلا مقاومة الاشعاع . ثم نعتبر أن الهزازة تقوم بأمرين في آن واحد وذلك في وضع التوازن الحراري فهي أولاً تمتلك طاقة وسطى kT ، ونحسب مقدار الاشعاع الذي تصدره . وثانياً ، ينبغي على هذا الاشعاع أن

scattered
يكون مساوياً بالضبط لمقدار الاشعاع الذي يمكن ان ينتج بسبب تبعثر الضوء الوارد على الهزازة . ونظراً لعدم وجود أي مكان تذهب إليه الطاقة ، فإن الاشعاع الفعال سيكون حقاً هو الضوء المتبعثر من الضوء الموجود هناك .

وهكذا فاننا نبدأ بحساب الطاقة التي تشعها الهزازة في الثانية ، إذا كانت لها طاقة معينة . (نستعير من الفصل الثاني والثلاثين المتعلق بموضوع مقاومة الاشعاع عدداً من المعادلات دون الرجوع الى استخراجها .) تدعى الطاقة المشعّة في الراديان مقسومة على طاقة الهزازة بـ $1/Q$ أي المعادلة (8 — 32) وهي : $1/Q = (dW/dt)/\omega_0 W$ وباستخدام المقدار γ ، وهو ثابتة التخامد ، يمكن أن تكتب هذه العلاقة على الشكل التالي ايضاً : $1/Q = \gamma/\omega_0$ ، حيث ω_0 هو التواتر الطبيعي للهزازة ؛ فاذا كانت γ صغيرة جداً ، كانت Q كبيرة جداً . وتعطى بعدئذ الطاقة المشعّة في الثانية بـ :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\omega_0 W}{Q} = \frac{\omega_0 W \gamma}{\omega_0} = \gamma W \qquad (41-4)$$

وهكذا نرى ببساطة ان الطاقة المشعة في الثانية هي جداء غاما في طاقة الهزازة . والآن ينبغي على الهزازة أن تمتلك طاقة وسطى kT ، الأمر الذي يجعل γkT مساوياً لوسطي مقدار الطاقة المشعة في الثانية :

$$\langle dW/dt \rangle = \gamma kT \qquad (41-5)$$

وما علينا الآن إلا أن نعرف ما هي قيمة γ . يمكن ايجاد غاما بسهولة من المعادلة (12—32) . فهي :

$$\gamma = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{2}{3}\frac{r_0\ \omega_0^2}{c} \qquad (41-6)$$

حيث $r_0 = e^2/mc^2$ هو نصف القطر الكلاسيكي للالكترون ، وقد استفدنا من $\lambda = 2\pi c/\omega_0$.

واخيراً تكون نتيجتنا النهائية لوسطي معدل طاقة اشعاع الضوء في جوار التواتر ω_0 ، معطاة بالعلاقة :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{r_0 \omega_0^2 k T}{c} \qquad (41-7)$$

لنسأل بعد ذلك عن مقدار الضوء الذي ينبغي أن ينير الهزازة . إنه ينبغي أن يكون كافياً لجعل الطاقة الممتصة من الضوء (وهي الطاقــة التي تتبعثر بعدئذ) مساوية لهذا المقدار تماماً . وبعبارة اخرى ، فان الضوء الصادر يمكن اعتباره مكافئاً للضوء المتبعثر من الضوء الذي ينير الهزازة في الجوف . وهكذا ينبغي علينـا أن نحسب الآن مقـدار الضوء المتبعثر على الهزازة ، إذا وجد مقدار محدد ، غير معلوم ، من الاشعاع الذي يرد عليها . ليكن $I(\omega)\, d\omega$ مقدار الطاقة الضوئية الموجودة عند التواتر ω ، في مجال محــدد $d\omega$ (لأنه لايوجد ضوء عند تواتر محدد بالضبط ؛ بل الضوء موزع على مدى الطيف) . وهكذا فان $I(\omega)$ هي توزع طيفي (spectral distribution) محدد نسعى الآن لإيجاده ، أي أنه لون الفرن عند الدرجة T الذي نراه عندما نفتح البـاب وننظر في الثقب . والآن نسأل ، ما هو مقدار الضوء الممتص ؟ لقد استخرجنا مقدار الاشعاع الممتص من حزمة ضوئية واردة معطـاة ، وحسبناه بـدلالة المقطع العرضاني (Cross section) . إن ذلـــك يكافيء قولنا أن كل الضوء الذي يسقط على مقطع عرضاني معين يصيبه الامتصاص . وهكذا فإن المقدار الكلي الذي أعيد إشعاعه (تبعثر) هو جداء الشدة $I(\omega)\, d\omega$ الواردة في المقطع العرضاني (Cross section) σ .

إن عبارة المقطع العرضاني التي استخرجناها ، أي المعادلة (19 — 31) ، لم تتضمن التخامد . ليس صعباً ان نقوم بعملية الاستخراج ثانية وندخل حد المقـاومة الذي أهملناه . فاذا فعلنا ذلك ، وحسبنا المقطع العرضاني بالطريقة نفسها ، فاننا نحصل على :

$$\sigma_s = \frac{8 \pi r_0^2}{3} \left(\frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \right) \qquad (41-8)$$

والآن إذا اعتبرنا σ_s كتابع للتواتر ، فإنه لايكون ذات قيمة ملموسة إلا من أجل قيم ω القريبة جداً من التواتر الطبيعي ω_0 . (تذكر أن قيمة Q من أجل الهزازة المشعة تبلغ 10^8 تقريباً .) وتبعثر الهزازة الضوء بعثرة شديدة عندما تكون ω مساوية ω_0 ، وبعثرة ضعيفة جداً من أجل قيم ω الأخرى . ولذا فبإمكاننا أن نستعيض عن ω بـ ω_0 وعن $\omega^2-\omega_0^2$ بـ $2\omega_0(\omega-\omega_0)$ ، فنحصل على :

$$\sigma_s=\frac{2\pi r_0^2\omega_0^2}{3[(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4]} \qquad (41-9)$$

والآن يتوضع المنحني كله بجوار $\omega=\omega_0$. (وفي الحقيقة نحن لسنا بحاجة لافتراض أي تقريب ، لكنه من الأسهل جداً إجراء التكاملات إذا بسطنا المعادلة قليلاً) .

لنضرب الآن الشدة الموافقة لمجال تواتر معين بالمقطع العرضاني للتبعثر ، وذلك للحصول على مقدار الطاقة المتبعثرة في المجال $d\omega$. وتصبح الطاقة الكلية المتبعثرة هي تكامل هذا المقدار ، من أجل كل قيم ω . فلدينا إذن :

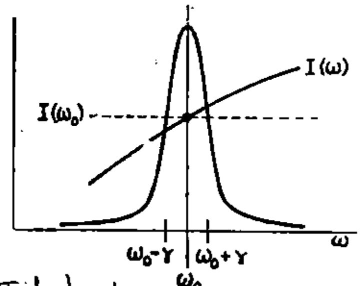
$$\frac{dW_s}{dt}=\int_0^\infty I(\omega)\,\sigma_s(\omega)\,d\omega \qquad (41-10)$$

$$\frac{dW_s}{dt}=\int_0^\infty \frac{2\pi r_0^2\omega_0^2 I(\omega)\,d\omega}{3[(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4]}$$

نضع الآن $dW_s/dt=3\gamma kT$. لماذا ثلاثة ؟ السبب هو انه لما أجرينا تحليلنا للمقطع العرضاني في الفصل (٣٢) ، فرضنا ان الاستقطاب كان بحيث يجعل الضوء قادراً على تسيير الهزازة . لو كنا استخدمنا هزازة قادرة

على الحركة في اتجاه واحد فقط ، وكان الضوء مثلاً ، مستقطباً في الاتجاه غير المناسب ، لما نتج اي تبعثر . وهكذا ينبغي علينا ان نختار احد امرين ، فإما ان نأخذ وسطي المقطع العرضاني لهزازة قادرة على الحركة في اتجاه واحد فقط ، ونحسب هذه القيمة الوسطى من اجل كل اتجاهات ورود الضوء واستقطابه ؛ وإما ، وهذا امر اسهل ، ان نتصور هزازة قادرة على اتباع الحقل مهما كان اتجاهه . ان هزازة كهذه ، قادرة على الاهتزاز في الاتجاهات الثلاثة على حد سواء ، ستمتلك طاقة وسطى مساوية $3\ kT$ لأنه توجد ثلاث درجات من الحرية في تلك الهزازة. وهكذا ينبغي علينا ان نستعمل $3\ \gamma\ kT$ بسبب درجات الحرية الثلاث .

والآن علينا ان نجري التكامل . لنفرض ان التوزع الطيفي المجهول $I\ (\omega)$ للضوء هو منحن مستمر ، لايتغير كثيراً خلال منطقة التواتر الضيقة جداً التي تبلغ فيها σ_s ذروتها كما في الشكل (٤١ — ٣) فعندئذ تكون المساهمة الوحيدة ذات الشأن هي من اجل ω قريبة جداً من ω_0 ، في حدود المقدار γ ، الصغير جداً. وهكذا وعلى الرغم من أن $I\ (\omega)$ قد يكون تابعاً معقداً وغير معلوم ، إلا أن المكان الوحيد الذي يكون فيه ذا قيمة محسوسة هو بالقرب من $\omega = \omega_0$ ، وهناك يمكننا أن نستعيض عن المنحني المستمر بمنحن



The factors in the integrand

الشكل (٤١ - ٣) : العوامل في المقدار المستكمل (41—10) . الذروة هي منحني التجاوب $1/(\omega-\omega_0)^2 + \gamma^2/4$. يمكن الاستعاضة عن العامل $I(\omega)$ بـ $I(\omega_0)$ وذلك مع بقاء التقريب جيداً .

The peak is the resonance curve

أفقي ، أي « بثابت » ، عند الارتفاع نفسه . وبعبارة أخرى ، نأخذ $I(\omega)$ ببساطة خارج مجال إشارة التكامل ونسميه $I(\omega_0)$. يمكننا أيضاً أن نأخذ بقية الثوابت خارج إشارة التكامل ونضعها أمام التكامل ، فيبقى لدينا :

$$\frac{2}{3}\pi r_0^2 \omega_0^2 I(\omega_0) \int_0^\infty \frac{d\omega}{(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2/4} = 3\ \gamma kT \qquad (41\text{—}11)$$

والآن ، ينبغي على هذا التكامل أن يمتد من 0 إلى ∞ ، لكن الصفر بعيد جداً عن ω_0 حيث يكون المنحني قد انتهى كلياً عند تلك النقطة ، ولذا فإننا نبدأ عوضاً عن ذلك من ناقص لا نهاية ، الأمر الذي لا يُحدث أي اختلاف إلا أن إجراء التكامل يصبح أسهل بكثير . إن التكامل هو التابع العكسي لتابع الظل وهو من الشكل $\int dx/(x^2+a^2)$. فاذا بحثنا عنه في أي كتاب للتكاملات لوجدنا أنه يساوي $\frac{\pi}{a}$. ويصبح هذا التكامل $\frac{2\pi}{\gamma}$ في الحالة التي نحن بصددها. وباعادة ترتيب الحدود نحصل على :

$$I(\omega_0) = \frac{9\gamma^2\ kT}{4\ \pi^2\ r_0^2\ \omega_0^2} \qquad (41\text{—}12)$$

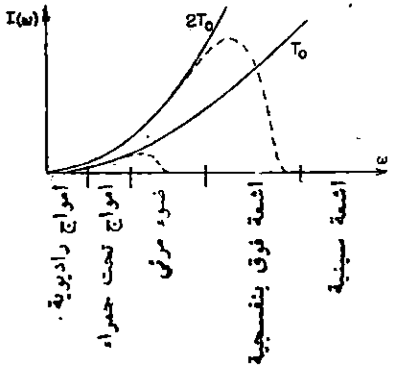
وبعد هذا نعوض العلاقة (41—6) التي تعطي γ (لا تقلق بشأن كتابة ω_0، ذلك أنه ما دامت المعادلة صحيحة مهما كانت ω_0 ، لذا يمكن أن تكتب ω محل ω_0) وكذلك العلاقة التي تعطي $I(\omega)$ فيصبح لدينا :

$$I(\omega) = \frac{\omega^2\ kT}{\pi^2\ c^2} \qquad (41\text{—}13)$$

وتعطينا هذه المعادلة توزع الضوء في فرن حار . وتدعى اشعاع الجسم الأسود. وجاءت الكلمة أسود ، نظراً لان الثقب الذي ننظر اليه في الفرن أسود عندما

تكون درجة الحرارة صفراً .

تمثل المعادلة (13–41) توزع طاقة الاشعاع وفقاً للنظرية الكلاسيكية ، وذلك داخل صندوق مغلق في الدرجة T . دعنا نلاحظ ، أولاً ، مظهراً مميزاً لهذه العبارة . ان شحنة الهزازة وكتلتها وكل الخواص المميزة لهـا ، تختصر ، لأنه بمجرد أن نصل إلى وضع التوازن في حالة هزازة ما ، فانه ينبغي أن تكون في وضع توازن من أجل أية هزازة اخرى ذات كتلة مختلفة . وإلا فسنقع في ورطة . وهكذا فان هذا نوع مهم من التحقق من الفكرة المطروحة التي مفادها ان التوازن لا يتعلق بما نحن متوازنون معه بل يتعلق بدرجة الحرارة فقط . دعنـا نرسم صورة للمنحني I (ω) ، انظر الشكل (٤١ – ٤). ينبئنا هذا المنحني بمقدار الضوء الذي نحصل عليه عند تواترات مختلفة .



الشكل (٤١ – ٤) : توزع الشدة في الجسم الاسود من اجـل درجتي حرارة مختلفتين ، وفق الفيزياء الكلاسيكية (المنحنيان المستمران). يبين المنحنيان المتقطعان التوزع الحقيقي

إن قيمة الشدة الموجودة في صندوقنا ، في مجال يساوي وحدة التواتر ، تتناسب ، كما نرى ، مع مربع التواتر ، وهذا يعني أنـه إذا كان لدينا صندوق ما في اية درجة من الحرارة ، واذا نظرنا الى الاشعة السينية الخارجة من الصندوق ، لوجدنا مقداراً كبيراً منها !

نحن نعلم ، بالطبع ، ان هذا باطل . فنحن عندما نفتح الفرن ونلقي نظرة عليه ، فان اعيننا لا تحترق بالاشعة السينية . فنتيجتنا اذن باطلة تماماً . وفوق

ذلك ، فان الطاقة الكلية في الصندوق ، اي مجموع كل هذه الشدة من اجل كل التواترات ، ستكون المساحة الكائنة تحت هذا المنحني غير المحدود . ولذا فان هناك خطأ ما ارتكبناه بشكل اساسي فادح ومطلق .

وهكذا كانت النظرية الكلاسيكية عاجزة عجزاً مطلقاً عن وصف توزع الضوء من جسم اسود بشكل صحيح ، مثلما أنها كانت عاجزة عن وصف الحرارات النوعية للغاز بشكل صحيح . ولقد تفحص الفيزيائيون هذا الاستخراج مرات ومرات من وجهات نظر مختلفة عديدة ، لكنهم لم يجدوا لهم مخرجاً . ان هذا هو تنبؤ الفيزياء الكلاسيكية . تدعى المعادلة (13—41) قانون ريلي ، وهي ما تتنبأ به الفيزياء الكلاسيكية ، وهي طبعاً أمر مستحيل .

* Equipartition and the quantum oscillator

٤١ ــ ٣ : تساوي الاقتسام والهزازة الكوانتية

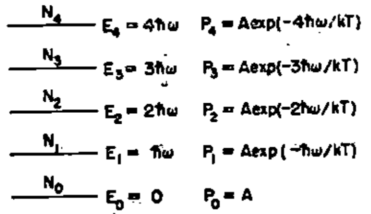
إن الصعوبة المذكورة أعلاه كانت جزءاً آخر من المعضلة الدائمة للفيزياء الكلاسيكية ، التي بدأت بمشكلة الحرارة النوعية للغازات ، والتي تركزت الآن على توزع الضوء في الجسم الأسود . ومن البدهي أنه في الوقت الذي درس فيه النظريون هذا الامر ، كانت توجد العديد من القياسات للمنحني الحقيقي . ولقد تبين أن المنحني الحقيقي يشبه المنحني المنقط في الشكل (٤١ -٤) . أي ان الأشعة السينية لم تكن موجودة . إذا خفضنا درجة الحرارة ، فان المنحني بأكمله يهبط بصورة متناسبة مع T ، وذلك حسب النظرية الكلاسيكية ، والمنحني الملاحظ فعلاً ينقطع ايضاً بصورة أسرع عند درجة من الحرارة أخفض . وهكذا فإن طرف التواتر المنخفض من المنحني صحيح ، لكن طرف التواتر المرتفع خاطىء . لماذا ؟ عندما كان السير جيمس جينز يفكر في الحرارات النوعية للغازات ، لاحظ أن الحركات ذات التواترات العالية « تتجمد » عندما

تنخفض درجـــة الحرارة انخفاضاً مفرطاً . أي أنه ، إذا كانت درجة الحرارة منخفضة انخفاضاً مفرطاً ، وإذا كان التواتر عالياً علواً مفرطاً ، فانه لن تكون للهزازات طاقة kT بصورة وسطية . لنتذكر الآن كيف جرى استخراجنا للمعادلة (13 - 41) : إنه يعتمد كلياً على طاقة الهزازة في وضع التوازن الحراري . كانت kT في المعادلة (41—5) ، وكانت kT نفسها في المعادلة (41—13) ، هي الطاقة الوسطى لهزازة توافقية تواترها ω عند الدرجة T . إن هذه الطاقة ينبغي ان تساوي kT من الناحية الكلاسيكية ، أما من الناحية التجريبية ، فهذا غير صحيح ! فهو ليس صحيحاً عندما تكون درجة الحرارة منخفضة انخفاضاً مفرطاً أو عندمايكون تواتر الهزازة عالياً علواً مفرطاً . وهكذا فان السبب الذي يدعو المنحني للتنـــاقص هو السبب نفسه الذي يجعل تنبؤنا بالحرارات النوعية للغازات فاشلاً . ودراسة منحني الجسم الأسود أسهل من دراسة الحرارات النوعية للغازات ، لأن هذه الأخيرة معقدة جداً ، لذا فإننا سنركز انتباهنا على تعيين المنحني الصحيح للجسم الأسود ، لأن هـذا المنحني هو الذي ينبئنا بالضبط ، عند كل تواتر ، بالقيمة الفعلية للطاقة الوسطى للهزازات التوافقية كتابع لدرجة الحرارة .

درس بلانك هذا المنحني ، فحدد أولاً الجواب بصورة تجريبية ، وذلك عن طريق تلبيس المنحني الملاحظ بتابع جميل يلائمه تماماً . وهكذا فقد وجد عبارة تجريبية للطاقة الوسطى للهزازة التوافقية كتابع للتواتر . وبعبـارة أخرى ، وجد العبارة الصحيحة عوضاً عن kT ، وبعدئذ وبالسعي الحثيث وجد استخراجاً بسيطاً لها تضمن فرضية غريبة جداً . كان مفاد تلك الفرضية أن الهزازة التوافقية لا تستطيـع أن تأخذ من الطاقات في كل مرة سوى $\hbar\omega$. وان الفكرة القائلة أن الهزازات يمكن ان تكون لها أية طاقة مهما تكن فكرة خاطئة . وكان

هذا طبعاً بداية النهاية للميكانيك الكلاسيكي .

سنستخرج الآن أولى العبارات التي استخرجت استخراجــاً صحيحاً في الميكانيك الكوانتي . لنفرض أن سويات الطاقة المسموح بها لهزازة توافقية تبعد عن بعضها بالتساوي بمقدار $\hbar\omega_0$ ، بحيث لا يمكن للهزازة ان تكون لها إلا إحدى هذه الطاقات المختلفة ، انظر الشكل (٤١-٥) . وضع بلانك برهاناً اكثر تعقيداً بقليل من البرهان المعطى هنا ، وذلك لأن عمله كان في البداية الاولى للميكانيك الكوانتي فكان عليه أن يبرهن بعض الأشياء . أما نحن فإننا سنقبل كحقيقــة مفروغ منها أمراً



الشكل (٤١ - ٥)
تكون سويات الطاقة لهزازة توافقية متساوية البعد : $E_n = n\hbar\omega$

برهن هو عليه ، هو ان احتمال شغل سوية من سويات الطاقة E معطى بـ $P(E) = \alpha e^{-E/kT}$. فإذا افترضنا ذلك فإننا سنحصل على النتيجة الصحيحة .

لنفرض الآن أن لدينا عدداً من الهزازات ، كل واحدة منها تهتز بتواتر ω_0 . إن بعض هذه الهزازات تكون في حالتها الكوانتية الدنيا ، وبعضهــا الآخر في الحالة الكوانتية التالية ، وهكذا . إن ما نبغي معرفته هو الطاقــة الوسطى لكل هذه الهزازات . ولإيجاد ذلك دعنا نحسب الطاقة الكلية لكل هذه الهزازات ثم نقسمها على عدد الهزازات . والقيمة التي نحصل عليها ستكون الطاقة الوسطى للهزازة في وضع التوازن الحراري ، كما أنها ستكون أيضاً الطاقة التي هي في وضع التوازن مع اشعاع الجسم الأسود ، وهي ما ينبغي أن نضعه في المعادلة (41 — 13) عوضاً عن kT . وهكذا لنسم N_0 عدد الهزازات التي هي في الحالة الدنيا (أخفض حالة للطاقة) ؛ و N_1 عــدد الهزازات في الحالة E_1 ؛

و N_2 العدد في الحالة E_2 ، وهكذا . ولدينا الآن الفرضية (التي لم نبرهن عليها والتي مفادها أنه عند التعامل في الميكانيك الكوانتي فان القانون الذي يحل محل الاحتمال $e^{-P.E./kT}$ أو $e^{-K.E./kT}$ في الميكانيك الكلاسيكي هو أن الاحتمال يتناقص تناقص التابع $e^{-\Delta E/kT}$ ، حيث ΔE هي الطاقة الفائضة . فبالاستناد إلى هذه الفرضية سنفرض أن العدد N_1 الموجود في الحالة الاولى سيكون هو العدد N_0 الموجود في الحالة الدنيا مضروباً في $e^{-\hbar\omega/kT}$. وبالمثل فإن N_2 ، وهو عدد الهزازات في الحالة الثانية ، هو $N_2 = N_0 e^{-2\hbar\omega/kT}$. ولتبسيط العمليات الجبرية دعنا نسمي $x = e^{-\hbar\omega/kT}$. فيصبح لدينا عندئذ :

$$N_1 = N_0 x \text{ ، } N_2 = N_0 x^2 \text{ ، } \ldots \text{ ، } N_n = N_0 x^n .$$

إن أول ما ينبغي عمله هو ايجاد الطاقة الكلية لجميع الهزازات . فاذا كانت في الحالة الدنيا لم تكن هناك ثمة طاقة وان كانت في الحالة الاولى فإن الطاقة هي $\hbar\omega_0$ ، وعدد هذه الهزازات N_1 . اذن $N_1 \hbar\omega_0$ ، أو $\hbar\omega N_0 x$ هو مقدار الطاقة التي نحصل عليها من هذه الهزازات . أما الهزازات التي هي في الحالة الثانية فلكل منها طاقة تساوي $2\hbar\omega_0$ ، وعددها N_2 هزازة ، وبذلك يكون مقدار الطاقة التي نحصل عليها منها هو $N_2 . 2\hbar\omega_0 = 2\hbar\omega_0 N_0 x^2$ ، وهكذا . وبعد ذلك نضيف كل الطاقات بعضاً إلى بعض فنحصل على $E_{tot} = N_0 \hbar\omega (0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots)$

والآن ماهو عدد الهزازات الموجودة ؟ من البدهي أنه يوجد N_0 في الحالة الدنيا ، و N_1 في الحالة الاولى وهكذا ، فبإضافتها بعضاً الى بعض نحصل على: $N_{tot} = N_0 (1 + x + x^2 + x^3 + \ldots)$ وهكذا فان الطاقة الوسطى هي :

$$\langle E \rangle = \frac{E_{tot}}{N_{tot}} = \frac{N_0 \hbar\omega (0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots)}{N_0 (1 + x + x^2 + \ldots)} \qquad (41-14)$$

إن المجموعين اللذين يظهران هنا سنتركهما للقارىء يلهو بهما ويقضي فترة من التسلية . فإذا ما انتهينا من عملية الجمع والتعويض عن x في المجموع ، فإننا ينبغي

أن نجد ، إذا لم نرتكب خطأ ما في عملية الجمع :

$$\langle E\rangle = \frac{\hbar\,\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1} \qquad (41-15)$$

ولقد كانت هذه العلاقة أول علاقة عرفت ، أو حتى نوقشت ، في الميكانيك الكوانتي ، ولقد كانت نهاية بديعة لعشرات السنين من الحيرى . ولقد كان مكسويل يعلم بأن ثمة خطأ ما ، إلا أن المسألة كانت معرفة ما الذي كان صحيحاً ؟ وهنا لدينا الجواب العددي عن القيمة الصحيحة التي تحل محل kT . وينبغي على هذه العبارة ، طبعاً ، أن تنتهي إلى kT عندما $\omega \to 0$ أو عندما $T \to \infty$. فانظر إذا كنت تستطيع أن تبرهن أنها تفعل ذلك ، وتعلم كيف تجري الحسابات .

إن هـــذا هو عامل القطع (cutoff factor) الشهير الذي كان يبحث عنه جينز ، فإذا ما استعملناه بدلاً من kT في المعادلة (13 — 41) ، فإننا نحصل على توزع الضوء في صندوق اسود وهو :

$$I(\omega)d\omega = \frac{\hbar\,\omega^3\,d\omega}{\pi^2c^2\,(e^{\hbar\omega/kT}-1)} \qquad (41-16)$$

ونرى انه من أجل قيم كبيرة لـ ω ، فإنه على الرغم من وجود ω^3 في الصورة إلا أن e الموجودة في المخرج مرفوعة إلى قوة هائلة (raised tremendous power) ، مما يجعل المنحني يهبط ثانية ولا « يصعد » ، أي أن العبــارة لا تتنبأ بوجود ضوء فوق بنفسجي أو اشعة سينية ، فتتفق في ذلك مع ما نعلمه من عدم وجود هذه الاشعاعات !

قد نحتج أننا استخدمنا النظرية الكوانتية لسويات الطـــاقة في الهزازة التوافقية عند استخراجنا المعــادلة (16 — 41) ، لكننا استخدمنا النظرية

الكلاسيكية في تعيين المقطع σ_s . لكن النظرية الكوانتية للضوء المتفاعل مع الهزازة التوافقية تعطي بدقة النتيجة نفسها التي تعطيها النظرية الكلاسيكية . ولهذا فاننا ، في الحقيقة ، كنا محقين في صرف الوقت الطويل على تحليلنا قرينة الانكسار وتبعثر الضوء مستخدمين في ذلك نموذجاً تفترض فيه الذرات هزازات صغيرة ، فالعلاقات الكوانتية تكون نفسها بصورة أساسية .

والآن دعنا نعود إلى ضجيج جونسون في مقاوم . لقد سبق لنا وأشرنا إلى أن نظرية استطاعة الضجيج هذه هي حقاً عين النظرية التي تتعلق بالتوزع الكلاسيكي لإشعاع الجسم الاسود . وفي الحقيقة ، وهذا أمر طريف ، لقد سبق لنا وقلنا أنه لو لم تكن المقاومة في دارة مقاومة حقيقية ، بل كانت هوائياً ، (ويلعب الهوائي دور المقاومة لأنه يشع الطاقة) ، أي مقاومة إشعاع ، فلسوف يكون من السهل علينا حساب ما تكون عليه الاستطاعة . إنها لن تكون سوى الاستطاعة التي تجري في الهوائي من الضوء المحيط من كل جانب ، ولسوف نحصل على التوزع نفسه ، متغيراً بعامل واحد أو عاملين فقط . يمكننا أن نفترض أن المقاوم مولد ذو طيف استطاعة $P(\omega)$ غير معلوم . ويتعين الطيف من الحقيقة القائلة أن هذا المولد نفسه ، إذا ما وصل إلى دارة تجاوبية لأي تواتر كما في الشكل [٤١ – ٢ (ب)] فانه يولد في التحريضية توتراً قيمته معطاة بالمعادلة (41-12) ، وهكذا فان المرء يجد نفسه منقاداً إلى التكامل نفسه المبين في المعادلة (41-10) ، وتعمل الطريقة نفسها للوصول إلى المعادلة (41-3) . فمن أجل درجات حرارة منخفضة ، فان kT في المعادلة (41-3) ينبغي أن تستبدل ، وضوحاً ، بالعلاقة (41-15) . إن كلتا النظريتين (إشعاع الجسم الأسود وضجيج جونسون) يرتبطان ارتباطاً وثيقاً من الناحية الفيزيائية ، لأنه يمكننا أن نصل طبعاً دارة تجاوبية إلى هوائي ، فالمقاومة R إذن هي مقاومة اشعاع صرفة . ولما كانت المعادلة (41-2) لا تتعلق

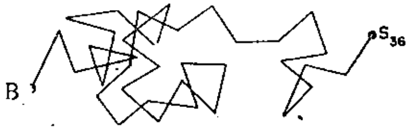
بالاصل الفيزيائي للمقاومة ، فاننا نعلم أن المولد G للمقاومة الحقيقية وللمقاومة الاشعاع هو نفسه . ما هو منشأ الاستطاعة المتولدة (ω) P إذا كانت المقاومة R هوائياً مثالياً فقط في حالة توازن مع المحيط عند الدرجة T ؟ إن منشأه هو الاشعاع (ω) I في المكان عند الدرجة T الذي يقع على الهوائي فيقوم مقام مولد فعلي بسبب « الاشارات المستقبلة » ، الناتجة منه . ولذا فان باستطاعة المرء أن يستنتج علاقة مباشرة بين (ω) P و (ω) I ، تقود عندئذ من المعادلة (13 - 41) الى المعادلة (3 — 41) .

ان كل الامور التي كنا نتكلم عنها ، أي ما يدعى بضجيج جونسون ، وتوزع بلانك ، والنظرية الصحيحة للحركة البراونية التي نحن في طريقنا الى وضعها ، كلها منجزات العقد الأول من هذا القرن . والآن وبأخذ هذه النقاط وذلك التاريخ في الحسبان ، نعود الى الحركة البراونية .

٤١ ــ ٤ : المشية العشوائية The random walk

لننظر الآن كيف ينبغي أن يتغير موضع جسيم يضطرب مع الزمن ، من أجل أزمنة طويلة جداً بالمقارنة مع الزمن الفاصل بين « اللطمات » . لننظر في جسيم صغير يقوم بحركة براونية فيضطرب بسبب قذفه من كل الجوانب بجزيئات الماء المضطربة اضطراباً غير منتظم . والسؤال هو : كم من الممكن أن يبتعد عن الموضع الذي بدأ منه بعد انقضاء فترة زمنية معينة ؟ لقد حل هذه المشكلة كل من اينشتاين وسمولوكوفسكي . اذا تخيلنا اننا نجزىء الزمن الى مجالات قصيرة ، وليكن كل منها مساوياً جزءاً من مائة من الثانية أو نحوها ، فبعد المجال الأول يتحرك الجسيم هنا ، ويتابع حركته في الجزء التالي من الثانية ، وفي المجال التالي يتحرك في مكان آخر ، وهكذا . وبدلالة معدل

القذف ، يكون الجزء الواحد من مائة جزء من الثانية زمناً طويلاً جداً . ويمكن للقارىء أن يتحقق بسهولة من أن عدد الاصطدامات التي يتلقاها جزيء وحيد من الماء في الثانيةهو تقريباً 10^{14} ، ولذا فانه يعاني في جزء واحد من مائة جزء من الثانية 10^{12} اصطداماً ، وهو عدد كبير! ولذا ، فبعد جزء واحد من مائة جزء من الثانية لن يتذكر ما الذي حدث قبل ذلك . وبعبارة اخرى ، فان الاصطدامات كلها عشوائية ، بحيث أن « خطوة » ما غير متعلقة « بالخطوة » السابقة لها . أنها كمسألة البحّار السكران الشهيرة . فالبحار يخرج من الحانة ويمشي خطوات متعاقبة ، لكن كل خطوة قد اختيرت بزاوية كيفية ، أي بشكل عشوائي كما في الشكل (٤١-٦) .



الشكل (٤١ - ٦) : مشية عشوائية فيها 36 خطوة طول كل منها l . كم تبعد S_{36} عن B ؟ الجواب: حوالي $6l$ بصورة وسطية

والسؤال هو : اين سيكون البحار ، بعد فترة طويلة ؟ طبعاً نحن لانعلم ! من المستحيل أن نتنبأ بذلك . والذي نعنيه هو مجرد كونه في مكان ما بشكل عشوائي تقريباً ، لكن حسناً ، أين يكون بصورة وسطية ؟ كم يكون قد ابتعد ، بصورة وسطية ، عن الحانة ؟ لقد سبق لنا وأجبنا على هذا السؤال ، لأننا كنا نتكلم مرة عن تراكب الضوء من عدد كبير من المنابع المختلفة وبأطوار مختلفة ، وكان ذلك يعني جمع عدد كبير من الأسهم بزوايا مختلفة (الفصل ٣٢) . وهنالك وجدنا أن وسطي مربع المسافة من النهاية الأولى لسلسلة الخطوات العشوائية إلى نهايتها الاخرى ، وهذا هو شدة الضوء ، هو مجموع شدات القطع المنفصلة . وهكذا وبنفس النوع من الرياضيات نستطيع أن نبرهن حالاً أنه اذا كان R_n يمثل المسافة المتجهة من المبدأ بعد N خطوة ، فإن وسطي مربع المسافة من المبدأ يتناسب وعدد

الخطوات N . أي أن $\langle R_n^2 \rangle = NL^2$ ، حيث L هو طول كل خطوة .
ولما كان عدد الخطوات يتناسب مع الزمن في مسألتنا الراهنة . فان وسطي مربع المسافة يتناسب مع الزمن :

$$\langle R^2 \rangle = \alpha t \qquad (41-17)$$

ولا يعني هذا أن المسافة الوسطى متناسبة مع الزمن . فلو كانت المسافة الوسطى متناسبة مع الزمن لعنى ذلك أن الانسياق يتم بسرعة منتظمة بديعة . إن البحار يتقدم تقدماً ملموساً إلى حد ما لكن بحيث يكون وسطي مربع المسافة التي يقطعها متناسباً مع الزمن . تلك هي خاصة المشية العشوائية.

يمكننا أن نبين بسهولة متناهية أن مربع المسافة في كل خطوة متعاقبة يزداد ، بصورة وسطية ، بمقدار L^2 . لاننا إذا كتبنا $\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_{N-1} + \mathbf{L}$ ، فإننا نجد أن $(\mathbf{R}_N)^2$ هي :

$$\mathbf{R}_N \cdot \mathbf{R}_N = R_N^2 = R_{N-1}^2 + 2\,\mathbf{R}_{N-1} \cdot \mathbf{L} + L^2$$

وبأخذ المتوسط على مدى تجارب عديدة ، فانه يكون لدينا :

$\langle R_N^2 \rangle = \langle R^2{}_{N-1} \rangle + L^2$ وذلك لكون $\langle \mathbf{R}_{N-1} \cdot \mathbf{L} \rangle = 0$. وهكذا وبالاستقراء نجد :

$$R_N^2 = NL^2 \qquad (41-18)$$

والآن نحب أن نحسب العامل α في المعادلة (41—17) ، ولانجاز ذلك ، يجب علينا أن نضيف صورة أخرى . اننا سنفرض أنه لو طبقنا قوة على هذا الجسيم (هذه القوة لاعلاقة لها بالحركة البراونية ، إذ أننا نأخذ مسألة جانبية في الوقت الراهن) ، فان الجسيم سيرد على هذه القوة بالشكل التالي: فأولاً ، هناك عطالة . ليكن m عامل العطالة ، أي الكتلة الفعليـــة للجسم
Coefficient of inertia

(ليس من الضروري أن تكون كالكتلة الحقيقية للجسم الحقيقي ، لأنه ينبغي أن يتحرك الماء حول الجسيم إذا ما سحب) . وهكذا إذا تكلمنا عن الحركة في اتجاه واحد ، فهناك حد مثل $m(d^2x/dt^2)$ على أحد الجانبين . وبعد هذا ، نريد أيضاً أن نفرض أنه إذا تابعنا سحب الجسم ، فسيكون هناك جرّ عليه من السائل ، يتناسب وسرعته . فبالإضافة الى عطالة السائل، هناك مقاومة للسيلان بسبب لزوجة السائل وتعقيده . وانه لأمر أساسي أن توجد بعض الضياعات غير العكوسة ، تشبه في مفعولها المقاومة ، لكي تحدث ترجحات . انه ليس من سبيل لايجاد الحد kT ما لم توجد ضياعات أيضاً . ان مصدر الترجحات وثيق الصلة بهذه الضياعات . أما عن آلية الجر هذه ، فهذه ماسنتكلم عنه بعد قليل . إننا سنتكلم عن قوى تتناسب مع السرعة وعن منشئها . لكن دعنا نفرض من الآن أنه توجد مثل هذه المقاومة . فعندئذ تكون عبارة الحركة تحت تأثير قوة خارجية ، عندما نسحب الجسيم بصورة ناظمية ، هي :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} = F_{ext}. \qquad (41-19)$$

ويمكن أن نعين المقدار μ من التجربة مباشرة . فمثلاً ، نستطيع أن نراقب القطرة وهي تسقط تحت تأثير الثقالة . فعندئذ نعلم ان القوة هي mg ، وان μ هي mg مقسومة على سرعة السقوط الحدية التي تبلغها القطرة في النهاية . أو بإمكاننا أن نضع القطرة في آلة نابذة ونرى سرعة تثفلها . أو اذا كانت القطرة مشحونة ، يمكننا أن نطبق عليها حقلاً كهربائياً . وهكذا فإن μ مقدار قابل للقياس ، وليس مقداراً اصطناعياً ، وهو معلوم من أجل أنواع عديدة من جسيمات غروية وغيرها .

والآن دعنا نستعمل العبارة نفسها في الحالة التي لا تكون فيها القوة

غير خارجية ، لكنها تساوي قوة الحركة البراونية غير المنتظمة . سنحاول بعدها ان نعين وسطي مربع المسافة التي يسيرها الجسم . وبدلاً من أن نأخذ المسافة في ثلاثة أبعاد . دعنا نأخذ بعداً واحداً فقط ، ونجد وسطي x^2 ، وذلك كي نعد انفسنا لهذا العمل . (من البدهي أن وسطي x^2 هو مثل وسطي y^2 ومثل وسطي z^2 ، ولذا فإن وسطي مربع المسافة هو ثلاثة أضعاف ما نسعى الى حسابه) . ان المركبّة وفق المحور x للقوى غير المنتظمة هي ، بداهة صفر ، كأية حركة اخرى من حيث عدم الانتظام . ما هو معدل تغير x^2 ؟ انه $d(x^2)/dt = 2x\ (dx/dt)$ ، وهكذا فانه يجب علينا أن نجد وسطي جداء الموضع في السرعة . سوف نبين أن هذا ثابت ، وبذا فان وسطي مربع نصف القطر سيزداد بصورة طردية مع الزمن ، وسنجد معدل هذا الازدياد.
والآن اذا ضربنا المعادلة (19—41) بـ x فانها تصبح :

$$mx\ (d^2x/dt^2) + \mu x\ (dx/dt) = x\ F_x$$

نريد المتوسط الزمني لـ $x(dx/dt)$ ، ولذا دعنا نأخذ متوسط المعادلة كلها ، ثم ندرس الحدود الثلاثة . والآن ماهي قيمة جداء x في القوة ؟ اذا حدث ان سار الجسيم مسافة معينة x ، ولما كانت القوة غير المنتظمة هي غير منتظمة كليًا ولا تعرف من اين ابتدأ الجسيم ، فان الدفع التالي يمكن ان يكون في أي اتجاه بالنسبة لـ x . فاذا كان x موجباً ، فليس ثمة ما يدعو لأن تكون القوة الوسطى كذلك في ذلك الاتجاه . ان احتمال كون القوة في اتجاه ما هو كاحتمال كونها في الاتجاه المعاكس له . ان قوى القذف لاتسيّر الجسيم في اتجاه محدد ، لذا فان وسطي قيمة الجداء x في القوة F يساوي الصفر . ومن جهة اخرى ، فمن اجل الحد $mx\,(d^2x/dt^2)$ ، تلزمنا بعض البراعة ، فنكتبه على الشكل :

$$mx\frac{d^2x}{dt^2} = m\frac{d[x(dx/dt)]}{dt} - m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

وهكذا نضع هذين الحدين ونأخذ وسطيهما . إذن دعنا نرى كم ينبغي أن يكون جداء x في السرعة . ان الجداء x في السرعة وسطياً لايتغير مع الزمن، لأنه عندما يصل الى موضع ما فلن يبقى له اية ذكرى عن موضع وجوده السابق ، وهكذا فالأشياء لم تعد تتغير مع الزمن . إذن فالقيمة الوسطى لهذا المقدار تساوي الصفر . لقد تركنا المقدار mv^2 ، وهذا هو الشيء الوحيد الذي نعلمه ، فان $mv^2/2$ تساوي قيمته الوسطى $\frac{1}{2}kT$. ولذا نجد أن :

$$\left< mx\frac{d^2x}{dt^2} \right> + \mu \left< x\frac{dx}{dt} \right> = \left< xF_x \right>$$

وهذا يتطلب أن يكون :

$$-\left< mv^2 \right> + \frac{\mu}{2}\frac{d}{dt}\left< x^2 \right> = 0$$

أو :

$$\frac{d\left< x^2 \right>}{dt} = 2\frac{kT}{\mu} \qquad (41-20)$$

ولذا فان قيمة وسطي مربع المسافة $\left< R^2 \right>$ للجسم ، بعد انقضاء زمن t ، يكون مساوياً :

$$\left< R^2 \right> = 6\,kT\frac{t}{\mu} \qquad (41-21)$$

وهكذا نستطيع حقاً أن نعين ابتعاد الجسيمات في سيرها !فعلينا أولاً أن نعين كيف يكون رد فعلها لقوى ثابتة ، أي كيف تنساق بفعل قوة معلومة (حتى نجد μ)،وبعدها نستطيع أن نعين مدى ابتعادها في حركاتها العشوائية.

لقد كان لهذه المعادلة شأن تاريخي كبير ، لأنها كانت إحدى الطرق الاولى التي عينت بها الثابتة k . ذلك أننا نستطيع أن نقيس μ والزمن ومقدار ابتعاد الجسيمات ، كما نستطيع أن نأخذ الوسطي . إن السبب الذي يعطي أهمية لتعيين k هو اننا في القانون PV=RT من أجل مول واحد ، نعلم أن R ، التي يمكن قياسها ايضاً ، تساوي عدد الذرات في مول مضروباً في k . ولقد عرّف المول في الأصل بأنه كذا وكذا غراماً من الاكسجين 16 (أما الآن فيستخدم الفحم) ، وهكذا فإن عدد الذرات في المول الواحد لم يكن معلوماً ، في الأصل . وهذا العدد ، طبعاً ، عدد مهم وطريف جداً . إذ ما هو مبلغ كبر الذرات ؟ وكم توجد هناك من ذرة ؟ وهكذا فان واحداً من أولى القياسات لعدد الذرات كان بتعيين ابتعاد حركة جسيم صغير وسخ إذا ماراقبناه بصبر تحت المجهر لفترة زمنية محددة . وهكذا عين ثابت بولتزمان k وعدد أفوغادرو N_0 لأن R كان سبق أن قيس من قبل .

مسائل وتمارين

٤١-١ : احسب (وتذكر) مايلي :

(أ) درجة الحرارة T التي من أجلها يكون kT مساوياً 1 ev .

(ب) قيمة kT بالالكترون فواط عند درجة حرارة الغرفة .

(حـ) طول موجة الفوتون المقابلة لقفزة كوانتية تساوي 1 ev .

٤١-٢ : إن قانون التوزع من أجل إشعاع الجسم الأسود هو :

$$I(\omega)\, d\omega = \frac{\hbar \omega^3\, d\omega}{\pi^2 c^2 \left(e^{\hbar\omega/kT} - 1\right)}$$

غيّر المتحول من ω إلى $x = \hbar\omega/kT$ ، وبيّن مايلي :

(أ) تتناسب شدة الاشعاع الكلي ، المستكملة على مدى كل التواترات ، مع القوة الرابعة لدرجة الحرارة المطلقة .

(ب) يتناسب التواتر ω_m الذي تبلغ فيه $I(\omega)$ قيمتها العظمى مع درجة الحرارة المطلقة .

٤١-٣ : أوجد شدات الضوء النسبية للطول الموجي 0.31μ ، من أجل منابع الجسم الأسود في الدرجتين $2000°K$ و $4000°K$.

* * *

الفصل الثاني والأربعون

Application of kinetic theory

تطبيقات النظرية الحركية

٤٢ ــ ١ : الاستبخار Evaporation

يخصص هذا الفصل لتطبيقات أخرى للنظرية الحركية. لقد أبرزنا في الفصل السابق إحدى نتائج هذه النظرية وهذه النتيجة هي أن الطاقة الحركية المتوسطة العائدة لكل من درجات حرية الجزيء أو أي جسم آخر تساوي $1/2\ kT$. والآن سيكون محور حديثنا التأكيد على أن احتمال ايجاد الجسم في مكان ما ، منسوباً الى وحدة الحجم ، يتناسب مع $\exp(-P.E./kT)$ ، حيث يرمز P.E. الى الطاقة الكامنة (سنستخدم هذه النتيجة في العديد من المسائل) .

إن الظواهر التي نحن بصدد دراستها على جانب من التعقيد : استبخار الموائع ، تطاير الالكترونات من سطح المعدن أو التفاعل الكيميائي الذي تسهم فيه كثير من الذرات . وفي مثل هذه الحالات لاتعطي النظرية الحركية صورة دقيقة بسيطة لأن ظروف المسألة أعقد من أن تسمح بذلك . وعليه فان نتائج هذا الفصل ، باستثناء ما سيشار إليه صراحة ، ليست دقيقة أبداً . ونحن لا نؤكد سوى على انه انطلاقاً من النظرية الحركية يمكن ان نفهم هذه الظواهر بشكل جيد إلى حد ما . أما الصورة الأدق لهذه الظواهر فتعطيها المحاكمات الترموديناميكية أو بعض قياسات المقادير الحرجة .

arguments

ومع ذلك من المفيد أن نعرف ، ولو ببعض التقريب ، لمَ يا ترى يحدث مايجري بالشكل الذي يجري به وليس بشكل آخر . فعندئذ ربما نستطيع ، عند مصادفة ظاهرة تضم في داخلها شيئاً لم يسبق لنا أن رأيناه أو شيئاً لم نقدم على تحليله بعد ، التكلم بدقة الى حد ما عما سيحدث . لذلك فان دراستنا الحاضرة تكون الى حد بعيد ، غير دقيقة ، ولكنها صحيحة في خطوطها العامة ، أي صحيحة في جوهرها غير انها مبسطة قليلاً في بعض تفاصيلها الدقيقة .

لندرس المثال الأول وهو استبخار المائع . ولنفرض أن صندوقاً كبيراً ، مليء في درجة معطية من الحرارة بالمائع والبخار في حالة التوازن . ولنفترض أن البعد المتوسط بين جزيئات البخار كبير الى حد كاف وان جزيئات المائع مكتظة . وتتلخص المسألة في تعيين عدد الجزيئات الموجودة في الطور الغازي بالنسبة لعدد الجزيئات الموجودة في الطور المائع . أي ما هي كثافة البخار في درجة معطاة من الحرارة وكيف تتعلق بدرجة الحرارة ؟

ليكن n هو عدد جزيئات البخار في وحدة الحجم . وبالطبع فان هذا العدد يتغير مع درجة الحرارة . فإذا قدمنا كمية من الحرارة ، ازداد الاستبخار . ولنعرف ايضاً مقداراً آخر $1/V_a$ هو عدد الذرات في وحدة الحجم من المائع ؛ أي أننا نفترض أن كل جزيء من المائع يشغل حجماً محدوداً تماماً ولذا كلما ازداد عدد الجزيئات في المائع ازداد الحجم الكلي الذي تشغله . فإذا كان V_a هو الحجم الذي تشغله الجزيئة الواحدة ، فإن عدد الجزيئات في حجم الوحدة يساوي وحدة الحجم مقسومة على الحجم الذي تشغله الجزيئة . ولنفرض كذلك أن القوى التي تفعل مابين الجزيئات هي قوى جاذبة تمسك الجزيئات ضمن المائع . وبغير هذا الافتراض لايمكن أن تفهم لماذا يحدث التكاثف . فهكذا نحن نفترض أنه توجد قوى تجاذب كما توجد طاقة ارتباط

الجزيئات في المائع تلك الطاقة التي تضيع عند أنتقال الجزيئات الى حالة البخار . وهذا يؤدي الى التفكير بأنه يجب لانتقال جزيئة ما من المائع إلى البخار القيام بعمل W : أي أنه يوجد فرق محدد W بين طاقة الجزيئة في المائع وطاقتها في البخار لأنه يترتب علينا عند نقل الجزيئات إلى البخار أن ننزعها عن جميع الجزيئات الاخرى التي تجذبها .

ونلتفت الآن الى المبدأ العام الذي ينص على أن نسبه عددي الذرات في وحدة الحجم ، وفي مكانين مختلفين يساوي : $\frac{n_2}{n_1} = \exp[-(E_2 - E_1)/kT]$ وهذا يعني أن n (أي عدد جزيئات البخار في وحدة الحجم) مقسوماً على $1/V_a$ (عدد جزيئات المائع في وحدة الحجم) يساوي :

$$nV_a = e^{-W/kT} \qquad (42-1)$$

لأن هذه هي القاعدة العامة . وهي تشبه كثيراً جداً الجو المتوازن في حقل الثقالة حيث تكون الطبقات الدنيا للغاز أكثف من الطبقات العليا لانه يلزم لرفع الجزيئة بالمقدار h طاقة قدرها m gh . تتوزع الجزيئات في المائع بكثافة أكبر من كثافتها في الغاز لان طاقة « الرفع » W تجبرها على الاكتظاظ والتقارب من بعضها وتساوي نسبة الكثافتين : $e^{-W/kT}$.

وهذا بالضبط هو ما أردنا استخراجه . أي أن كثافة البخار تتغير كتغير e مرفوعة إلى قوة ما . وهذه القوة عبارة عن حاصل قسمة طاقة ما على kT مع اشارة ناقص . وليس للمضاريب قبل التابع الاسي أي أهمية خاصة لان كثافة البخار ، في معظم الاحوال ، أقل بكثير من كثافة المائع . وفي هذه الاحوال عندما نكون بعيدين عن النقطة الحرجة ، التي تكون فيها الكثافتان

متساويتين تقريباً ، أي عندما تكون كثافة البخار أصغر بكثير من كثافة المائع ، فان كون n أصغر بكثير من $1/V_a$ ينتج من أن W أكبر بكثير من kT . ولذلك فان العبارات من الشكل (1 — 42) مهمة فقط في الحالة التي تكون فيها W بالفعل أكبر بكثير من kT ؛ وفي هذه الحالة ترفع e إلى قوة سالبة ضخمة ، فاذا تغيرت T بمقدار طفيف فان القوة الضخمة تتغير بدورها بمقدار محسوس ، ويجر هذا التغير وراءه تغيرات في التابع الاسي أهم بكثير من التغيرات المحتملة في الامثال factors المضروبة بالتابع الاسي . ولكن بنتيجة ماذا تتغير هذه الامثال التي فيها $1/V_a$ ؟ إن سبب هذا التغير هو أن وضعنا تقريبي . ولانه في الواقع ليس لكل جزيئة حجم محدد ؛ أي لا يبقى الحجم V_a عند تغير درجـــة الحرارة ، ثابتاً على حاله ، فالموائع تنضغط وتتمدد . ويوجد ظواهر اخرى صغيرة من هذا النوع تجعل الحالة الواقعيـة أعقد بكثير .فالمقادير التي تتغير ببطء مع درجة الحرارة تصادف تقريباً في كل مكان . وفي الحقيقة يتغير المقدار W بحد ذاته ببطء مع درجة الحرارة ، لان الذرات تشغل في درجات الحرارة المختلفة حجوماً مختلفة مما يوجب اختـــلاف التجاذب الخ . وهكذا يمكن ان نستنتج أنه طالما وصلنا الى علاقة يتغـير كل شيء فيها ، بشكل غير معلوم ، مع درجة الحرارة فلا وجود فعلي لأية علاقة. إلا أنه إذا علمنا ان الاس W/kT exponential factor كبير جداً عادة يمكن القبول بأن اكبر تغيرات منحني كثافة البخار بتابعية درجة الحرارة ناتجة عن المضروب الاسي. ولذلك إذا نحن افترضنا أن W مقدار ثابت وان $1/V_a$ ثابت تقريباً فان هذا يكون تقريباً جيداً على مدى مجال صغير من منحنينا . وبعبارة أخرى ، تتعين التغيرات الاساسية من شكل التابع exp (— W/kT) .

هذا ويوجد في الطبيعة الكثير والكثير جداً من التحولات ، التي تتميز

باستدانة الطاقة من جهة ما ؛ والخاصة الاساسية في هذه التحولات هي ان التغير بدلالة درجة الحرارة معطى بالعدد e مرفوعاً إلى قوة تساوي نسبة الطاقة إلى kT مسبوقة باشارةناقص . وهذه حقيقةمفيدة فقط فيالحالات ، عندما تكون الطاقة كبيرة بالنسبة لـ kT ، بحيث أن القسط الرئيسي من التغيرات مع درجة الحرارة يتعين من تغير kT ، وليس من قيمة الثوابت والمضاريب الاخرى .

دعونا الآن ننظر في طريقة أخرى ببعض التفصيل للحصول من أجل الاستبخار ، على نتيجة مشابهة تقريباً . فللحصول علىالعلاقة (1—42) استخدمنا القاعدة ، الصحيحة دوماً عند التوازن ، ولم نفهم إلا القليل عن جوهر الظاهرة. ولذلك لايضر أن نحاول النظر بتفصيل أكبر في كيفية حصول الاستبخار . وهذا يمكن أن يوصف تقريباً على النحو التالي : تقذف جزيئات البخار سطح المائع بشكل مستمر ، وهي عند الاصطدام إما أن ترتد عن السطح وإماأن تخترقه . ولا نعلم أي هذين الامرين يحدث بتواتر اكبر ، اذ يمكن أن تكون نسبتها مساوية 50 إلى 50 كما يمكن أن تكون مساوية 10 الى 90 . ولنفرض أن السطح يُخترق دوماً ، ونستطيع ان ننظر بعدئـــذ إلام يؤدي افتراض وجود سطح اكثر متانة . فيكون لدينا عندئذ في كل لحظة عدد محدد من الذرات المتكاثفة على سطح المائع . وعدد الجزيئات التي تكاثفت (عدد الجزيئات التي عبرت سطحاً قدره وحدة المساحات) يساوي عدد الجزيئات في وحدة الحجم n ، مضروباً بالسرعة v . وسرعة الجزيئات هـذه تتعلق بدرجة الحرارة ؛ لان من المعروف أن $1/2\ mv^2$ تساوي في المتوسط $3/2\ kT$. فليست v سوى سرعة متوسطة . وبالطبع تجب أيضاً المكاملة على الزوايا ، وحساب قيمة متوسطة ما ولكن النتيجة هي التناسب التقريبي مع جذر متوسط مربع السرعة . وعلى هذا الشكل يكون :

$$\dot{N}_c = n\upsilon \qquad (42-2)$$

وهذا هو عدد الجزيئات التي تبلغ وحدة السطح وتتكاثف عندها

ولكن ذرات المائع تتراقص باستمرار ، وتنفـــذ من وقت لآخر بعض الذرات إلى الخارج . وينبغي علينا الآن أن نستوضح ما إذا كان هـــذا يحدث كثيراً . ففي حالة التوازن يكون عدد الجزيئات التي تغادر المائع في ثانية واحدة ، مساوياً عدد الجزيئات القادمة الى سطحه في نفس الفـترة الزمنية .

ولكن هل يغادر المائع عدد كبير من الجزيئات ؟ فلكي تقفز الجزيئة الى الخارج يترتب عليها ، أن تحتال بشكل ما للحصول على طاقة إضافية محددة، الامر الذي يجعل طاقتها اكبر من طاقة جاراتها . وينبغي أن يكون فـائض الطاقه هذا كبيراً إلى حد كاف ، لأن جزيئتنا تنجذب بشدة كبيرة جداً الى جزيئات المائع الاخرى . ولا يمكن لها عادة التغلب على هذا الجذب الشديد ، انما احياناً يكون نصيبها ، عند الاصطدام ، فيضاً من الطاقة كبيراً ، تحصل عليه بالصدفة . وفرص الحصول على فيض الطاقة w الضروري في حـــالتنا ، ليست كبيرة ، اذا كانت $w \gg kT$. وبالفعل فان احتمال اكتساب الجزيئة طاقة أكبر من w تساوي $\exp(-w/kT)$. وهذا مبدأ عام في النظرية الحركية : إن فرص اكتساب طاقة w ، أعلى من الطاقة المتوسطـــة تساوي e مرفوعة الى قوة تساوي نسبة w الى kT مسبوقة باشارة ناقص .

وعلى فرض أنه أمكن لبعض الجزيئات ان تتلقى هذه الطاقة . يمكن أن نعين عدد الجزيئات التي تغادر سطح المائع في ثانية واحدة . وبالطبع فان حصول الجزيئة على الطاقة اللازمة لايعني بعد أن الاستبخار مضمون . لأن هذه الجزيئة يمكن أن توجد على عمق كبير في المائع ، وحتى لو وجدت

عند السطح يمكن أن تكون متحركة بغير اتجاه الخروج . إن عدد الجزيئات التي تغادر وحدة المساحة في ثانية واحدة هو تقريباً عدد الجزيئات في وحدة المساحة قرب السطح مقسوماً على الزمن الذي تتطلبه الجزيئة للخروج من المائع ومضروباً باحتمال تهيؤ الجزيئة للخروج $\exp(-w/kT)$ بمعنى أنها قد حصلت على كمية الطاقة الكافية .

لنفرض أن كل جزيئة من الجزيئات تشغل مساحة محددة A من سطح المائع . فيكون عندئذ عدد الجزيئات في وحدة سطح المائع مساوياً $1/A$. وهل يلزم الجزيئة كثير من الزمن يا ترى كي تخرج من المائع ؟ فاذا كانت الجزيئات تتحرك بسرعة متوسطة معينة v وعليها أن تجتاز مسافة تساوي ، قطر الجزيئة D مثلاً (سمك الطبقة السطحية) فإن الزمن اللازم لاجتياز هذه المسافة هو زمن الخروج فيما لو كانت الجزيئة تملك الطاقة الكافية . وهذا الزمن يساوي D/v . وعلى هذا يكون عدد الجزيئات المتبخرة مساوياً الى:

$$N_e = \frac{1}{A}\frac{v}{D}\, e^{-w/kT} \qquad (42-3)$$

نلاحظ أن جداء مساحة كل جزيئة في سمك الطبقة يساوي تقريباً الحجم V_a ، الذي تشغله كل جزيئة . فللحصول على التوازن ينبغي ان يكون لدينا $N_c = N_e$ أو :

$$n\, v = \frac{v}{V_a}\, e^{-w/kT} \qquad (42-4)$$

يمكن أن نتخلص من السرعتين في هذه المساواة لأنهما متساويتان ؛ حتى ولو لا حظنا خصيصاً أن إحداهما هي سرعة جزيئات البخار والأخرى هي سرعة الجزيئة المتبخرة يبقى الأمر سيان . فهما متطابقتان لأننا نعلم أن الطاقة

الحركية المتوسطة لكل من الجزيئتين (في اتجاه واحد) تساوي 1/2 kT ، إنما يمكن القول « لا ! لا ! لأن الجزيئات السريعة هي وحدها التي تتبخر . وهي وحدها التي اكتسبت فائضاً كافياً من الطاقة » . ليس الأمر كذلك تماماً ، لأنه في تلك اللحظة ، عندما تقفز هذه الجزيئات من المائع تفقد هذا الفائض من الطاقة أثناء تغلبها على الطاقة الكامنة . ولذلك فإنها عند الاقتراب من السطح تصبح متحركة بالسرعة المبطئة v ! . وهكذا تماماً كان الأمر مع توزع السرع الجزيئية في الجو الأرضي ، حيث كانت الجزيئات في الطبقات السفلى موزعة بشكل معين حسب طاقتها . فتلك الجزيئات منها التي بلغت الطبقات الأعلى توزعت حسب الطاقة تماماً بنفس الشكل لأن الجزيئات البطيئة لم ترتفع نحو الأعلى أبداً ، بينما السريعة غدت تتحرك ببطء إثر ارتفاعها . وكذلك فان الجزيئات المتبخرة موزعة حسب السرع تماماً كتوزع الجزيئات المتحركة في عمق المائع ، وهذه حقيقة تستحق الانتباه . ولا معنى على أي حال لمحاولة مناقشة عبارتنا بهذه الدقة لوجود تقريبات أخرى ؛ كاحتمال انعكاس الجزيئات عن السطح وليس تكاثفها الخ . فليس لدينا إذن إلا وصفاً تقريبياً لسرعة الاستبخار والتكاثف ، ونرى طبعاً ، أن كثافة البخار n تتغير تماماً كالسابق . ولكننا الآن أصبحنا نفهم هذه الإستحالة أحسن بكثير ، بينما لم نكتب قبلاً إلا علاقة كيفية تقريباً .

ويسمح لنا الفهم الأعمق أن نستوضح شيئاً آخر . لنفرض مثلاً أننا نبعد البخار بالضخ بسرعة تسمح عملياً باقصاء البخار بنفس السرعة التي يتشكل بها (إذا كانت مضختنا جيدة جداً والاستبخار يتم ببطء) . فبأي سرعة ياترى يجري الاستبخار إذا بقيت درجة المائع T ثابتة على قيمة واحدة ؟ لنفرض أننا قسنا تجريبياً كثافة البخار التوازنية وانه من المعلوم لدينا كم يمكن أن يكون

عدد الجزيئات الموازنة مع المائع في وحدة الحجم في درجة الحرارة المعطاة . ونريد الآن أن نعرف سرعة استبخار المائع . فمع أننا اقتصرنا على تحليل تقريبي للاستبخار فقد حصلنا على معلومات عن عدد جزيئات البخار القادمة ، وذلك في الواقع ، بغض النظر عن ثابت الانعكاس المجهول . ولذلك نستطيع الإستفادة من حقيقة أن عدد الجزيئات التي تغادر البخار في حالة التوازن يساوي عدد الجزيئات القادمة إليه . وفي الواقع إن البخار يُضخ وليس للجزيئات إلا أن تغادر المائع . ولكن لو ترك البخار وشأنه لاستتبت الكثافة الإتزانية حتى يكون عندها عدد الجزيئات القادمة للمائع مساوياً عدد الجزيئات المتبخرة منه . فمن اليسير إذن أن نرى في هذه الحالة أن عدد الجزيئات التي تغادر سطح المائع في ثانية واحدة يساوي جداء معامل الإنعكاس المجهول R في عدد الجزيئات التي كانت ستعود كل ثانية الى المائع لو لم يضخ البخار ، ذلك لأن هذا العدد بالذات هو الذي يدخل في موازنة الإستبخار عند التوازن :

$$N_e = n\,v\,R = \frac{vR}{V_a}\,e^{-W/kT} \qquad (42-5)$$

ومن السهل طبعاً أن نحسب عدد الجزيئات المنتقلة من البخار الى المائع ، لأنه لا يلزم في هذه الحالة افتراض أي شيء حول القوى ، كما اضطرنا الأمر أن نفعل عند حساب عدد الجزيئات التي تغادر المائع . أي أن من الأسهل كثيراً أن نعكس تسلسل المحاكمات .

Thermionic emission

٤٢ ــ ٢ : الإصدار الايوني الحراري

يمكن أن نورد مثالاً آخر لتحول كثيرا ما نصادفه ، يشابه استبخار المائع إلى درجة أنه لا نضطر إلى تحليله بشكل مستقل . والمسألة في جوهرها هي المسألة ذاتها . ففي اي صمام راديوي يوجد منبع للالكترونات وهو سلك

التسخين التنغستني وصفيحة مشحونة ايجابياً تجـــذب الإلكترونات ، فتتطاير الالكترونات المقتلعة من سطح التنغستين فوراً نحو الصفيحة . وهذه « مضخة » مثالية ، « تضخ » الإلكترونات باستمرار . ويتولد هنا السؤال : كم من الالكترونات يغادر سلك التنغستين كل ثانية وكيف يتعلق عددها بدرجـة الحرارة ؟ إن حـل هذه المسألة يعطى بالعلاقة (5 — 42) ذاتها ، وذلك لأن الإلكترونات الموجودة في قطعة المعدن تجذبها أيونات المعدن أو ذراته . ويمكن القول بشكل تقريبي أن الالكترونات تنجذب الى المعـــدن . ولكي نقتلع الكترونا من المعدن ينبغي إعطاؤه مقداراً محدداً من الطاقة ، أي تقديم العمل من أجل هذا ، وهذا العمل يختلف باختلاف المعدن . وهو يتغير في الواقع ، متعلقاً حتى بشكل سطح المعدن نفسه ، ولكن العمل الكلي يمكن أن يساوي بضعة الكترون فولت ، أي يساوي مقداراً تتميزبه بشكل عام طاقة التفاعلات الكيميائية . ونستطيع أن نتذكر هـذه الحقيقة الأخيرة (أي ان طاقـــة التفاعلات الكيميائية هي من رتبة بضعة فولتات) إذا تذكرنا أن التوتر الكهربائي المتولد نتيجـة التفاعلات الكيميائية في « بطارية كيميائية » (كالمستخدمة في تغذية أجهزة الراديو ذات الترانزيستور) هو من رتبة فولت واحـد .

والسؤال الآن هو كيف نحدد عـــدد الالكترونات التي تغادر المعدن في ثانية واحدة؟ إنه لمن الصعب جداً أن نحسب كل ما يمكن أن يؤثر على خروج الالكترون : والأسهل هو حل المسألة بشكل آخر . لنتصور أننا لا نبعـــد الالكترونات المنطلقة ، وأن الالكترونات تشكل ما يشبه الغاز ، وأنها تستطيع العودة إلى المعدن . توجد في هذه الحالة كثافة محددة للالكترونات الموجودة في حالة توازن ، وتتحدد هـذه الكثافة بعلاقة كالعلاقة (1—42) حيث V_a ، بتقريب أولي ، هو الحجم المخصص في المعدن لالكترون واحد ، و $w = q_e \varphi$ (حيث φ هو ما يسمى عمل الاقتلاع ، أو فرق الكمون

اللازم لكي نقتلع الالكترون من سطح المعدن) . وتخبرنا هذه العبارة ، بعدد الالكترونات التي ينبغي أن توجد في المكان المحيط والتي تعود إلى المعدن ، حتى تعادل الالكترونات التي تغادر المعدن . ومن السهل الآن أن نحسب عدد الالكترونات التي تخرج من المعدن ، اذا كنا نضخها جميعاً باستمرار ، لأن عدد الالكترونات الخارجة يكون مساوياً عندئذ بالضبط عدد الالكترونات التي كانت ستعود الى المعدن بسبب وجود « البخار » الالكتروني ، الذي تتعين كثافته بالعلاقة (42—1) . وبعبارة أخرى إن التيار الكهربائي المار عبر وحدة السطح يساوي جداء شحنة الالكترون بعدد الالكترونات المارة عبر وحدة السطح في ثانية واحدة ؛ ويساوي الاخير جداء عدد الالكترونات الموجودة في وحدة الحجم في السرعة ، كما رأينا مراراً ، فلدينا إذن :

$$I = q_e n v = \frac{q_e v}{V_a} e^{-q_e \varphi/kT} \qquad (42-6)$$

. ونحن نعلم أن kT تساوي 1 ev في درجة الحرارة °600 11 . ويعمل سلك التسخين في الصمام الراديوي في الدرجة 1100 تقريباً ، ولذلك فان المضروب الأسي يساوي تقريباً e^{-10} ؛ وعندما نغير درجة الحرارة بمقدار طفيف ، يتغير المضروب الأسي بمقدار كبير جداً . وهذه مرة اخرى الخاصة الاساسية في العلاقات الحاوية على المقدار $\exp(-q_e \varphi/kT)$. أما المضروب ما قبل الاسي فليس موثوقاً في الواقع أبداً ؛ فقد تبين أن سلوك الالكترونات في المعدن يوصف بشكل صحيح في الميكانيك الكوانتي وليس في الميكانيك الكلاسيكي ، ولكن المضروب الصحيح لا يختلف عن مضروبنا إلا قليلاً . وفي الحقيقة لم يستطع أحد حتى الآن حساب هذا المضروب بشكل دقيق ، بالرغم من أن الكثيرين قد استخدموا في حساباتهم العبارات الكوانتية

من الصنف العالي . والمسألة الأساسية تتلخص في أن نتبين ما إذا كانت w تتغير ولو ببطء مع درجة الحرارة ؟ فاذا كانت w تتغير ببطء مع درجة الحرارة ، فانه لايمكن التمييز بين هذا التغير وبين استبدال العامل الثابت الذي يضرب التابع الأسي ، بعامل ثابت آخر ، فاذا كانت علاقة w بدرجة الحرارة خطية مثلاً بحيث $w = w_0 + \alpha kT$ فانه يكون :

$$e^{-w/kT} = e^{-(w_0+\alpha kT)/kT} = e^{-\alpha}\ e^{-w_0/kT}$$

وعلاقة w الخطية هذه بدرجة الحرارة تكافىء تبديل « الثابت » . ومحاولة حساب المضروب ما قبل الاسي بشكل دقيق صعبة جداً وهي غـــير مثمرة عادة .

٤٢ ــ ٣ : التأين الحراري Thermal ionization

ولننتقل الآن إلى تطبيق آخر للفكرة ذاتها . وسيكون الكـــلام الآن عن التأين ، فلنفترض أن الغاز يتألف من كثرة ضخمة من الذرات ، التي تكون عادة معتدلة كهربائياً ، واذا ما سخن الغاز فان الذرات تتـأين . ويلزمنا أن نعرف كم يوجد من الأيونات في ظرف ما أي في كثافة ذرية معطاة وفي درجة حرارة معينة . يترتب علينا مرة اخرى أن نتصور صندوقاً يوجد فيه N ذرة تضم في تركيبها الإلكترونات . (اذا غادر الذرة أحد الكتروناتها دعيت بالأيون واذا كانت الذرة معتدلة ، قيل عنها ببساطة إنها ذرة) . ولنفترض هكذا أن عدد الذرات المعتدلة ، في وحدة الحجم وفي لحظة معينة يساوي n_a وأن عدد الأيونات يساوي n_i وعدد الالكترونات يساوي n_e . ويجب أن نعين كيف ترتبط هذه الاعداد الثلاثة فيما بينها ؟

قبل كل شيء ان هذه الاعداد الثلاثة تخضع لشرطين أو لعلاقتين . فمثلاً يمكن ان نغير الشروط المختلفة مثل درجة الحرارة وغيرها كما نشاء ، ولكن المجموع $n_a + n_i$ يبقى دوماً على حاله لأن ذلك بكل بساطة هو N أي عدد النوى الذرية في الصندوق . فاذا أبقينا عدد النوى في وحدة الحجم ثابتاً وغيرنا درجة الحرارة مثلاً ، فان العدد الكلي للذرات والايونات لا يتغير بالرغم من أن بعض الذرات تتحول الى إيونات نتيجـــة التأين . أي $N = n_a + n_i$. والشرط الآخر ينتج من أنه اذا كان الغاز ككل معتدلاً كهربائياً (اذا كنا نحن نهمل التأين الثنائي أو الثلاثي) ، فان عدد الايونات يساوي عـــدد الالكترونات دوماً ، أي $n_e = n_i$. فهذان الشرطان الاضافيان يمثلان ببساطة انحفاظ الشحنة وانحفاظ الذرات .

ان هاتين المساويتين صحيحتان ، ونحن نستخدمها دوماً في نهاية المطاف عند حل المسائل الواقعية . لكن يلزمنا الحصول على علاقة اخرى بـين هذه المقادير . ويكون ذلك على النحو التالي . نلجأ مرة أخرى لفكرة مفادها أنه كي نفصل الالكترون عن الذرة يلزم كمية محددة من الطاقة ، سندعوها طاقة التأين ونمثلها بالحرف w (حتى تبدو العلاقات الجديدة تماماً كالعلاقات السابقة) . فهكذا تكون w مساوية الطاقة اللازمة لاقتلاع الالكـــترون من الذرة والحصول على الايون . ونقتنع مرة اخرى ان عـدد الالكترونات الحرة في وحدة الحجم من « البخار » يساوي جداء عدد الالكترونات في وحـدة الحجم ، المرتبطة بالذرات ، في e مرفوعة الى قوة هي ناقص الفرق بـين طاقة الالكترون الحر والالكترون المرتبط مقسوماً على kT . ومرة أخرى لدينا المعادلة الاساسية . ولكن كيف نكتب ذلك ؟ ان عدد الالكترونات الحرة في وحدة الحجم هو بالطبع n_e ، من تعريف n_e . ولكن ماذا يمكن

ان يقال عن عدد الالكترونات المرتبطة في الذرة في وحدة الحجم ؟ . أن عدد الأمكنة الكلي المهيئة للإلكترونات يساوي $n_a + n_i$ ونحن نفترض انه عندما تكون جميع الالكترونات مرتبطة ، يكون نصيب كل منها حجم محدد V_a . وعلى هذا يكون الحجم الكلي المشغول بالالكترونات المرتبطة مساوياً $(n_a + n_i)V_a$ ويمكن الآن أن نكتب علاقتنا على الشكل :

$$n_e = \frac{n_a}{(n_a + n_i)V_a} e^{-w/kT}$$

ولكن هذه العبارة غير صحيحة . فلقد اسقطنا من الاعتبار حقيقة جوهرية واحدة : اذ عندما يوجد الكترون ما في الذرة ، فإنه لايمكن لإلكترون آخر أن ينفذ إلى ذات الحجم ! وبعبارة اخرى ليست جميع الحجوم من بين الحجوم الممكنة في متناول الالكترون الذي يفرق في التفكير إلى أين الاتجاه ـ إلى البخار أم إلى الحالة المكثفة . لأنه توجد في هذه المسألة ظاهرة إضافية هي أنه لايمكن للإلكترون أن يقترب كثيراً من المكان الذي يوجد فيه الكترون آخر إذ انهما يتنافران . ولهذا السبب ينبغي أن نحسب ذلك الجزء من الحجم فقط الذي يمكن للالكترون أن يوجد فيه . لأنه ليس من الجائز أن نعد تلك الاماكن التي غدت مشغولة مع الاماكن الممكنة ، والاماكن المشغولة بالايونات هي وحدها التي يمكن أن تعتبر أمكنة شاغرة للالكترونات. وعند أخذ هذا الامر بعين الاعتبار نجد أن العبارة الادق تكتب بالشكل :

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{1}{V_a} e^{-w/kT} \qquad (42-7)$$

وتسمى هذه العبارة معادلة التأين أو معادلة ساها . ولننظر الآن فيما إذا كان يمكننا أن نفهم كيفياً لمَ تكون العبـــارة من هذا النمط إذا ما نحن تتبعنا حركية التحول .

فقبل كل شيء ، من وقت لآخر عندما يتصادم الكترون مع أيون فانهما يتحدان في ذرة . وهذا ماتعانيه الذرة من وقت الى آخر بسبب الاصطدام . وتنقسم إلى إيون وإلكترون . وينبغي أن تكون سرعتا هاتين العمليتين متساويتين . فما هي سرعة إلتقاء الالكترونات بالايونات واتحادها بها ؟ تحدث الالتقاءات بالطبـع بتواتر اكبر كلما ازداد عدد الالكترونات في وحـدة الحجم ، وكذلك ايضاً كلما ازداد عدد الأيونات في وحدة الحجم . وعليه فان سرعة اعادة التركـيب الكلية تتناسب مع جـداء عـدد الالكترونات في عدد الإيونات . ثم ان سرعة التأين الكلية نتيجة التصادمات يجب أن تتناسب خطياً مع عدد الذرات القابلة للتأيين . وعلى هذا الشكل تتوازن سرعتا هاتين العمليتين عندما تتحقق علاقة محددة بين الجداء $n_e\, n_i$ وعدد الذرات n_a . وحقيقة أن هذه العلاقة تمثل بعبارة خاصة تدخل فيها طاقة التأيين w تعطي بالطبـع معلومات اكثر بعض الشيء ، بيد اننا نستطيـع أن ندرك بسهولة بأن هذه العبارة يجب ان تحوي حتماً تركيز الالكترونات والايونات والذرات وفق التركـيب $n_e\, n_i / n_a$ الذي يؤدي إلى ثابت لا يتعلق بعد الآن بالأعـداد n إنما يتعلق فقط بدرجة الحرارة وبالمقاطع العرضانية الذرية وبثوابت أخرى .

ولنلاحظ ايضاً أنه بما أن المعادلة تحوي أعداداً في وحدة الحجم ، فانه لو أجرينا تجربتين . بنفس العدد الكلي N من الذرات والأيونات أي بعدد محدد تماماً من النوى ولكن باستخدام صندوقين مختلفين حجماً ، فإن الأعـــداد n ستكون أصغر في الصندوق الأكـــبر . إلا ان النسبة $n_e\, n_i / n_a$ يجب أن تبقى ثابتـــة ، ولذلك يجب أن يكون العدد الكلي للالكترونات

والايونات اكبر في الصندوق الأكبر . ولكي نقتنع بهـــذا نفترض أنه في الصندوق ذي الحجم V توجد N نواة وان جزءاً منها f متأين . عندئذ يكون : $n_e = f\,N/V = n_i$ و $n_a = (1-f)N/V$. وتأخـــذ معادلتنا في هـذه الحالة الشكل :

$$\frac{f^2}{1-f}\,\frac{N}{V} = \frac{e^{-w/kT}}{V_a} \qquad (42-8)$$

وبعبارة اخرى ، إذا جعلنا كثافة الذرات أصغر فأصغر باستمرار أي أننا زدنا حجم الصندوق شيئاً فشيئاً ، فإن عـدد الالكترونات والأيونات النسبي f يجب أن يزداد . فواقع أن « التمدد » البسيط ، المرافق بتناقص الكثافة ، هو من بين الأسباب التي يمكن أن تؤدي إلى التأين ،يفسر لنا سبب وجود كثير من الايونات في الكثافات المنخفضة جداً (كتلك التي تصادف في المكان البارد مابين النجوم) رُغم صعوبة فهم ذلك عند أخـذ الطاقة التي بين أيدينا في الحسبان.فبالرغم من أن الطاقة اللازمة للتأيين أكبرمرات ومرات من kT المتوافرة في ذلك المكان البارد ، فانه توجد ايونات .

فلم ياترى يمكن أن توجـد إيونات إذا كان المكان المحيط بها فسيحاً ، في حين أنها تسعى إلى الاختفاء عند ازدياد الكثافة ؟ الجواب هو أن كل القضية في الذرات . فالضوء أو الذرة أو الايون أو أي شيء آخر مشترك في التوازن الحراري يصدم بين حين وآخر الذرات . وبما أنه يلزم للتأيين فيض طاقي كبير، فانه يقتلع الكترون من الذرة ، فتتحول الذرة إلى ايون ، وحصول ذلك نادر جداً. فاذا كان الفضاء رحباً واسعاً تجول الالكترون طويلاً وطويلاً جداً حتى أنه قد تمر سنون كثيرة ولا يلتقي بأي شيء . وقد يجد مرة أيوناً ويتحد معه عندئذ في ذرة . فمعدل مغادرة الالكترونات للذرات بطيء جداً . ولكن

اذا كان الحجم ضخماً فان الالكترون المنطلق يبحث عن الايون الذي يمكن أن يعود إلى الاتحاد معه طويلاً جداً إلى درجة أن احتمال اعادة الاتحاد هذا مهمل تماماً . ولذلك بالرغم من أنه يلزم للتأين فيض من الطاقة كبير ، فانه يمكن أن يكون عدد الالكترونات عدداً محسوساً .

٤٢ ـــ ٤ : الحركيات الكيميائية Chemical kinetics

إن الذي يحدث في التفاعلات الكيميائية يشبه « التأين » الى حد ما . فمثلاً يتحد شيئان A و B في مركب AB ؛ ويمكننا عندئذ وبقليل من التفكير أن ندعو AB ذرة (B هو ما ندعوه الالكترون و A هو ما ندعوه الايون) . ويمكننا بعد هذا التغيير ان نكتب معادلة التوازن ، كما فعلنا سابقاً :

$$\frac{n_A\ n_B}{n_{AB}} = c\ e^{-w/kT} \qquad (42\quad 9)$$

وبالطبع فان هذه العبارة غير دقيقة ، ذلك لأن « الثابتة » c تتعلق بالحجم المسموح قيام الاتحاد فيه بين A و B وبما شابه ذلك ، ولكنه بالرجوع الى الحجج الترموديناميكية ، يمكن إعطاء معنى المقدار w في المضروب الأسي ، مما يتبين معه أن w وثيق الارتباط بالطاقة الضرورية للتفاعل .

لنحاول أن نفهم هذه العبارة كنتيجة للتصادم ، ، كما توصلنا إلى عبارة الاستبخار تقريباً ، بحساب الالكترونات المنطلقة في وحدة الزمن إلى الفضاء والالكترونات العائدة إلى حيث كانت . ولنفترض أنه عند التصادم يشكل A و B أحياناً مركباً AB . ولنفترض أيضاً أن AB عبارة عن جزيئة معقدة تهتز هنا وهناك وتصطدم بها جزيئات أخرى بحيث تتلقى من حين إلى حين بعض الطاقة الكافية لانقسامها وتحطيمها من جديد

إلى الجزيئين A و B .

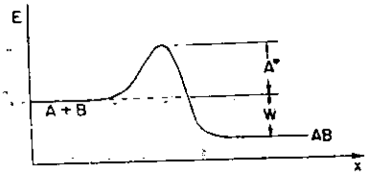
ولنلاحظ أن الامر في التفاعلات الكيميائية هو أنه إذا كانت طاقة الذرات المتقاربة صغيرة جداً ، فانه بالرغم من كفاية هذه الطاقة لحدوث التفاعل $A + B \rightarrow AB$ ، فإن تماس الذرتين A و B لايعني بالضرورة بدء التفاعل. اذ يتطلب ذلك عادة أن يكون التصادم أشد « قسوة » والتصادم « اللين » بين A و B يمكن أن يبدو غير كاف لبدء التفاعل، حتى ولو كانت تتحرر في التصادم كمية من الطاقة تكفي للتفاعل . لنفترض اذن أن الصفة المميزة العامة للتفاعلات الكيميائية هي أنه لايكفي التصادم البسيط لاتحاد A و B بحيث يؤدي ذلك الى توليد AB ، بل ينبغي أن تتصادم الذرتان وهما تمتلكان طاقة كافية . تسمى هذه الطاقة طاقة التنشيط أي الطاقة اللازمة « لتنشيط » التفاعل . ليكن A^* طاقة التنشيط أي فائض الطاقة اللازم كي تتمكن التصادمات من تسبيب التفاعل . وينبغي أن تكون سرعة توليد A و B للمركب AB ولتكن R_f حاوية عندئذ على جداء عددي الذرات A و B مضروباً بالسرعة التي تصطدم بها ذرة ما بمساحة معينة قيمتها σ_{AB} وبالمقدار $\exp(-A^*/kT)$ (وهذا هو احتمال امتلاك الذرات طاقة كافية) أي :

$$R_f = n_A \, n_B \, v \, \sigma_{AB} \, e^{-A^*/kT} \qquad (42-10)$$

وينبغي أن نجد الآن سرعة العملية المعاكسة R_r . اذ يوجد احتمال ما لأن تتفكك الجزيئة AB من جديد. فلكي ينفصل الجزءان A و B لايكفي أن يملكا الطاقة w اللازمة لفصلها ، بل ينبغي أيضاً أن يستطيعا تسلق شيء ما شبيه بالهضبة حتى إذا تخطياه امكنهما الانفصال ، فشأنهما في ذلك كشأنهما عند الاتحاد الذي رأينا أنه يلزمهما من اجله طاقة اكبر من الطاقة الكافية لابقائهما متحدين . فلكي ينفصل الجزءان اذن لا يكفي أن يملكا الطاقة اللازمة نظرياً لفصلها ، بل ينبغي

أن يملكا أيضاً فيضاً من الطاقة فوق ذلك . فالحادثة اذن شبيهة بتسلق هضبة قبل الهبوط في واد عميق : فعلى الجزءين A و B أن يتسلقا الهضبة عند اتحادهما، وعليهما ان يتسلقا خارجين من الوادي، ثم صاعدين على الهضبة عند انفصالهما، انظر الشكل (٤٢ – ١) وعلى هذا النحو تكون سرعة تفكك AB إلى A و B متناسبة مع جـــداء n_{AB} ، أي عدد جزيئات AB الابتـــدائي ، في $\exp[-(w+A^*)/kT]$ أي أن :

$$R_r = c' \, n_{BA} \, e^{-(w+A^*)\,kT} \qquad (42-11)$$



الشكل (٤٢ – ١)
علاقة الطاقات في التفاعل A+B⟶AB .

وتتألف الثابتـة 'c من حجم الذرات ومن تواتر التصادمات الذي يمكن حسابه بدلالة المساحات والأزمنـة والثخن ، كما فعلنا في حالة الاستبخار ، ولكننا لن نفعل ذلك الآن والذي يهمنا اكثر في هـذه الآونة هو حقيقة أنه عندما تتساوى هاتان السرعتان تكون نسبتهما مساوية الواحد . فهذا يقضي كما كان سابقاً بأن يكون $n_A \, n_B / n_{AB} = c \exp(-w/kT)$ حيث تشمل c المقاطع العرضانية والسرع وغيرها من المضاريب المستقلة عن الأعداد n .

وإنه لمن المهم أن سرعة التفاعل تتغير كالسابق كتغير $\exp(-$ ثابتة $/kT)$ وبالرغم من أن هـذه الثابتة لم تعد تمت بأي صلة لتلك التي صادفناها في مسألة التراكيز ؛ فطاقة التنشيط *A تختلف كثيراً عن الطاقة w . فالطاقة w تنظم نسب A و B و AB التي يستقر من أجلها التوازن ، وإذا ما نحن أردنا أن نعلم بأية سرعة يتحول A+B إلى AB ، فإن هذا لا يتعلق بالتوازن اذ

يظهر عندئذٍ طاقة أخرى ، هي طاقة التنشيط ، التي تتحكم بسرعة التفاعل من خلال الحد الأسي .

وبالاضافة الى ذلك فان A^* ليست ثابتة أساسية مثل w . لنفترض أن التفاعل يحدث على سطح الجدار ، أو على أي سطح آخر ، فعندئذٍ يمكن لـ A و B أن يلتصقا على السطح وهذا يسهل عليها الإتحاد في AB اكثر . وبعبارة اخرى يمكن أن تحفر عبر التلة « نفقاً » أو ان نذلل قمة التلة بالحفر . والنتيجة واحدة ، ومهما كان الطريق الذي اتبعناه ، نتيجة انحفاظ الطاقة : فمن A و B يحصل على AB بحيث أن فرق الطاقتين w لا يتعلق بالطريق الذي يحدث فيه التفاعل مع أن طاقة التنشيط A^* تتعلق تعلقاً كبيراً بهذا الطريق . ولهذا السبب تكون سرعة التفاعلات الكيميائية على هـذه الدرجة من الحساسية للشروط الخارجية . فيمكن ان نغير سرعة التفاعل بتغير السطح الذي يتلامس مع الجسمين المتفاعلين أي يمكن صنع « مجموعة براميل صغيرة » واستخدامها للحصول على اية سرعة نريد مادامت سرعة التفاعل تتبع خواص السطح . ويمكن أن ندخل في الوسط الذي يجري فيه التفاعل مادة ثالثة ؛ .وهذا ايضاً يمكن ان يغير سرعة التفاعل بشدة ومثل هـذه المواد قد تؤثر على سرعة التفاعل بشدة خارقة من أجل تغيرات طفيفة في A^* ؛ وهي تسمى المنشطات . وقد لاتوجد التفاعلات عملياً البته ، بسبب كبر A^* في درجة الحرارة المعطاة ، ولكن اذا نحن أضفنا هذه المادة الخاصة ، أي المنشط ، سرى التفاعل بسرعة كبيرة ، نظراً لتصاغر A^* .

ومن الجدير بالذكر أن التفاعل $A + B \rightarrow AB$ يسبب الكثير من انشغال البال ، لأنه ليس بالامكان الحفاظ في آن واحد على الطاقة وعلى الاندفاع ، عندما نقرب مادتين بعضاً من بعض لنولد منها مادة اكثر استقراراً . وبالتالي

فانه لمن الضروري على الاقل وجود مادة ثالثة C ، فيغدو التفاعل أعقد مظهراً بكثير . فسرعة التفاعل المباشر يجب أن تضم الجداء $n_A\, n_B\, n_C$ ويمكن الظن بأن علاقتنا تصبح غير صحيحة ولكن الأمر ليس كذلك ! فإذا نحن بدأنا بالبحث عن سرعة انقسام AB لتبين أنه ينبغي على هذه الجزيئة أن تصدم C وعليه تكون سرعة التفاعل المعاكس متناسبة مع $n_{AB}\, n_C$ ومن أجل التراكيز التوازنية تختصر n_C من العلاقة . فصحة قانون التوازن (9 — 42) ، الذي كتبناه في البدء ، مضمونة بشكل مطلق ، دون أي علاقة بآليات التفاعل الممكنة .

٤٢ — ٥ : قوانين اينشتاين في الاشعاع

Einstein's laws of radiation.

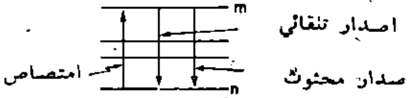
لنتحول الآن الى مسألة هامة ، تشابه المسألة التي فرغنا من وصفها الآن وتتصل بقانون إشعاع الجسم الأسود . لقد بحثنا في الفصل السابق في استنتاج قانون توزع الاشعاع في التجويف بطريقة بلانك بالنظر في اشعاع الهزازة . فالهزازة تمتلك طاقة متوسطة محددة ، وبما انها تهتز فينبغي أن تُشعّ وان يضخ الاشعاع في التجويف طالما أنه لم يمتلىء تماماً بمقدار الاشعاع الضروري لحفظ التوازن بين الاصدار والامتصاص . وبالسير في المحاكمة على هذا النحو وجدنا أن شدة الاشعاع ذي التواتر ω تعطى بالعلاقة :

$$I(\omega)\, d\omega = \frac{\hbar\, \omega^3\, d\omega}{\pi^2\, c^2\, e^{\hbar\omega/kT} - 1} \qquad (42-12)$$

وهذه النتيجة تضم افتراضاً بأن الهزازة المولّدة للاشعاع تمتلك سويات محددة للطاقة تتباعد بعضها عن بعض بمسافات متساوية . ونحن لم نتعرض الى ما إن كان الضوء يتألف من فوتونات أم من أي شيء من هذا القبيل . حتى اننا لم نلق السؤال بأي طريقة تنتقل وحدة الطاقة $\hbar\omega$ ، على هيئة ضوء ، عند انتقال الذرة من سوية طاقة الى أخرى . وتتلخص فكرة بلانك الأصلية في أن المادة

كوانتية ، أما الضوء فليس كذلك : لا يمكن للهزازة أن تتقبل أية طاقة بل ينبغي أن تتلقاها على شكل دفقات . ومما يستدعي القلق ايضاً أن طريقة الاستنتاج كانت نصف كلاسيكية . فنحن حسبنا سرعة إشعاع الهزازة ، منطلقين من قوانين الفيزياء الكلاسيكية ، ومن ثم نسينا ذلك وقلنا : « كلا ، إن لهذه الهزازة سويات طاقة كثيرة » . ولكي نستنتج هذه العبارة الكوانتية الصرفة بشكل صحيح ، يترتب علينا اجتياز الطريق الطويلة التي اكتملت في عام ١٩٢٧ بوضع الميكانيك الكوانتي . وفي ذلك الوقت حاول اينشتاين تغيير وجهة نظر بلانك ، في أن الهزازات المادية هي وحدها المكممة بفكرة أن الضوء في الواقع يتألف من فوتونات وأنه يجب فهمه ، في إطار محـــدد ، على أنه غاز من جسيمات طاقتها $\hbar\omega$. وقد وجه ، بعد ذلك ، بور الانتباه إلى أن أي جملة من الذرات تمتلك سويات طاقية ، وليست المسافات مابين هذه السويات متساوية بالضرورة كما هو الامر في هزازات بلانك . ولهذا برزت ضرورة إعادة النظر في النتيجة أو على الاقل بحث قانون الاشعاع بدقة اكبر ، بالانطلاق من وجهات النظر الميكانيكية الكوانتية بشكل متناسق .

لقد افترض اينشتاين أن علاقة بلانك الاخيرة صحيحة ، واستخدمها للحصول على معلومات جديدة لم تكن معروفة من قبل حول الفعل المتبادل بين الاشعاع والمادة . وقد كانت محاكمته كما يلي : يجب أن ننظر في أي سويتين طاقيتين ممكنتين في الذرة الميمية m والنونية n مثلاً كالظاهرتين في الشكل (٤٢ - ٢) . ومن ثم افترض اينشتاين انه عندما تضاء الذرة بالضوء المناسب من حيث التواتر فإن بامكانها ابتلاع الفوتون منتقلة من الحالة n الى الحالة m ، واحتمال هذا الانتقال في الثانية



الشكل (٤٢ - ٢) الانتقال بين سويتين طاقيتين في الذرة

الواحدة يتناسب مع شدة الضوء الذي ينير الذرة كما أنه يتعلق أيضاً بالسويتين المعتبرتين .

لنرمز لثابتة التناسب بـ B_{nm} ، حتى تتذكر أنها ليست ثابتة طبيعية عامة ، بل أنها تتعلق بزوجي السويات المنتخب : فمن السويات ماهو سهل الإثارة ومنها مالا يثار إلا بصعوبة كبيرة . والآن يترتب علينا إيجاد العبارة التي تصف سرعة الانتقال من m إلى n . لقد افترض أينشتاين أنها تتركب من جزأين . فحتى ولو لم يكن هناك اشعاع خارجي يوجد احتمال لأن تنتقل الذرة ، مشعة فوتوناً ، من الحالة المثارة إلى الحالة ذات الطاقة الأخفض . وهذا هو ما يسمى الاصدار التلقائي .

ويشبه هذا الافتراض فكرة أنه حتى الهزازة الكلاسيكية ، اذا امتلكت طاقة محددة ، لايمكنها الحفاظ عليها ؛ إذ يستدعي الإشعاع لا محالة ضياع الطاقة . وعلى هذا الشكل ، وبالمشابهة مع الاشعاع التلقائي في الجمل الكلاسيكية ، يوجد احتمال محدد A_{nm} (وهو مرة أخرى يتعلق بالسويتين) لانتقال الذرة من الحالة المثارة m إلى الحالة n ، وهذا الاحتمال لايتعلق بكون الذرة مضاءة أم لا . ولكن أينشتاين ذهب إلى أبعد من ذلك ، بالمقارنة مع الفيزياء الكلاسيكية ، مستخدماً حججاً أخرى ، وتوصل إلى استنتاج أن الاصدار يتعلق بوجود الضوء في الجوار . فعندما تضاء الذرة بضوء من التواتر المناسب ، يزداد احتمال إصدار الفوتون متناسباً مع شدة الضوء وثابتة التناسب هي B_{mn} . واذا مانحن استطعنا اثبات أن هذه الثابتة تساوي الصفر ، تبين أن اينشتاين مخطىء ولكننا سنرى بالطبع أنه كان مصيباً .

وهكذا افترض أينشتاين أنه توجد ثلاثة انواع من التحولات : الامتصاص

المتناسب مع شدة الضوء والاصدار المتناسب مع شدة الضوء أيضاً (وهو ما يدعى بالاصدار المحرّض أو الاصدار المحثوث) ، والاشعاع التلقائي الذي لا يتعلق بشدة الضوء .

ولنفترض الآن أن التوازن قد استتب في الدرجة T ، وأنه توجد في الحالة n كمية ما من الذرات N_n ، كما وتوجد كمية أخرى من الذرات N_m في الحالة m . عندئذ يكون العدد الكلي من الذرات التي تنتقل من الحالة n إلى الحالة m مساوياً جداء عدد الذرات في الحالة n في سرعة انتقال الذرة الواحدة من الحالة n الى الحالة m . وبهذا الشكل نكون قد حصلنا على عبارة عدد الذرات المنتقلة في ثانية واحدة من n إلى m . وهذه العبارة هي :

$$R'_{n \to m} = N_n B'_{nm} I(\omega) \qquad (42-13)$$

ونحصل على عدد الذرات ، المنتقلة من m إلى n ، بنفس الأسلوب تماماً ، أي بضرب عدد الذرات في الحالة m في سرعة انتقال الذرة الواحدة . ويكون شكل العبارة في هذه المرة على النحو التالي :

$$R_{m \to n} = N_m [A_{mn} + B_{mn} I(\omega)] \qquad (42-14)$$

ونفترض الآن أن عدد الذرات المرتفعة إلى السوية العليا ، في حالة التوازن الحراري ، ينبغي أن يساوي عدد الذرات المنخفضة إلى السوية الدنيا . وهذه ، على الأقل ، إحدى وسائل المحافظة على ثبات عدد الذرات في كل سوية من السويات* . فنحن نعتبر بالتالي أن السرعتين ، في حالة

* وليست هذه هي وسيلة المحافظة الوحيدة على ثبات عدد الذرات على كل سوية من السويات ولكنها هي الطريق الفعلية التي تختارها الطبيعة . فكل تحول في التوازن الحراري يجب ان يوازن بتحول معاكس ، وهذا مايسمى مبدأ التوازن التفصيلي .

التوازن ، متساويتان.. ولكن لايزال يوجد في جعبتنا بعض المعلومـــات : فنحن نعلم كم هو كبير العدد N_m بالنسبة لـ N_n ؛ إن نسبة هذين العددين تساوي $\exp [-(E_m - E_n)/kT]$. وافترض اينشتاين بعد هذا أن تواتر الضوء القادر على نقل الذرة من السوية n إلى السوية m يقابل فرق الطاقتين ، وبحيث أن لدينا في جميع العلاقات : $E_m - E_n = \hbar\omega$. وهكذا يكون :

$$N_m = N_n e^{-\hbar\omega/kT} \qquad (42\text{—}15)$$

وعلى هذا إذا نحن ساوينا مابين السرعتين وجدنا :

$$N_n B_{nm} I(\omega) = N_m [A_{mn} + B_{mn} I(\omega)]$$

واذا قسمنا على N_m نحصل على :

$$B_{nm} I(\omega) e^{\hbar\omega/kT} = A_{mn} + B_{mn} I(\omega) \qquad (42\text{—}16)$$

ومن هذه العبارة يمكن أن نجد $I(\omega)$ وهي ببساطة :

$$I(\omega) = \frac{A_{mn}}{B_{nm} e^{\hbar\omega/kT} - B_{mn}} \qquad (42\text{—}17)$$

ولكن بلانك سبق وأن قال لنا بأنه ينبغي أن يكون للعلاقة الشكل (42 — 12) . وعليه يمكننا أن نستخلص بعض النتائج : قبل كل شيء يجب أن يكون B_{nm} مساوياً B_{nm} ، لأنه بغير ذلك لانحصل على الحد $\exp(\hbar\omega/kT) - 1$. وبهذا الشكل اكتشف أينشتاين بعض العلاقـات ، التي لم يكن يُعلَم لها طريقة استنتاج مباشرة ، مثل أنه يجب أن يتساوى احتمالا

الاصدار المحرض والامتصاص ، وهذا أمر مهم . وبالاضافة الى ذلك كي تتفق العلاقتان (42—17) و (42—12) ينبغي أن يكون :

$$\frac{A_{mn}}{B_{mn}} \text{ مساوياً } \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^2} \qquad (42-18)$$

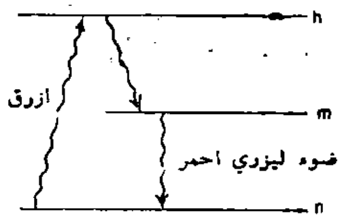
وهذا يعني ، أنه اذا علمت مثلاً سرعة امتصاص من أجل سوية معطاة ، فان بالامكان الحصول على سرعة الاصدار التلقائي وعلى سرعة الاصدار المحثوث أو على أي تركيب من هاتين السرعتين .

ولم يكن في مقدور أينشتاين أو أي شخص آخر غيره أن يحصل ، بالاستناد الى فرضيات عامة الى هذا الحد ، على أكثر مما ذكر ، ولكي نحسب بالفعل سرعة الاصدار التلقائي المطلقة او بشكل عام سرعة اي انتقال ذري خاص ينبغي أن نعلم جميع ما خفي في الذرة من آليات . والذي يدرس هذه الامور هو ما يسمى الإلكتروديناميك الكوانتي الذي لم يكتشف إلا بعد انقضاء أحد عشر عاماً على دراسات أينشتاين هذه التي جرت عام ١٩١٦ .

ولقد وجد إمكان الاصدار المحرض ، في أيامنا هذه ، تطبيقاً هاماً . فالضوء ، عندما يوجد ، بسبب الانتقال من الأعلى الى الأسفل . وهذا الأمر يمكن أن يزيد طاقة الضوء بمقدار $\hbar\omega$ ، اذا وجدت ذرات شغلت فيها السوية العليا . ويمكن لنا ان نهيء طريقة غير حرارية لتحضير غاز يكون فيه عدد الحالات m أكبر بكثير من عدد الحالات n . والغاز يكون عندئذ بعيداً جداً عن حالة التوازن ولا يجوز أن تطبق عليه العبارة $\exp(-\hbar\omega/kT)$ الصحيحة من أجل التوازن . ويمكن أن نبلغ كذلك حالة أن عدد الحالات العليا المشغولة كبير جداً ، في حين أن عدد الذرات في الحالة الدنيا يساوي الصفر عملياً : وعندئذ يكون امتصاص الضوء ذي التواتر الموافق لفرق الطاقتين

والقادرة على $E_m - E_n$ ضعيفاً جداً لأن عدد الذرات الموجودة في الحالة n امتصاصه ليس كبيراً . ومن جهة اخرى عندما يضاء الغاز المؤلف من مثل هذه الذرات ، فإن الضوء يحرض الإصدار من الحالة العليا ! وعلى هذا الشكل اذا وجد في الحالة العليا عدد كبير من الذرات يبدأ شيء ما يشبه التفاعل المتسلسل وذلك مع بدء الذرات فجأة بالإصدار، وبالاضافة الى ذلك فان الذرات تكون

مجبرة على الإصدار وتهبط جميعها دفعة واحدة الى الحالة الدنيا . وعلى هـذا النحو يعمـل الليزر . وإذا كانت الأمواج المنطلقة تقع في مجال الأشعة تحت الحمراء البعيـدة دعي المنبـع بالميزر .



الشكل (٤٢ – ٣)

عندما تثار الذرة بالضوء الازرق ترتفع الى السوية العلوية h ثم تهبط بسرعة الى السوية m مطلقة فوتوناً . وعندما يصبح عدد الذرات في الحالة m كبيراً الى حد كاف يظهر فعل الليزر .

ولـكي تقاد الذرات الى الحالة m يلجأ الى مختلف الأساليب والحيل . فيمكن أن توجد سوية أعلى من السوية m يمكن أن ترفع اليها الذرات باستخدام حزمة ضوئية شديدة ذات تواتر عالٍ . ومن هذه السوية العالية تهبط الذرات الى الاسفل ، مطلقة فوتونات مختلفة الألوان ، حتى تستقر الذرات على السوية m . وإذا كانت الذرات تسعى لأن تبقى قليلاً على السوية m ، دون أن تصدر الفوتونات ، دعيت هذه السوية شبه مستقرة ، ومن ثم تقفز الذرات كلها دفعة واحـــدة من السوية m ، الى الأسفل ويرافق هذه القفزة الإصدار المحثوث . وبقيت نقطة تفصيلية تكنيكية هي أنه إذا وضعنا جملتنا في صندوق عادي ، يمكنها الاشعاع في اتجاهات كثيرة تلقائيـاً ، مما يؤدي الى ضياع الأثر المحرّض . ولكن يمكن تقوية هـذا الأثر

المحرض وزيادة قيمته بوضع مرآة كاملة العكس تقريباً عند كل طرف من طرفي الصندوق ؛ عندئذ تُسنح للضوء المشع فرصة تحريض الإصدار الاضافي ، ويضيف الانعكاس التالي فرصة اخرى للاصدار ، ويتكرر الأمر مراراً . وبالرغم من أن المرايا تعكس تقريباً كل الضوء فانه يوجد احتمال غير كبير لأن يمر قسم من الضوء عبر المرآة ويخرج للمحيط الخارجي . وفي آخر المطاف يخرج كل الضوء الى الخارج ، مطيعاً قانون انحفاظ الطاقة ، على شكل حزمة ضيقة شديدة . وعلى هذا الشكل يُحصل على حزم الضوء القوية في الليزرات .

★ ★ ★

مسائل وتمارين

٤٢–١ : إن طاقات التنشيط ، وحرارات الاستبخار ، وحرارات التشكل والتفكك ، الخ ، غالبـــاً ما يعبر عنها بالجول / مول غرامي أو بالالكترون فولط / ذرة . كم جولاً / مول غرامي يساوي واحد الكترون فولط/ذرة ؟

ملاحظة : يستعمل الكيميائيون وحدة للطاقة تدعى الكيلو حريرة، ١ كيلو حريرة = 4186 جول .

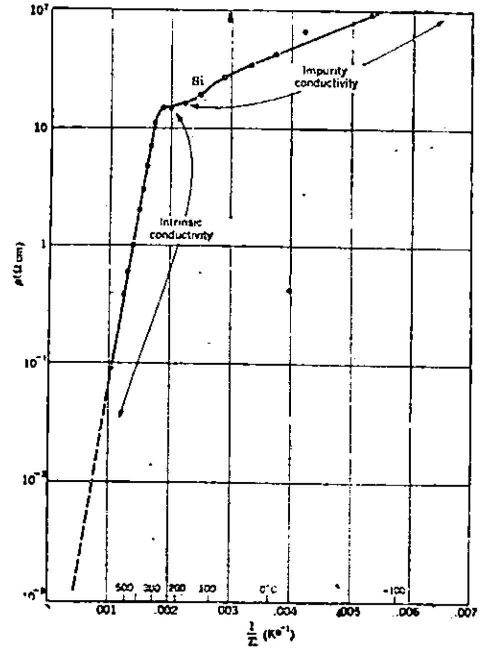
٤٢–٢ : (أ) ارسم منحنياً يمثل كثافة بخار الزئبق بدلالة 1/T على ورقة نصف لغريتمية ، (المعطيـــات متوافرة في كتاب « ثوابت الفيزياء والكيمياء ») ، واستنتج من هذا الرسم حرارة استبخار الزئبق . اختبر نتيجتك بمقابلتها مع القيمة المعطاة في الجداول .

(ب) قم بالعملية نفسها من أجل الماء .

٤٢–٣ : تتغير حرارة استبخار الزئبق بمقدار ثلاثة في المائة فقط ، وذلك في مجال من درجات الحرارة يقـع بين الصفر و 300°C ، ويساوي هذا حوالي (0.61 ev/ذرة) ، بصورة وسطية . ما هو مقدار الخطأ الذي سيرتكب في حساب كثافة بخار الزئبق في الدرجة صفر مئوية ، إذا استخدمنا حرارة الاستبخار عند الدرجة 300°C بدلاً من القيمة الصحيحة عند الدرجة صفر مئوية ؟

المغزى : إن الخطأ النسبي الصغير في أس ّ كبير يمكن أن يؤدي الى تأثير كبير .

٤–٤٢ : يبين الشكل (٤٢–٤) المقاومة النوعيـة للسيليكون النقي تقريباً كتابـع لدرجة الحرارة . أجر استنتاجاً كمياً يتعلق بطبيعة سريان التيار في هذه المادة فوق الدرجة 300°C وتحتها .



الشكل (٤٢ – ٤)

★ ★ ★

الفصل الثالث والأربعون

Diffusion
الانتشار

٤٣ — ١ : الاصطدام بين الجزيئات Collisions between molecules

لقد درسنا حتى الآن الحركات الجزيئية في غاز هو في حالة توازن حراري. ونريد الآن ان ندرس مايحدث عندما تكون الأشياء في حالة قريبة من حالة التوازن ، لكنها ليست في حالة توازن كلي . ففي الوضع البعيد عن حالة التوازن ، تكون الأشياء شديدة التعقيد ، أما في الوضع القريب من حالة التوازن ، فإننا نستطيع أن نحسب بسهولة مايحدث . ولكي نرى ما يحدث ، يجب علينا ، على كل حال ، أن نعود الى النظرية الحركية . إن الميكانيك الاحصائي والترموديناميك يتعاملان مع حالة التوازن ، أما في حالة بعيدة عن التوازن فكل مانستطيع أن نفعله هو أن نحلل مايحدث ذرة بذرة .

وكمثال بسيط عن وضع غير وضع التوازن ، سوف ننظر في انتشار الأيونات في غاز . لنفرض أنه يوجد في غاز ما تركيز قليل نسبياً من الأيونات ، وهي جزيئات مشحونة كهربائياً . واذا طبقنا حقلاً كهربائياً على الغاز ، فإن كل أيون يخضع لقوة تختلف عن القوى المطبقة على جزيئات الغاز المعتدلة . فلو لم توجد جزيئات أخرى ، فإن الأيون سيكون له تسارع ثابت حتى يصل

الى جدار الوعاء . ولكن بسبب وجود جزيئات أخرى ، فإنه لايستطيع أن يفعل ذلك ، فإن سرعته تزداد حتى يصطدم بجزيئة ويفقد اندفاعه . ويبدأ من جديد في التسارع ، ولكنه يفقد بعدها اندفاعه مرة ثانية . وتكون حصيلة ذلك أن يشق الأيون طريقه وفق مسار متلو ، لكن تكون له حركة محصلة وفق جهة القوة الكهربائية . سوف نرى أن للأيون « انسياقاً » وسطياً بسرعة عددية وسطى متناسبة مع الحقل الكهربائي ، أي أنه كلما كان الحقل شديداً كان الايون اسرع . وما دام الحقل مطبقاً ، وما دام الأيون يتابع حركته ، فإنه لن يكون ، بداهة ، في توازن حراري ، انه يحاول الوصول الى وضع التوازن ، وهو الوضع الذي يغدو فيه قابعاً في نهاية الوعاء . ونستطيع حساب سرعة الانسياق ، بواسطة النظرية الحركية .

لعل امكاناتنا الرياضية الراهنة لاتمكننا بالفعل من حساب مايحدث بدقة ، لكننا نستطيع ان نحصل على نتائج تقريبية تحمل في طياتها المعالم الاساسية . يمكننا ان نجد كيف تتغير الاشياء بتغير الضغط ودرجة الحرارة ، وسواها، لكن لن يكون ممكناً ان نحصل بدقة على العوامل العددية الصحيحة امام كل الحدود . ولذا فإننا لن نقلق كثيراً بشأن القيمة الدقيقة للعوامل العددية ، ونحن نقوم بعملية الاستخراج . ولا يمكن الحصول على هذه الامثال العددية الا بمعالجة رياضية اكثر تعقيداً .

وقبل الشروع في دراسة مايحدث في حالات لاتوازن فيها ، فاننا سنحتاج الى ان نتفحص مايجري في غاز في حالة التوازن الحراري . فعلى سبيل المثال ، سنحتاج الى معرفة الزمن الوسطي بين اصطدامين متعاقبين لجزيئة .

ان اية جزيئة تعاني من اصطدامات متتالية مع جزيئات اخرى ، وتحدث

تلك الاصطدامات بصورة عشوائية طبعاً . وسيكون لجزيئة معينة عدد محدد N ، من الصدمات ، في فترة زمنية طويلة T . وإذا ضاعفنا الفترة الزمنية، فلسوف يتضاعف عدد الصدمات . فمقدار الاصطدامـــات اذن يتناسب مع الزمن T . ويجب أن نكتبه بالشكل التالي :

$$N = T/\tau \qquad (43-1)$$

لقد كتبنا ثابتة التناسب على الشكل $1/\tau$ ، حيث تأخذ τ أبعـــاد زمن . والثابتة τ هي الزمن الوسطي بين اصطدامين . لنفرض ، على سبيل المثال، أنه يوجد 60 اصطداماً في الساعة ؛ فان τ عندئذ تكون دقيقة واحـدة . نريد أن نقول أن τ (التي تساوي دقيقة واحدة) هي الزمن الوسطي بين اصطدامين .

لعلنا نرغب أن نطرح دائماً السؤال التالي : « ماهي الفرصة لكي تعاني الجزيئة اصطداماً خلال الفترة القصيرة التالية من الزمن dt ؟ » الجواب هو dt/τ ، وهو مايمكن فهمه بصورة حدسية . لكن دعنا نحاول أن نقيم حجة أكثر اقناعاً . لنفرض أنه كان يوجد عدد كبير جـداً N من الجزيئات . فكم جزيئة منها ستصطدم في الفترة الزمنية التالية dt ؟ فاذا كان التوازن قائماً ، لن يتغير شيء بصورة وسطية مع الزمن .. وهكذا فان الـ N جزيئة التي تنتظر الزمن dt سيكون لها من التصادمات العدد نفسه الذي يكون لجزيئة واحدة تنتظر الفترة الزمنية N dt . نعلم أن ذلك العـدد هو $N\,dt/\tau$. وهكذا فان عدد الصدمات لـ N جزيئة هو $N\,dt/\tau$ ، في فترة زمنية dt ، فتكون فرصة ، أو احتمال ، حدوث صدمة لواحدة من الجزيئات ماهي إلا 1/N مرة اكبر من ذلك العدد ، أو : $(1/N)(N dt/\tau) = dt/\tau$ ،

وهو ما قدرناه اعلاه . ويعني ذلك أن جزء الجزيئات الذي سيعاني من الاصطدام في الفترة dt هو dt/τ . ولنأخذ مثالاً ، اذا كانت τ دقيقة واحدة ، فان جزء الجسيمات الذي سيعاني من الاصطدام في ثانية واحدة ، هو 1/60 . ان مايعنيه ذلك هو ، بالطبع ، أن 1/60 من الجزيئات تقترب ما فيه الكفاية من تلك الجزيئات التي تسعى لصدمها بما يجعل تصادمها واقعاً في الدقيقة التالية .

عندما نقول أن τ ، وهي الزمن الوسطي بين اصطدامين، تساوي دقيقة واحدة، فإننا لا نعني ان كل الاصطدامات ستحدث في فترات زمنية تفصل بينها دقيقة واحدة بالضبط . فلا تجري الأمور بحيث أن كل جسيم يصطدم اصطداماً أول، ثم ينتظر دقيقة كاملة ، ليصطدم بعدها اصطداماً آخر . بل إن الأزمنة بين الاصطدامات المتتالية متغيرة كثيراً . ولن نحتاج اليها من أجل عملنا التالي هنا ، ولكن لنستطرد قليلاً لنجيب عن السؤال التالي : « ماهي الأزمنة بين الاصطدامات ؟ » نحن نعلم أنه من أجل الحالة السابقة ، فان الزمن الوسطي هو دقيقة واحدة ، ولكننا قد نرغب في أن نعرف ، على سبيل المثال ، ما هي فرصة عدم حصولنا على أي تصادم لمدة دقيقتين ؟

سنجد الجواب على السؤال العام : « ما هو احتمال أن تسير جزيئة مدة t دون أن تعاني أي اصطدام ؟ » ففي لحظة كيفية ما ، ندعوها $t = 0$ ، نبدأ بمراقبة جزيئة معينة . فما هي فرصة عدم تصادمها بأية جزيئة اخرى طيلة المجال الزمني بين الصفر و t ؟ كي نحسب الاحتمال ، لنراقب مايحدث للجزيئات N_0 كلها في الوعاء. فبعد ان نكون قد انتظرنا زمناً t يكون بعضها قد عانى اصطدامات . نسمي $N(t)$ عدد الجزيئات التي لم تعاني اصطدامات حتى الزمن t . ان $N(t)$ أقل من N_0 طبعاً . نحن نستطيع ان نجد $N(t)$ لأننا نعلم كيف تتغير مع

الزمن . إذا علمنا أن $N(t)$ جزيئة قد وصلت حتى الزمن t دون اصطـدام ، فان $N(t+dt)$ ، وهو العدد الذي يصل الى اللحظة $t+dt$ دون اصطدام ، هو أقل من $N(t)$ بمقدار عدد الجزيئات التي عانت اصطدامات في الزمن dt . ان العدد الذي يتصادم في الزمن dt قد كتبناه أعلاه بدلالة الزمن الوسطي τ على الشكل $dN = N(t)dt/\tau$. فلدينا إذن المعادلة :

$$N(t+dt) = N(t) - N(t)\frac{dt}{\tau} \qquad (43-2)$$

إن المقدار $N(t+dt)$ ، الموجـود في الطرف الأيسر ، يمكن ان يكتب على الشكل $N(t) + (dN/dt)\,dt$ ، وفقاً لتعاريف الحساب التفاضلي . وبإجراء هذا التعويض ، تعطي المعادلة (43—2) :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{\tau} \qquad (43-3)$$

إن العدد المفقود في الفترة dt يتناسب طرداً والعـــدد الموجود ، كما يتناسب عكساً والحياة الوسطى τ . ويمكن استكمال المعادلة (43 - 3) بسهولة إذا كتبناها على الشكل :

$$\frac{dN(t)}{N(t)} = -\frac{dt}{\tau} \qquad (43-4)$$

إن كل طرف هو تفاضل تام ، فالتـكامل إذن :

$$\ln N(t) = -t/\tau + (\text{ثابت}) \qquad (43-5)$$

ويمكن كتابة هذه المعادلة على الشكل التالي :

$$N(t) = (\text{ثابت})\, e^{-t/\tau} \qquad (43-6)$$

ونحن نعلم أن الثابت ينبغي أن يكون N_0 ، وهو العـــدد الكلي للجزيئات الموجودة ، إذ انها جميعاً بدأت عند $t = 0$ بانتظار التصادم «التالي» لها . فيمكننا إذن أن نكتب :

$$N(t) = N_0 \, e^{-t/\tau} \qquad (43-7)$$

إذا أردنا احتمال عـدم حدوث الاصطدام ، وهو $P(\omega)$ ، فاننا نحصل عليـه بتقسيم $N(t)$ على N_0 ، فنحصل على :

$$P(\omega) = e^{-t/\tau} \qquad (43-8)$$

ونتيجتنا هي : إن احتمال بقاء جزيئة معينة زمناً t بدون اصطدام هو $e^{-t/\tau}$ ، حيث τ هو الزمن الوسطي بين اصطدامين . يبدأ الاحتمال مساوياً الواحـد (أو اليقين) من أجل $t = 0$ ، ثم يتناقص كلما تزايدت t . ان احتمال تجنب الجزيئة للاصطدام زمناً يساوي τ هو $e^{-1} = 0.37 \ldots$. فاحتمال أن يكون الزمن ، الفاصل بين اصطدامين لهذه الجزيئة ، اكبر من الزمن الوسطي بين اصطدامين ، هو احتمال أقل من النصف . إن ذلك صحيح تماماً ، لأنه توجـد جزيئات بعدد كاف تسير ، دون اصطدام ، لفترات أطول بكثير من الزمن الوسطي بين اصطدامين ، وهكذا يمكن أن يبقى الزمن الوسطي τ .

لقد عرّفنا τ في الأصل بأنها الزمن الوسطي بين اصطدامين . والنتيجـة التي حصلنـا عليها في المعادلة (7 43) تبين ايضاً أن الزمن الوسطي بدءاً من لحظة بدء كيفية الى التصادم التالي هو τ أيضاً . ويمكننا أن نوضح هـذه الحقيقة المدهشة إلى حد ما بالشكل التالي . إن عـدد الجزيئات التي تعاني اصطدامها التالي في الفترة dt عنـد الزمن t بعد زمن بدء مختار كيفياً هو

$N(t)\,dt/\tau$: ويكون «الزمن المنقضي عليها حتى حدوث الاصطدام التالي» هو t طبعاً . ونحصل على « الزمن الوسطي الذي ينقضي حتى يحدث الاصطدام التالي» بالطريقة المعتادة :

$$\text{الزمن الوسطي حتى حدوث الاصطدام التالي} = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty t\ \frac{N(t)\ dt}{\tau}$$

وباستخدام $N(t)$ التي حصلنا عليها في المعادلة (7 — 43) وحساب التكامل ، فإننا نجد حقاً أن τ هي الزمن الوسطي من أية لحظة حتى حدوث الاصطدام التالي.

٤٣ ــ ٢ : المسار الحر الوسطي the mean free path

هناك طريقة أخرى لوصف الاصطدامات الجزيئية ليست في الكلام عن الزمن بين اصطدامين ، لكن بالكلام عن مدى انتقال (حركة) الجسيم بين اصطدامين . فإذا قلنا ان الزمن الوسطي بين اصطدامين هو τ ، وأن للجزيئات سرعة وسطى v ، فاننا نتوقع أن تكون المسافة الوسطى بين اصطدامين ، والتي سندعوها l ، ليست الا جداء τ في v . وتدعى هذه المسافة بين اصطدامين عادة المسار الحر الوسطي :

$$\text{المسار الحر الوسطي}\quad l = \tau v \qquad (43-9)$$

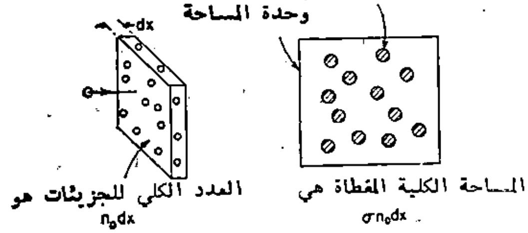
لن نكون في هذا الفصل حريصين كثيراً بشأن نوع الوسطي الذي نعنيه في أية حالة خاصة . انَّ الوسطيات المختلفة الممكنة كالقيمة الوسطى ، أو جذر وسطي المربعات وغيرها ، هي كلها تقريباً متساوية وتختلف بأمثال قريبة من الواحد . ولما كنا بحاجة إلى تحليل مفصَّل للحصول على الامثال العددية الصحيحة ، فليس ثمة ضرورة للقلق فيما يتعلق بالوسطي المطلوب عند أية نقطة

معينة . ويمكن أن نحذر القارىء أيضاً أن الرموز الجبرية التي نستخدمها للتعبير عن بعض المقادير الفيزيائية (مثل l لتدل على المسار الحر الوسطي) لا تتبع اصطلاحاً عاماً متعارفاً عليه ، ويعود ذلك بشكل أساسي لعـــدم وجود اتفاق عام .

ومثلما أن فرصة قيام الجزيئة بتصادم ما في زمن قصير dt هو dt/τ ، فإن فرصة قيامها بتصادم في انتقالها مسافة dx هو dx/l . وباتباع الاسلوب السابق نفسه في المناقشة ، يستطيع القارىء أن يبين أن احتمال سير الجزيئة مسافة x على الأقل قبل أن تقوم باصطدامها التالي هو $e^{-x/l}$.

إن المسافة الوسطى التي تقطعها جزيئة قبل اصطدامها بجزيئة اخرى ، أي المسار الحر الوسطي l ، تتعلق بعدد الجزيئات الموجودة كما تتعلق « بأبعاد » الجزيئات ، أي بمقدار كِبَر الهدف الذي تمثله . وغالباً مايوصف «الحجم» الفعلي للهدف في التصادم« بالمقطع العرضي للاصطدام » ،وهي الفكرة نفسها المستخدمة في الفيزياء النووية ، أو في مسائل تبعثر الضوء .

لننظر في جسم يتحرك بحيث يقطع مسافة dx داخل غاز يحوي n_0 من الجزيئات المبعثرة بوحدة الحجم كما في الشكل(٤٣–١) . إذا نظرنا إلى كل وحدة



الشكل (٤٣ – ١) المقطع العرضي للاصطدام

مساحة عمودية على اتجاه حركة جسيمنا المختار ، فإننا نجد هناك n_0dx جزيئة . وإذا كانت كل منها تمثل مساحة تصادم فعلية أو « مقطعاً عرضياًللتصادم » σ_c ، كما نسمي ذلك عادة ، فان المساحة الكلية التي تغطيها المبعثرات هي $\sigma_c\, n_0dx$.

ونعني « بالمقطع العرضي للتصادم » المساحة التي ينبغي أن يقع داخلها مركز جسيمنا كي يصطدم بجزيئة معينة . وإذا كانت الجزيئات كرات صغيرة (وهذه صورة كلاسيكية) توقعنا أن يكون $\sigma_c = \pi\,(r_1 + r_2)^2$ ، حيث r_1 و r_2 هما نصفا قطري الجسيمين المتصادمين . ان فرصة قيام جسيمنا بالتصادم تساوي نسبة المساحة المغطاة بالجزيئات المبعثرة إلى المساحة الكليــة ، التي افترضناها مساوية للواحد . وهكذا فإن احتمال حدوث التصادم في مسافة dx هو $\sigma_c\, n_0\, dx$ أي أن :

$$\text{فرصة التصادم في مسافة } dx = \sigma_c\, n_0'dx \qquad (43—10)$$

لقد رأينا أعلاه أن فرصة حدوث التصادم في مسافة dx يمكن أن تكتب أيضاً بدلالة المسار الحر الوسطي l على الشكل dx/l . وبمقارنة هذه مع المعادلة (43—1) ، يمكننا أن ننسب المسار الحر الوسطي الى المقطع العرضي للتصادم :

$$\frac{1}{l} = \sigma_c\, n_0 \qquad (43-11)$$

وهي علاقة يسهل تذكرها اذا كتبناها على الشكل :

$$\sigma_c\, n_0\, l = 1 \qquad (43—12)$$

يمكننا النظر الى هذه العبارة على أنها تدل على وجوب حدوث اصطدام واحد ، بصورة وسطية ، عندما يسير الجسيم مسافــة l حيث تستطيع

الجزيئات المبعثرة أن تغطي المساحة الكلية فقط . إن عدد الجزيئات المبعثرة، الموجودة في حجم اسطواني طوله l ومساحة قاعدته تساوي الواحد ، يساوي $n_0 l$. واذا كان لكل منها مساحة σ_c فالمساحة الكلية المغطاة هي $n_0 l \sigma_c$ ، ويجب أن تساوي وحدة المساحة فقط . ان المساحة الكلية غير مغطاة ، طبعاً ، لأن بعض الجزيئات مختبىء ، بصورة جزئية ، خلف البعض الآخر . وهذا هو السبب الذي يجعل بعض الجزيئات تسير مسافة أطول من l قبل أن تقوم بالتصادم . ان قولنا أن الجزيئات تقوم بالاصطدام أثناء سيرها مسافة l يعني أن ذلك يتم بصورة وسطية فقط . فمن قياس المسار الحر الوسطي l يمكننا أن نعين المقطع العرضي للتبعثر σ_c ، ثم نقارن النتيجة مع الحسابات المبنية على النظرية التفصيلية للبنيـة الذرية . إلا أن ذلك موضوع آخر ! وهكذا فإننا نعود الى مسألة الحالات غير المتوازنة .

٤٣ — ٣ : سرعة الانسياق العرضية The drift speed

نريد أن نصف مايحدث لجزيئة ، أو عـــدة جزيئات ، تكون مختلفة في بعض الأمور عن الأكثرية الكبيرة للجزيئات في الغـاز . وسوف نشير الى جزيئات « الأكثرية » على أنها جزيئات « الخلفية » ولسوف ندعو الجزيئات التي تختلف عن جزيئات الخلفية بالجزيئات « الخاصة » أو ، باختصار ، الجزيئات s*. ويمكن لجزيئة ما أن تكون خاصة من أجل أي عدد من الأسباب : فقد تكون أثقل من جزيئات الخلفية ، أو قد تكون مختلفة كيميائياً ، أو قد تكون مشحونة كهربائياً ، أي قد تكون ايوناً في خلفية من جزيئات غير مشحونة . وبسبب كتلها أو شحناتها المختلفة ، فإن الجزيئات s قد تخضع لقوى تختلف عن

* s هو الحرف الاول من Special وتعني خاص .

القوى المطبقة على جزيئات الخلفية . وبالنظر فيما يحدث للجزيئات s نستطيع أن نفهم الآثار الأساسية التي تظهر بطريقة مشابهة في العديد من الظواهر المختلفة. نذكر منها: انتشار الغازات ، والتيارات الكهربائية في البطاريات، والتنقّل، والفصل بتأثير القوة النابذة ، وغيرها .

نبدأ بالتركيز على العملية الأساسية : تؤثر على الجزيئة s ، الموجودة في غاز الخلفية ، قوة ما F ، تابعة لنوع الجزيئات s ، (يمكن ان تكون هذه القوة مثلاً قوة ثقالية أو كهربائية) كما تؤثر عليها ، بالاضافة الى ذلك ، قوى، غير تابعة لنوع الجزيئات s ، تنتج من التصادمات مع جزيئات الخلفية . ونحب أن نصف السلوك العام للجزيئة s . إن مايحدث لها ، بصورة تفصيلية ، هو أنها تقفز الى هنا وهناك وذلك عندما تصطدم مع الجزيئات الاخرى . لكننا إذا راقبناها بعناية فإننا نرى أنها تتقدم قليلاً في اتجاه القوة F ، ونقول انه يوجد انسياق منضّد على الحركة العشوائية . ونريد أن نعلم السرعة العددية لانسياقها أي سرعة الانسياق بفعل القوة F .

إذا بدأنا بمراقبة الجزيئة s في لحظة ما فإننا قد نتوقع انها في مكان ما بين اصطدامين . وبالاضافة الى السرعة التي كانت تركت بها بعد اصطدامها الاخير فانها تلتقط مركبة للسرعة ناتجة من القوة F . ففي زمن قصير (أي خلال زمن τ ، وسطياً) تعاني الجزيئة اصطداماً وتشرع برسم قطعة جديدة من محركها، وتحصل على سرعة بدء جديدة ، لكن تسارعها من F يبقى نفسه . ولتبسيط الأمور في الوقت الراهن ، فإننا سنفرض أنه بعد كل اصطدام تكون لجزيئتنا s بداية «جديدة» كلياً . أي أنها لاتتذكر أي شيء من تسارعها السابق الذي سببته القوة F . وقد تكون فرضيتنا هذه فرضية معقولة لو كانت جزيئتنا s أخف

بكثير من جزيئات الخلفية لكن هذه الفرضية حتماً غير صحيحة في الحالة العامة. وسوف نناقش فيما بعد فرضية أحسن .

إن فرضيتنا إذن في الوقت الحاضر ، هي ان الجزيئة s تترك كل اصطدام بسرعة يتساوى احتمال وجودها في أي اتجاه . فتأخذ سرعةُ البدء جزيئتَنا بصورة متساوية في كل الاتجاهات ولا تساهم بأية حركة صافية ، وهكذا فلن نقلق اكثر فيما يتعلق بسرعة البدء بعد الاصطدام. هذا وبالاضافة الى حركتها العشوائية ، ستكون للجزيئة s في أية لحظة ، سرعة اضافية في اتجاه القوة F ، تكون قد التقطتها منذ آخر تصادم لها . وماهي القيمة الوسطى لهذا الجزء من السرعة ؟ انها ليست سوى التسارع F/m (حيث m كتلة الجزيئة s) مضروباً في وسطي الزمن منذ التصادم الأخير . إن الزمن الوسطي منذ التصادم الأخير يجب أن يساوي الزمن الوسطي حتى التصادم التالي ، والذي كنا قد دعوناه فيما سبق بـ τ . والسرعة الوسطى من F ما هي ، بالطبع ، إلا مايدعى سرعة الانسياق v_{drift} . وهكذا تكون لدينا العلاقة :

$$v_{drift} = \frac{F\tau}{m} \qquad (43 - 13)$$

إن هذه العلاقة الأساسية هي قلب موضوعنا . فقد توجد بعض التعقيدات في تعيين ماهي τ ، إلا أن العملية الاساسية معرّفة بالمعادلة (13 — 43) . تلاحظون أن سرعة الانسياق تتناسب والقوة . ولا يوجد لسوء الحظ ، اسم مستعمل بشكل عام لثابتة التناسب هذه . فقد استعملت اسماء شتى لكل نوع مختلف من القوى . فإذا كانت المسألة كهربائية كتبنا القوة كجداء للشحنة في الحقل الكهربائي ، $F = qE$ ، وعندئذ فان ثابتة التناسب بين السرعة والحقل الكهربائي E تدعى عادة « الحركية » . وعلى الرغم من احتمال وجود بعض البلبلة فإننا سنستعمل عبارة الحركية للدلالة على نسبة سرعة الانسياق الى

السرعة الناتجة عن أية قوة . ونكتب بصورة عامة :

$$v_{drift} = \mu F \qquad (43-14)$$

وسندعو μ الحركية . ولدينا من المعادلة (43—13) أن :

$$\mu = \tau/m \qquad (43-15)$$

تتناسب الحركية والزمن الوسطي بين اصطدامين (فكلما زادت τ قلّت الاصطدامات التي تعيقها) وتتناسب عكساً مع الكتلة (فكلما زادت العطالة قلّت السرعة الملتقطة بين الاصطدامات) .

ان الحصول على عامل عددي صحيح في المعادلة (43-13) ، التي هي صحيحة كما هي معطاة ، يتطلب بعض العناية . وبدون أن يكون قصدنا احداث البلبلة ، ينبغي أن نشير الى ان المناقشات فيها دقة لا يمكن ادراكها الا بالدراسة الدقيقة والمفصلة . ولكي نبين أنه توجد صعوبات ، على الرغم من المظاهر ، فإننا سنعيد صياغة المناقشة التي قادت الى المعادلة (43-13) في طريقة معقولة لكنها غير صحيحة (وهذه الطريقة يمكن مصادفتها في كتب مدرسية عديدة !) .

كان من الممكن أن نقول : ان الزمن الوسطي بين اصطدامين هو τ . وبعد الاصطدام فان الجسيم يشرع بسرعة عشوائية ، لكنه يلتقط سرعة اضافية بين الاصطدامين ، تساوي الى جداء التسارع في الزمن ولما كان يستغرق زمناً τ للوصول الى الاصطدام التالي فانه يصل الى هناك بسرعة $(F/m)\tau$. ففي بداية الاصطدام كانت للجسيم سرعة معدومة . وهكذا فان سرعته بين تصادمين تساوي ، وسطياً ، نصف سرعته النهائية ، لذا فإن سرعة الانسياق الوسطى تساوي $\frac{1}{2} F\tau/m$. (وهذا باطل !) هذه

النتيجة خاطئة أما النتيجة في المعادلة (13-43) فصحيحة ، على الرغم من أن البرهانين يبدوان مقنعين كليهما . والسبب في كون النتيجة الثانية خاطئة هو سبب دقيق ، يتعلق بما يلي : لقد أقيم البرهان كما لو أن كل الاصطدامات كانت تفصل بينها فترات زمنية متساوية هي الزمن الوسطي τ . والحقيقة هي أن بعض الازمنة أقصر من الزمن الوسطي ، وبعضها الآخر أطول منه . فالأزمنة القصيرة تحدث بكثرة أكبر لكن مساهمتها في سرعة الانسياق تكون أقل لأن لها فرصة أقل « لأن حظها أضعف في تحديد السرعة » . واذا أخذنا في الحسبان توزع الأزمنة الحرة بين الاصطدامات، أمكننا أن نبين أنه ينبغي أن لايوجد العامل 1/2 الذي حصلنا عليه من البرهان الثاني ، ولقد ارتكبنا ما ارتكبناه من خطأ لأننا حاولنا أن ننسب ، بمناقشة مبسطة ، السرعة النهائية الوسطى الى السرعة الوسطى نفسها . ان هذه العلاقة ليست بسيطة ، لذا فان من الافضل ان نركز على ماهو مطلوب: اي السرعة الوسطى نفسها . ان البرهان الأول الذي قدمناه يعين السرعة الوسطى مباشرة ، وبشكل صحيح ! لكن ربما نستطيع الآن ان نرى لماذا لن نحاول الحصول بشكل عام على كل العوامل العددية الصحيحة في حساباتنا المبسطة هذه !

نعود الآن الى فرضيتنا المبسطة التي مفادها ان كل تصادم يطوي كل الذكريات المتعلقة بالحركة السابقة ، أي أن بداية جديدة تنشأ عقب كل تصادم . لنفرض أن جزيئتنا s هي جسم ثقيل كائن في خلفية من جزيئات أخف . فعندئذ لاتضيع جزيئتنا s اندفاعها « المباشر » في كل تصادم . بل إنها ستقوم بعدة تصادمات قبل أن تصبح حركتها عشوائية من جديد .

وينبغي علينا أن نفرض ، بدلاً من ذلك ، أنه عند كل تصادم ، أي في كل زمن τ بصورة وسطية ، تضيع الجزيئة جزءاً معيناً من اندفاعها . ولن نقوم بحساب التفاصيل ، بل نكتفي بالقول أن النتيجة مكافئة لأن نضع محل τ ، وهي زمن التصادم الوسطي ، زمناً جديداً أطول يوافق « زمن النسيان » الوسطي ، أي الزمن الوسطي لتنسى الجزيئة اندفاعها المباشر . وبمثل هذا التأويل لـ τ نستطيع أن نستعمل عبارتنا (15 – 43) لحالات ليست بالبساطة التي فرضناها سابقاً .

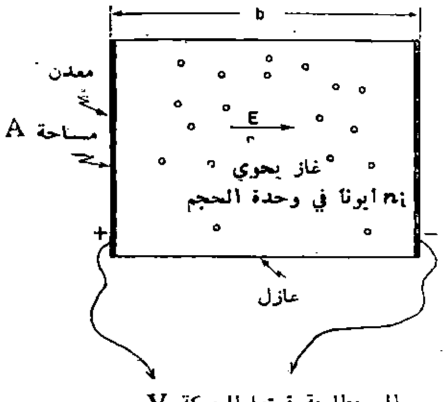
٤٣ ـ ٤ الناقلية الايونية Ionic conductivity

نطبق الآن نتائجنا على حالة خاصة . لنفرض أنه يوجد لدينا غاز في وعاء يحوي أيضاً بعض الأيونات ، أي ذرات أو جزيئات لها شحنة كهربائية صافية . نبين الوضع على الشكل (٤٣ – ٢) بصورة رمزية . إذا كان الجداران المتقابلان من الوعاء صفيحتين معدنيتين ، فبإمكاننا وصلهما إلى مربطي بطارية كهربائية فيتشكل لدينا حقل كهربائي في الغاز . وسينتج الحقل الكهربائي قوة فاعلة في الأيونات ، فتشرع هذه الأخيرة بالانسياق نحو إحدى الصفيحتين . وبذا سيتحرض لدينا تيار كهربائي ، وسيسلك الغاز بما فيه من ايونات سلوك المقاوم . وبحساب جريان الأيونات من سرعة الانسياق نستطيع أن نحسب المقاومة . لنطرح ، بوجه خاص ، السؤال التالي : كيف يعتمد جريان التيار الكهربائي على فرق التوتر V المطبق بين الصفيحتين ؟

لننظر في الحالة التي يكون فيها وعاؤنا صندوقاً بشكل متوازي مستطيلات طوله b ومساحة مقطعه العرضي A انظر الشكل (٤٣ – ٢).

potential difference

فإذا كان فرق الكمون ، أو التوتر voltage ، من إحدى الصفيحتين الى الأخرى يساوي V ، فإن الحقل الكهربائي E بين الصفيحتين هو V/b . (الكمون الكهربائي هو العمل المبذول لنقل وحدة الشحنة من إحدى الصفيحتين الى الأخرى . والقوة المطبقة على وحدة الشحنة هي E . فإذا كانت E هي نفسها في كل مكان بين الصفيحتين ، وهذا تقريب كاف ، في الوقت الحاضر ، فان العمل المبذول على وحدة الشحنة ماهو إلا ، إذن $V = Eb$.) إن القوى الخاصة المطبقة على أيون واحد من الغاز هي qE ، حيث q هي شحنة الايون . وتكون سرعة الانسياق للايون هي جداء μ في هذه القوة ، أو :



الشكل (٤٣ – ٢)

التيار الكهربائي الناتج عن غاز متأين

$$v_{drift} = \mu\, F = \mu q\, E = \mu q\, \frac{V}{b} \qquad (43 - 16)$$

إن التيار الكهربائي I هو جريان الشحنة في وحدة الزمن . والتيار الكهربائي لإحدى الصفيحتين يعطى بشحنة الايونات الكلية التي تصل الصفيحة في وحدة الزمن . فاذا انساقت الأيونات نحو الصفيحة بالسرعة v_{drift} ، فستصل الى الصفيحة ، في زمن T ، كل الأيونات التي تقع على امتداد المسافة ($v_{drift} \,.\, T$) . فإذا وجد n_i أيوناً بوحدة الحجم ، فإن العدد الذي يصل الصفيحة في الزمن T هو ($n_i \,.\, A.\, v_{drift} \,.\, T$) . ويحمل كل أيون الشحنة q ، لذا يكون لدينا :

$$\text{الشحنة المتجمعة في زمن } T = q\, n_i\, A\, v_{drift}\, T \qquad (43-17)$$

والتيار I هو الشحنة المتجمعة في الزمن T مقسومة على T ، أي أن :

$$I = q\, n_i\, A\, v_{drift} \qquad (43-18)$$

وبالتعويض عن v_{drift} بقيمتها من المعادلة (16—43) ، نحصل على :

$$I = \mu q^2 n_i \frac{A}{b} V \qquad (43-19)$$

voltage

نرى أن التيار يتناسب مع التوتر ، وهذا ليس إلاّ شكلاً من اشكال قانون أوم ، وتساوي المقاومة R مقلوب ثابتة التناسب :

$$\frac{1}{R} = \mu q^2 n_i \frac{A}{b} \qquad (43-20)$$

فلدينا علاقة بين المقاومة والخواص الجزيئية n_i و q و μ التي تتعلق بدورها بكل من m و τ . فإذا علمنا n_i و q من القياسات الذرية ، فان قياس R يمكن استخدامه لتعيين μ ، ثم نعين τ من μ .

٤٣ ـــ ٥ : الانتشار الجزيئي   *Molecular diffusion*

نعود الآن إلى نوع مختلف من المسائل ، ونوع مختلف من التحليل : هو نظرية الانتشار . لنفرض أنه يوجد لدينا وعاء من غاز في حالة توازن حراري ، واننا ندخل مقداراً قليلاً من غاز آخر ، من نوع مختلف عن الاول ، الى مكان ما في الوعاء . سوف ندعو الغاز الاصلي بغاز « الخلفية » كما ندعو الغاز الجديد بالغاز « الخاص » . سيبدأ الغاز الخاص بالانتشار (spread) خلال الوعاء بأكمله ، لكن انتشاره سيكون بطيئاً نظراً لوجود غاز الخلفية . تدعى حادثة الانتشار البطيء
slow spread

diffusion

هذه الانتشار . يمكننا أن نتحكم بالانتشار بصورة اساسية عن طريق جزيئات الغاز الخاص التي تصدمها جزيئات غاز الخلفية . وبعد عـــدد كبير من الاصطدامات ، تنتهي الجزيئات الخاصة بأن تنتشر بالتساوي تقريباً خلال الحجم كله . وينبغي أن نكون حذرين كي لا نخلط بين انتشار الغاز وانتقال كتلة

Convection currents

كبيرة منه دفعة واحدة ، وهو انتقال ينتج بسبب تيارات الحمل . ان مزج غازين يحدث ، على الاغلب ، بواسطة كل من الحمل والانتشار . ونحن نهتم الآن

Wind

فقط في الحالة التي لا توجد فيها تيارات من « الريح » . فالغاز في مثل هـذه الحالة ينتشر بواسطة الحركات الجزيئية فقط ، أي بواسطة الانتشار . إننا نرغب ان نحسب مقدار السرعة التي يأخذ فيها الانتشار مجراه .

net flow

لنحسب الجريان الصافي لجزيئات الغاز « الخاص » الذي تسببه الحركات الجزيئية . ان الجريان الصافي لايحدث إلا إذا وجد توزع غير منتظم للجزيئات ، وإلا فان كل الحركات الجزيئية ستؤدي وسطياً الى جريان صافٍ معـدوم . لننظر أولاً في الجريان في الاتجاه x . ولإيجاد الجريان ، ننظر في سطح مستوٍ وهمي عمودي على المحور x ثم نحصي عدد الجزيئات الخاصة التي تجتاز هـــذا المستوي . وللحصول على الجريان الصافي ، ينبغي علينا أن نحصي عدد الجزيئات التي تجتاز المستوي في اتجاه x الموجب ، وان نعتبر هذا العدد موجباً ، ثم نطرح منه عدد الجزيئات التي تجتاز المستوي في اتجاه x السالب . وكما كنا قد رأينا في مرات عديدة ، فإن العدد الذي يجتـاز سطحاً ما في زمن ΔT يعطى بالعدد الموجود في بدء الفترة الزمنية ΔT داخل حجم يمتد على طول $v\Delta T$ من المستوي . (لاحظ أن v ، هنا ، هي السرعـــة الجزيئية الحقيقية وليست سرعة الانسياق .)

drift velocity

سنبسط العمليات الجبرية بإعطاء سطحنا مساحة تساوي وحدة المساحة .

وعندئذ يكون عدد الجزيئات الخاصة التي تجتاز السطح من اليسار الى اليمين (آخذين اتجاه x الموجب نحواليمين) هو $n_-v\Delta T$ ، حيث n_- هو عددالجزيئات الخاصة بوحدة الحجم في الجانب الأيسر (قد نحتاج الى ضرب هذه النتيجة بالعدد 2 أو نحوه ، إلا أننا نهمل هذه الامثال !) . أما العدد الذي يجتاز السطح من اليمين الى اليسار ، فبالمثل يساوي : $n_+v\Delta T$ ، حيث n_+ هو الكثافة العددية للجزيئات الخاصة في الجانب الايمن من المستوي . فإذا دعونا التيار الجزيئي J ، ونعني به جريان الجزيئات الصافي بوحدة السطح بوحدة الزمن ، كان لدينا :

$$J = \frac{n_- v\,\Delta T - n_+ v\,\Delta T}{\Delta T} \qquad (43\text{—}21)$$

أو :

$$J = (n_- - n_+)\,v \qquad (43\text{—}22)$$

ما الذي سنستعمله من أجل n_- و n_+ ؟ عندما نقول « الكثافة على اليسار » ، فإلى أي مدى الى اليسار نقصد بقولنا هذا ؟ علينا أن نختار الكثافة عند الموضع الذي بدأت منه الجزيئات « انطلاقها » ، لأن العدد الذي يبدأ مثل هذه المسيرات يتعين بالعدد الموجود عند ذلك الموضع . وهكذا ينبغي علينا أن نعني بـ n_- الكثافة على بعد يساوي إلى المسار الحر الوسطي l إلى اليسار ، و بـ n_+ الكثافة على بعد l الى اليمين من سطحنا الوهمي .

من المناسب أن نفترض أن توزع جزيئاتنا الخاصة في المكان يوصف بتابع مستمر لـ x و y و z ندعوه n_a . ونعني بـ $n_a(x,y,z)$ الكثافة العددية للجزيئات الخاصة في عنصر حجم صغير متمركز على (x,y,z) . ويمكننا أن نعبر عن الفرق $(n_+ - n_-)$ بدلالة n_a على الشكل التالي :

$$(n_+ - n_-) = \frac{dn_a}{dx}\Delta x = \frac{dn_a}{dx} 2l \qquad (43-23)$$

وبتعويض هـــذه النتيجة في المعادلة (22 — 43) وباهمال المثل 2 ، نحصل على :

$$J_x = -lv\frac{dn_a}{dx} \qquad (43-24)$$

وهكذانكون قد وجدنا أن جريان الجزيئات الخاصة يتناسب ومشتق الكثافة ، أو مع ما يسمى أحياناً « تدرّج » الكثافة .
gradient

من الواضح أننا قد قمنا بعدة تقريبات . فبالاضافة لعوامل 2 المختلفة التي أسقطناها ، قد استعملنا v حيث كان ينبغي علينا أن نستعمل v_x ، كما فرضنا أن n_+ و n_- يشيران الى موضعين يبعدان مسافة l معامدة لسطحنا ، في حين أنه من أجل الجزيئات التي لا تنتقل معامدة لعنصر السطح ، فإن l ينبغي أن توافق المسافة المائلة من السطح . يمكن أن نقوم بكل هذه التحسينات ، وتبين نتيجة تحليل أكثر دقة أن الطرف الأيمن من المعادلة (24 — 43) ينبغي أن يضرب بـ 1/3 . وهكذا نجد جواباً أفضل مما سبق وهو :

$$J_x = -\frac{lv}{3}\frac{dn_a}{dx} \qquad (43-25)$$

ويمكن أن نكتب معادلتين مشابهتين لهذه المعادلة للتيارين في الاتجاهين y و z .

ان التيار J_x وتدرج الكثافة dn_a/dx يمكن أن يقاسا بمراقبات جهرية (ماكروسكوبية) . وتدعى نسبتها المعينة تجريبياً « عامل التناثر » D . اي ان :

$$J_x = - D \frac{dn_a}{dx} \qquad (43-26)$$

ولقد تمكنا من بيان اننا نتوقع أن يحقق غاز ما العلاقة :

$$D = \frac{1}{3} lv \qquad (43-27)$$

لقد عالجنا في هذا الفصل حتى الآن مسألتين متميزتين : اولاهما هي الحركية ، وهي انسياق الجزيئات بفعل القوى « الخارجية » ، وثانيهما الانتشار ، وهو انتشار الجزيئات الذي تعينه القوى الداخلية فقط ، اي الاصطدامات العشوائية . ولكن هناك علاقة بين هاتين الحادثتين ، اذ ان كليهما تعتمد بصورة اساسية على الحركات الحرارية ويظهر المسار الحر الوسطي l في الحسابات المتعلقة بكل منهما .

اذا عوضنا $l = v\tau$ و $\tau = \mu m$ في المعادلة (43—25) اصبح لدينا :

$$J_x = - \frac{1}{3} m v^2 \mu \frac{dn_a}{dx} \qquad (43-28)$$

لكن mv^2 لاتتعلق الا بدرجة الحرارة . فإذا تذكرنا ان :

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{3}{2} kT \qquad (43-29)$$

فإن :

$$J_x = - \mu kT \frac{dn_a}{dx} \qquad (43-30)$$

وهكذا نجد ان D عامل الانتشار diffusion coefficient ، هو جداء kT في μ ، أي عامل الحركية mobility coefficient :

$$D = \mu kT \qquad (43-31)$$

ويدلنا الحساب الأصح على ان العامل العددي في المعادلة (31—43) صحيح تماماً ، اي انه لاضرورة لادخال اية امثال لنعدل من فرضياتنا التقريبية .
وفي الحقيقة ، يمكننا ان نبين ان المعادلة (31- 43) يجب ان تكون صحيحة دائماً ، حتى في حالات معقدة (كحالة معلّق suspension في مائع على سبيل المثال) التي لاتنطبق فيها تفصيلات حساباتنا البسيطة أبداً .

ولكي نبين ان المعادلة (31 — 43) يجب ان تكون صحيحة في الحالة العامة ، سوف نستخرجها بطريقة مختلفة ، مستخدمين المبادىء الأساسية للميكانيك الاحصائي فقط . لنتصور وضعاً يوجد فيه تدرج للجزيئات « الخاصة » ، فلدينا تيار الانتشار المتناسب مع تدرج الكثافة وفقاً المعادلة (26—43) . نطبق الآن حقل قوة في الاتجاه x ، مما يجعل كل جزيئة خاصة تشعر بالقوة F . ووفقاً لتعريف الحركية μ سوف توجد سرعة انسياق تعطى بالعلاقة :

$$v_{drift} = \mu F \qquad (43-32)$$

وباستخدام طريقتنا المعتادة في المحاكمة ، فان تيار الانسياق (أي العدد الصافي للجزيئات التي تخترق وحدة المساحة في وحدة الزمن) سيكون :

$$J_{drift} = n_a v_{drift} \qquad (43-33)$$

أو :

$$J_{drift} = n_a \mu F \qquad (43-34)$$

نضبط الآن القوة F الى أن يتوازن تيار الانسياق الذي تسببه القوة F مع الانتشار ، وهكذا لا يوجد جريان صاف لجزيئاتنا الخاصة . فلدينا إذن $J_x + J_{drift} = 0$ ، أو :

$$D \frac{dn_a}{dx} = n_a \mu F \qquad (43-35)$$

فتحت شروط « التوازن » نجد إذن تدرجاً للكثافة ثابتاً (مع الزمن) معطى بالعلاقة :

$$\frac{dn_a}{dx} = \frac{n_a \mu F}{D} \qquad (43-36)$$

ولكن انتبه ! فنحن نَصِف حالة توازن ، أي ان قوانين التوازن في الميكانيك الإحصائي تصح هنا . ووفقاً لهذه القوانين فإن احتمال ايجاد جزيئة عند الإحداثي x يتناسب مع $e^{-U/kT}$ ، حيث U هي الطاقة الكامنة . وبدلالة الكثافة العددية n_a ، فإن هذا يعني أن :

$$n_a = n_0 e^{-U/kT} \qquad (43-37)$$

فإذا فاضلنا المعادلة (37 – 43) بالنسبة لـ x فإننا نجد :

$$\frac{dn_a}{dx} = -n_0 e^{-U/kT} \cdot \frac{1}{kT} \frac{dU}{dx} \qquad (43-38)$$

أو :

$$\frac{dn_a}{dx} = -\frac{n_a}{kT} \frac{dU}{dx} \qquad (43-39)$$

وفي وضعنا نحن ، تعطى الطاقة الـكامنة U بالعلاقة Fx — ، وذلك لأن القوة في الاتجاه x ، اذن $-dU/dx = F$. وبعدئذ تعطي المعادلة (39 — 43) :

$$\frac{dn_a}{dx} = \frac{n_a F}{kT} \qquad (43-40)$$

[وهذه المعادلة ليست إلا المعادلة (2—40) تماماً ، التي استنتجنا منها $e^{-U/kT}$ في المقام الأول، وهكذا نكون قد دُرْنا في دائرة كاملة وعدنا الى نقطة انطلاقنا] وبمقارنة المعادلة (40 — 43) مع (36 — 43) ، نحصل على المعادلة (31 — 43) بالضبط. لقد بينا أن المعادلة (31 — 43) ، التي تعطي تيار الانتشار بدلالة الحركية mobility ، صحيحة في أعم الحالات وأنها تحوي الأمثال العددية الصحيحة . ان الحركية والانتشار مرتبطان ارتباطاً حميماً . ولقد كان أينشتاين أول من استنتج هذه العلاقة .

٤٣ ـــ ٦ : الناقلية الحرارية Thermal Conductivity

إن طرق النظرية الحركية التي كنا نستخدمها أعلاه يمكن أن تستخدم أيضاً لحساب الناقلية الحرارية للغاز . فاذا كان الغاز ، في قمة الوعاء الذي يحويه، أسخن من الغاز الموجود في قاع الوعاء ، فإن الحرارة ستجري من القمة الى القاع ، (ان حصر تفكيرنا بكون القمة أسخن يرجع الى أنه لو كان الأمر غير ذلك فان تيارات الحمل ستتشكل ولن تبقى المسألة احدى مسائل النقل الحراري heat conduction) . ان نقل الحرارة من الغاز الساخن الى الغاز الأبرد يتم بانتشار الجزيئات « الساخنة » ، تلك التي تحمل طاقة اكثر ، الى الاسفل وانتشار الجزيئات « الباردة » الى الأعلى . ولحساب جريان الطاقة الحرارية يمكننا ان نسأل عن الطاقة المنقولة للأسفل عبر عنصر سطح عن طريق حركة الجزيئات

المتجهة الى الأسفل ، كما نسأل عن الطاقة المنقولة للاعلى عبر السطح عن طريق الجزيئات المتجهة في حركتها الى الأعلى . ويعطينا الفرق بين القيمتين جريان الطاقة الصافي المتجهة نحو الأسفل .

تعرّف الناقلية الحرارية K بأنها النسبة بين معدل انتقال الطاقة الحرارية عبر وحدة السطوح ، وبين تدرّج الحرارة :

$$\frac{1}{A}\frac{dQ}{dt} = -K\frac{dT}{dx} \qquad (43-41)$$

ولما كانت التفصيلات اللازمة لإنجاز الحسابات مماثلة تماماً لما كان قد تم أعلاه عند حسابنا لسريان التيار الكهربائي في غاز متأين ، فإننا سنترك إجراءها كتمرين للقارىء ، لكي يثبت مايلي :

$$K = \frac{kn\,l\,v}{\gamma-1} \qquad (43-42)$$

حيث $kT(\gamma-1)$ هي الطاقة الوسطى لجزيئة في الدرجة T .

إذا استخدمنا علاقتنا $n\,l\,\sigma_c=1$ ، أمكن كتابة الناقلية الحرارية على الشكل :

$$K = \frac{1}{\gamma-1}\,\frac{k\,v}{\sigma_c} \qquad (43-43)$$

لدينا الآن نتيجة مدهشة . فنحن نعلم أن السرعة الوسطى لجزيئات الغاز تتعلق بدرجة الحرارة لكنها لاتتعلق بالكثافة . إننا نتوقع ان تتعلق σ_c بحجم الجزيئات فقط . وهكذا فإن نتيجتنا البسيطة تدل على ان الناقلية الحرارية K (وبالتالي معدل جريان الحرارة في أي وضع خاص) لاتتعلق بكثافة
The rate of flow of heat
الغاز ! وإن التغير الذي يطرأ على عدد « حاملات » الطاقة من جراء
Carriers

التغير في الكثافة تعوضه تماماً المسافة الاكبر التي تستطيع « حاملات » الطاقة ان تقطعها بين الاصطدامات .

ويمكن المرء أن يسأل : « هل يبقى جريان الحرارة مستقلاً عن كثافة الغاز في النهاية التي تسعى فيها الكثافة الى الصفر ، اي عندما لايوجد غاز على الاطلاق ؟ » كلا بكل تأكيد ! إن العبارة (43—43) استخرجت ، ككل العلاقات الاخرى في هذا الفصل ، مع افـــتراض ان المسار الحر الوسطي بين الاصطدامات اصغر بكثير من اي بعد من ابعاد الوعاء . وفي الوقت الذي تصبح فيه كثافة الغاز منخفضة الى حد يجعل للجزيئة حظاً وافراً في عبور الوعاء من احد جدرانه الى الجدار الآخر ، دون ان تعاني اي اصطدام ، فان كل الحسابات التي اجريت في هذا الفصل لاتعود صحيحة ، وفي مثل هذه الحالات ينبغي علينا ان نرجع الى النظرية الحركية ونحسب ثانية تفصيلات مايحدث .

* * *

مسائل وتمارين

٤٣ — ١ : يساوي « قطر » جزيئة الاكسجين $3A^{\circ}$ تقريباً . احسب المسار الحر الوسطي ، والزمن الوسطي بين الاصطدامات ، لغاز الاكسجين في الشروط النظامية .

٤٣ — ٢ : يحوي وعاء معين 10^{24} جزيئة من غاز مساره الحر الوسطي يساوي l . ماهو طول المسار L الذي ، من اجله ، يكون احتمال سير اية جزيئة من الجزيئات مسافة أكبر من L ، بين اصطدامين متتالين لها ، احتمالاً اقل من خمسين بالمائة ؟

٤٣ — ٣ : عندما يوجد تدرج حراري في مادة ما ، ينتج عنه جريان في الطاقة يتناسب مع التدرج الحراري (وذلك باهمال الحمل) . وتدعى ثابتة التناسب ، العائدة الى وحدة السطح ووحدة التدرج الحراري ، الناقلية الحرارية ، K . وهكذا يكون $dE/dt = KA\, dT/dx$.

بين انه اذا اهمل الحمل ، فان الناقلية الحرارية لغاز تساوي :

$$K = k\, n_0\, v\, l / (\gamma - 1) = k\, v / (\gamma - 1)\, \sigma$$

تلميح : فسّر الناقلية الحرارية بانتقال الطاقة الداخلية (اي الحرارية) U عبر مستو ، وذلك بين منطقتين واقعتين على جانبيه ، ثخن كل منهما مسار حر وسطي واحد . وقد فعلنا مثل ذلك عند دراسة الانتشار .

٤٣ – ٤ : اذا وجد تدرج سرعة في سائل ، كأن تتغير السرعة مع البعد العمودي على اتجاه الجريان ، نتج عن ذلك جر مؤخّر ، يدعى اللزوجة .. اما في الغاز ، فان ذلك يرجع الى انتقال الاندفاع عبر مستو ، بمقدار مسار حر وسطي واحد تقريباً على كلا الجانبين ، فإذا كان الجريان في الاتجاه x ، وكان يوجد تدرج لـ v_x في الاتجاه y ، فان قوة الجر ، بوحدة السطح ، على مستو عمودي على y هي :

$$F/A = \eta\, dv_x/dy$$

بيّن انه ، من أجل غاز ما ، يكون عامل اللزوجة ، η ، مساوياً بشكل تقريبي إلى :

$$\eta = n_0\, v m l$$

$$\eta = v\, m/\sigma$$

٤٣ – ٥: لاحظ أن الناقلية الحرارية لغاز ولزوجته لا تتبعان الضغط . ادخل تعديلاً ملائماً على عبارة الطاقة المنتقلة بين سطحين ، درجة الحرارة لهما T و $T + \Delta T$ ، وتفصل بينهما مسافة D ، إذا كان $D \ll l$. طبق الشيء نفسه على انتقال الاندفاع بين سطحين كهذين ، يتحركان بسرعتين u و $u + \Delta u$.

٤٣ – ٦: لدينا غازان A و B ، كثافتاهما في الدرجة T_0 هما ρ_A و ρ_B على الترتيب . ونشاهد ايوناً معيناً ، له حركية μ_a في الغاز A ، و μ_b في الغاز B . ما هي الحركية المتوقعة لهذا الأيون في مزيج من هذين الغازين بكثافة $\rho_A + \rho_B$ ودرجة حرارة T_0 ؟

الفصل الرابع والأربعون

قوانين الترموديناميك

٤٤ ـــ ١ : الآلات الحرارية ؛ القانون الاول

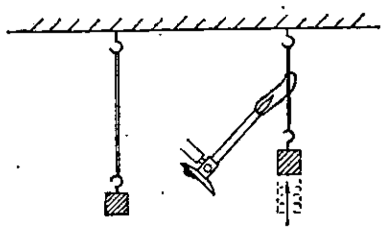
Heat engines ; the first law

لقد درسنا حتى الآن خصائص المادة من وجهة النظر الذرية ، ساعين الى أن نفهم ، ولو بشكل عام ، ماذا يجري إذا قبلنا أن المادة تتألف من ذرات تطيع قوانين معينة . غير ان المادة تتمتع بخصائص يمكن فهمها دون دراسة بنيتها بالتفصيل . ويختص الترموديناميك بتحديد العلاقات بين مختلف خصائص المادة ، دون التعمق في دراسة بنيتها الداخلية ، وتاريخياً اصبح الترموديناميك علماً قبل فهم البنية الداخلية للمادة .

لنضرب مثلاً : ينشأ ضغط الغاز ، وفق النظرية الحركية ، عن القذف الجزيئي، ومن المعروف لدينا أن القذف يزداد لدى تسخين الغاز . أي أن ضغط الغاز يزداد . وعلى العكس لو تحرك مكبس داخل وعاء فيه غاز متغلباً على مقاومة الجزيئات التي تصدمه ، لازدادت طاقة هذه الجزيئات ، ولازدادت بالمقابل درجة الحرارة . أي ان زيادة درجة الحرارة داخل حجم معطى تؤدي الى ارتفاع الضغط . وبالمقابل اذا ضغطنا الغاز ازدادت درجة حرارته . وتمكننا النظرية الحركية من ايجاد علاقات كمية بين هذين الاثرين ، إلا أن المرء قد يشعر بالحدس أنه يجب أن توجد حتماً بين الضغط ودرجة الحرارة علاقة ما

مستقلة عن تفاصيل التصادم .

لننظر في مثال آخر : لعل الكثيرين يعرفون إحدى خواص المطاط ، وهي أنه يسخن عند الشد. فإذا أمسك المرء شريطاً مطاطياً بين شفتيه ، ومطّه بيده ، أحسّ بوضوح بأن الشريط قد سخن . وهذا التسخين قابل للعكس (عكوس) أي أنه اذا بقي المرء ممسكاً بالشريط بين شفتيه ، ثم تركه فجأةً يرتخي ، أحس بالبرودة احساساً واضحاً كإحساسه السابق بالسخونة . وهذا يعني أن المطاط يسخن لدى الامتطاط ، وأنه يبرد عند تخفيف توتر الشد . ويمكن أن تنبئنا سليقتنا أن المطاط إذا سخن أصبح أحسن شداً : فمادام الشد يسخّن المطاط فان ذلك قد يقضي بأن التسخين يجبره على التقلص . وبالفعل لو قربنا شعلة غازية من شريط مطاطي يشده ثقل صغير للاحظنا أن الشريط يقصر بحدة ، انظر الشكل (٤٤-١) . وعلى هذا النحو يزداد التوتر في المطاط عند تسخينه وهذا يتفق تماماً مع كونه يبرد عند انقاص توتره .



الشكل (٤٤ -١)

الشريط المطاطي المسخن

إن الآلية الداخلية في المطاط التي تولّد هذين الاثرين معقدة جداً . وسنشرحها من وجهة النظر الجزيئية، وان كان غرضنا الرئيسي في هذا الفصل هو فهم العلاقة بين هذين الاثرين فهماً مستقلاً عن النموذج الجزيئي .

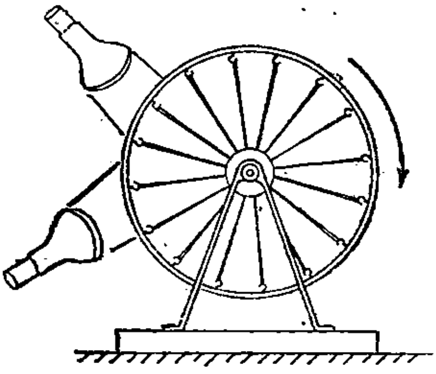
ومع ذلك يمكن بالاستناد الى النموذج الجزيئي أن نبيّن أن هذين الأثرين مرتبطان ارتباطاً وثيقاً . فيمكن أن نفسر سلوك المطاط بأن نتصور أنه في جوهره ، كشلّة الخيطان الضخمة ، يتألف من جزيئات طويلة جداً ، كأنها « المعكرونة الجزيئيـة » مع بعض التعقيد الإضافي وهو

أنه يوجد بين هذه السلاسل الجزيئية سلاسل أخرى للربط . وهكذا يمكن أن نشبه قطعة المطاط بالمعكرونة المسلوقة التي تلاصقت بمرور الزمن محدثة كتلة ضخمة . فعندما نشد هذه « الشلة » تسعى بعض السلاسل الجزيئية للامتداد على طول منحنى الشد . وفي الوقت نفسه تسهم جميع السلاسل في الحركة الحرارية متصادمة باستمرار بعضاً ببعض ولذلك لاتبقى هذه السلسلة ، عند شدها ، على شكلها المشدود هذا ، لأنه تصدمها ، من كافـــة الجوانب ، السلاسل الأخرى والجزيئات الأخرى ، مما يجعلها تتلوى من جديد . ولذلك فان السبب الحقيقي الذي يجعل المطاط يتوق دوماً للتقلص يتلخص بما يلي : تمتد السلاسل بالفعل عند المط على طول استقامة واحدة غير أن حركات السلاسل الحرارية تسعى إلى جعلها تتلوى من جديد مقصرة أطوالها . ولذلك إذا شدت السلاسل ورفعت درجة الحرارة ، واشتد قصف السلاسل الأخرى لها ، مـــا يؤدي إلى ازدياد التوتر . وبهذا تفسر خاصة المطاط المسخن في رفع أحمال أثقل . وإذا ترك المطاط المشدود وشأنه ، مدة من الزمن ، أصبحت كل سلسلة من السلاسل أكثر ليناً ، وأضاعت الجزيئات المصطدمة بالسلاسل المرتخية طاقتها ، فتنخفض درجة الحرارة .

وهكذا رأينا كيف تقيم النظرية الحركية علاقة بين التقلص عند التسخين والتبرد عند الارتخاء ، ولكن من الصعوبة بمكان محاولة استنتاج العلاقات الدقيقة بين هذين الأثرين بطرائق النظرية الحركية . اذ ينبغي لذلك أن نبين كم هو عدد الاصطدامات في كل ثانية وما هو شكل السلاسل الجزيئية ؛ كما أنه ينبغي أن ننتبه في دراستنا إلى عدد كبير من الصعوبات الأخرى فتفاصيل الآلية هنا على درجة من التعقيد حتى أن النظرية الحركية ليست في حال تمكنها من وصف كل ما يجري وصفاً دقيقاً ، إلا أنه يمكن استخلاص بعض العلاقات بين هذين الأثرين دون أن نعلم شيئاً عن الآلية الداخلية !

يؤول الترموديناميك برمته تقريباً إلى المحاكمات التالية : طالما أن شريط المطاط في درجة الحرارة العالية « أقوى » منه في الدرجات المنخفضة فانه يمكن بواسطة

الحرارة انجاز الأعمال المختلفة كرفع الأثقال أو نقلها من مكان إلى آخر . وقد وجدنا بالفعل أن شريط المطاط الساخن قادر على رفع الاثقال . ويبدأ الترموديناميك من دراسة إمكان استخدام الحرارة للقيام بالعمل . ألا يمكن يا ترى بناء آلة تستخدم فيها الخواص الحرارية للمطاط لانتاج العمل ؟ بلى إلا أنها ستبدو على شيء من الغباء . فيمكن من أجل هـذا صنع دولاب دراجـة برامقه* من المطاط كما في الشكل (٤٤ ٢). فاذا سخن المطاط عند أحد جوانب الدولاب بمصباحَيْ توهج أصبح « أقوى » من المطاط غير المسخن في الطرف الآخر . فينزاح بذلك مركز ثقل الدولاب مبتعداً عن نقطة الاستناد ، ويدور الدولاب ، وتقترب الشرائط المطاطية الباردة بعد الدوران من الحرارة ، في حين تترك الشرائط الساخنة لها مكانها الدافيء ، وتبتعد هي عنه فتبرد . ويدور الدولاب ببطء مادام المصباحان متوهجين . إن مردود هذه الآلة صغير للغاية .



الشكل (٤٤ - ٢) آلة حرارية ذات برامق مطاطيـة
The rubber - band heat engine

وإذا كانت استطاعة المصباحين تقارب 400 وات كادت هذه الآلة تـدور فترفع ذبابة صغيرة فقط . إلا أنه يبرز هنا سؤال هام : ألا يمكن أن تحول الحرارة الى عمل بمردود أعلى ؟

أخذ الترموديناميك بدايته انطلاقاً من أعمال المهندس الشهير سادي كارنو الذي سعى إلى بناء أحسن آلة وأعلاها مردوداً . وهذه احدى الحـالات

(*) البرمق هو شعاع الدولاب « السيخ » وجمعه برامق . « المترجمون »

القليلة الشهيرة التي اسهم فيها مهندس في وضع أسس النظرية الفيزيائية . ويتبادر إلى الذهن مثال آخر أحدث هو تحليل نظرية الإعلام الذي قام به كاود شانون. وبالمناسبة ترتبط هذه المسائل ببعضها ارتباطاً وثيقاً .

تستخدم الحرارة في الآلة البخارية لغلي الماء ، ويدفع البخار المتشكل عند تمدده المكبس وهذا يدير بدوره الدولاب . وبهذا يكون البخار قد دفع المكبس إلى آخر مداه ، ثم ماذا ؟ لقد قامت دفقة البخار بعملها غير أنه من غير المعقول أبداً إنهاء الدورة بترك البخار يفلت في الجو ، لانه ينبغي عندئذ ايصال الماء مجدداً إلى المرجل البخاري . إن من الأرخص ومن الأنجع سوق البخار إلى وعاء آخر ، يتكاثف فيه بالماء البارد ، وإعادة الماء المتشكل عندئذ إلى المرجل البخاري من جديد ، بما يضمن استمرار الدوران. وعلى هذا النحو تمتص الآلة الحرارية الحرارة وتحولها إلى عمل . ألا يمكن أن يكون من الافضل استخدام الكحول في المرجل مكان الماء ؟ وبأي الخواص يجب أن تتمتع هذه المادة المستخدمة في المراجل حتى تضمن أفضل عمل للآلة ؟ لقد طرح كارنو هذا السؤال على نفسه ، وأثناء تفكيره بهذا الاتجاه اكتشف العلاقة العامة التي سبق شرحها .

إن نتائج الترموديناميك تتلخص في عبارات تبدو بسيطة تسمى قوانين الترموديناميك . لم يكن قانون الترموديناميك الاول ، وهو قانون انحفاظ الطاقة ، معروفاً في أيام كارنو . غير أن المحاكمات كانت قد صيغت من قبل كارنو بدقة كبيرة حتى أنها بقيت صحيحة بالرغم من أن القانون الأول لم يكن مكتشفاً بعد ! وبعد ذلك بزمن قصير أوجد كلاوزيوس نتيجة أبسط وأسهل تناولاً للفهم من محاكمات كارنو الدقيقة جداً . ولكن كلاوزيوس انطلق من افتراض انحفاظ الحرارة وليس من انحفاظ الطاقة الكلية ؛ وقد استند في برهانه إلى نظرية

السائل الحراري (الكالوريك) التي نقضت فيما بعد على أنها غير صحيحة ولذلك غالباً ما يقال بأن محاكمات كارنو كانت باطلة . والحقيقة أن منطق كارنو لاعيب فيه ، وليس الخطأ إلا في تفسير كلاوزيوس المبسط لتلك المحاكمات وهو التفسير الذي يقرؤه الناس عادة دون سواه .

لقد اكتشف كارنو مايسمى بقانون الترموديناميك الثاني قبل القانون الأول ! ولعله من الطريف جداً أن نورد هنا محاكمة كارنو التي لاتعتمد على القانون الأول . ولكن يترتب الإعراض عنها لاننا ندرس هنا الفيزياء وليس التاريخ . وسنستخدم القانون الأول منذ البداية رغم أنه يمكن عمل الكثير بدونه .

سنصوغ بادىء ذي بدء القانون الأول أي قانون انحفاظ الطاقة : إذا كانت لدينا جملة وقدّمنا لها حرارة ، واعطيناها عملاً فان تزايد طاقة الجملة يساوي الحرارة المقدمة لها والعمل المنفق عليها . ونكتب ذلك كله على النحو التالي : تقدّم للجملة حرارة Q وينفق عليها عمل W ، فتزداد طاقتها U ؛ وتسمى طاقة الجملة هذه أحياناً الطاقة الداخلية وهذه المقادير ترتبط ببعضها بالعلاقة التالية :

$$Q + W = U \text{ تغير} \qquad (44—1)$$

فيمكن أن نحصل على تغير U باضافة كمية صغيرة من الحرارة ΔQ وعمل صغير ΔW فيكون :

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W \qquad (44—2)$$

وهذه هي عبارة تفاضلية للقانون نفسه . كل ذلك كان معلوماً جيداً من الفصل السابق .

ماهو قانون الترموديناميك الثاني ؟ نعلم أنه إذا وجب أثناء العمل التغلب على الاحتكاك فان العمل الضائع يساوي الحرارة المتولدة . فاذا قمنا بالعمل في غرفة ، درجة حرارتها T ، وكنا نفعل ذلك ببطء كافٍ ، لم تتغير درجة حرارة الغرفة إلا بمقدار قليل ، ونكون قد حولنا العمل إلى حرارة في درجة ثابتة من الحرارة . ولكن هل يمكن عكس الامر ؟ أنستطيع نحن مثلاً ، بوسيلة ما ، أن نحول الحرارة الى عمل في درجة من الحرارة ثابتة ؟ إن القانون الثاني في الترموديناميك يجزم باستحالة ذلك . ولو استطعنا تحويل الحرارة الى عمل ، بتغيير اتجاه حادثة كحادثة الاحتكاك لكان ذلك أمراً حسناً جداً . ولو انطلقنا من قانون انحفاظ الطاقة فقط ، لأمكن ان نعتقد ان الطاقة الحرارية ، التي نصادفها مثلاً في الحركة الجزيئية للغازات ، قد تزودنا بمنبع غزير للطاقة النافعة . غير أن كارنو افترض أنه لا يمكن استخراج الطاقة الحرارية من منبع ذي درجة حرارة ثابتة . وبعبارة أخرى لو كان العالم كله في درجة واحدة من الحرارة ، لما امكن تحويل الطاقة الحرارية الى عمل . وبالرغم من ان الحوادث التي يتحول فيها العمل الى حرارة يمكن ان تجري في درجة حرارة ثابتة فإنه لمن المستحيل عكسها واسترداد العمل ثانية . ولو توخينا الدقة فان كارنو قد افترض انه في درجة حرارة ثابتة يستحيل استخراج الحرارة من منبعها وتحويلها الى عمل دون إجراء أي تغيرات اخرى في الجملة (system) المعطاة لنا أو في الوسط المحيط بها .

إن العبارة الاخيرة هذه من الأهمية بمكان . لنفرض أنه يوجد في وعاء موصد هواء مضغوط في درجة حرارة ثابتة ؛ ولنجعل هذا الهواء يتمدد . فيمكن لهذه الجملة القيام بالعمل ، كأن تحرك مطرقة . وعند التمدد ، يبرد الهواء قليلاً ، ولو

كان لدينا بحر كبير كالمحيط ، أي خزان حراري ضخم ، لأمكننا تسخين الهواء من جديد . وبهذا نكون قد اخـذنا من البحر حرارة وانتجنا عملاً باستخدام الهواء المضغوط . ومع ذلك فان كارنو لم يكن مخطئاً لأننا لم نتمكن من الإبقاء على كل شيء في الجملة كما كان دون تغيير . ذلك اننا اذا اردنا أن نعيـد الهواء المتمدد الى ضغطه الاصلي ، ترتب علينا القيام بعمل إضافي . وبعد الانتهاء من هذا ، يتبين لنا اننا لم نحصل من الجملة ، ذات درجة الحرارة المعطاة T ، على أي عمل ، لابل نحن بذلنا في نهاية الأمر عملاً . فيجب علينا التحدث عن الحالات التي تؤول فيها نتيجة التحول برمّته الى انتزاع الحرارة وتحويلها الى عمل ، من دون غيرها من الحالات ، تماماً كما هو الحال عند التغلب على الاحتكاك ، حيث النتيجة النهائية هي تحول العمل الى حرارة . فاذا كان التحول المدروس هو حركة على محيط دائرة فان من الممكن اعادة الجملة الى الحالة الابتدائية تماماً ، ولكن النتيجة النهائية لهـذا التحول تكون تحول العمل المبذول للتغلب على الاحتـكاك الى حرارة . فهل يمكن عكس هذا التحول ؟ لنقل ، بتدوير قاطعة ما ، حتى يعود كل شيء ادراجه للوراء ، فينتج الاحتـكاك عملاً مفيداً ؟ ويتبرد البحر ؟ لقد قال كارنو أن هذا لا يمكن حدوثه . دعنا نفرض كذلك أن هذا غير ممكن .

ولو أصبح ذلك على حين غرة ممكناً ، لعنى هذا انه الى جانب أشياء كثيرة أخرى مفيدة ، يمكن مثلاً ، بدون اي مجهود ، انتزاع الحرارة من جسم بارد واعطاؤها لجسم ساخن ؛ في حين أننا نعلم أن الحرارة تنتقل من الجسم الساخن الى الجسم البارد ، فاذا نحن قرّبنا جسماً ساخناً من جسم بارد ، ولم نفعل أي شيء آخر ، فانه ، كما نعلم ، لا تشتد سخونة الجسم الساخن أبداً ولا يزداد الجسم البارد برودة! إنما إذا نحن استطعنا انتاج العمل، آخذين الحرارة من المحيط

مثلا ، أو من أي شيء آخر ، دون أن نغير درجة حرارته ، فإن هـذا العمل يمكن ان يحول بجدداً الى حرارة بالاحتكاك ، انما في درجة حرارة اخرى . فيمكن مثلاً أن يتم تحويل الحرارة هذا ، بجعل ذراع آلتنا التي ولدت العمل ، يحتك بجسم ساخن . وتكون النتيجة النهائية لهذا التحول تبريد جسم « بارد » ، وهو هنا المحيط ، وتسخين جسم ساخن . وتصاغ فرضية كارنو ، أي قانون الترموديناميك الثاني ، أحياناً على النحو التالي : ان الحرارة لا يمكن أن تسيل تلقائياً من الجسم البارد الى الجسم الساخن . ولقد اقتنعنا الآن بتكافؤ هذين النصين . وسنكررهما من جديد . أولاً : لا يمكن تحقيق تحول تكون نتيجته الوحيدة تحول الحرارة الى عمل في درجة حرارة ثابتة . ثانياً : لا يمكن أن تنتقل الحرارة تلقائياً من جسم بارد الى جسم ساخن . وغالباً ماسنستخدم النص الأول .

يشبه تحليل عمل الآلة الحرارية ، الذي قام به كارنو ، المحاكمة التي أجريناها في الفصل الرابع ، حيث درسنا الآلات الرافعة وناقشنا قانون انحفاظ الطاقة . وفي الحقيقة إن ماسبق هناك من حجج قد نقل عن حجج كارنو في الآلات الحرارية تماماً . ولهذا سيبدو لكم أن بعض محاكمات هذا الفصل معروف سلفاً .

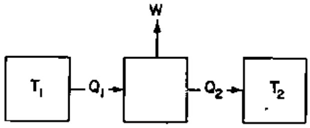
لنفرض أن « مرجل » الآلة الحرارية التي بنيناها يبقى في درجة حرارة ثابتة T . وان البخار ينتج العمل W على حساب الحرارة المأخوذة من المرجل Q_1 ، ويطرح الحرارة Q_2 في « المكثف » ذي درجة الحرارة T_2 ، انظر الشكل (٤٤ — ٣) . ان كارنو لم يحدد مقدار الحرارة ، لأنه لم يكن يعرف القانون الاول وهو لم يفترض أن Q_2 تساوي Q_1 لأنه لم يعتقد ذلك ؛ في حين أن الجميع كانوا يعتقدون أن Q_1 تساوي Q_2 كما كانت تقضي نظرية السكالوريك ؛ ولكن كارنو لم يفترض ذلك ، وفي هذا تبدو براعة حجته . أما إذا استخدمنا القانون

الأول، فاننا نجد أن الحرارةالمطروحة Q_2 تساوي الحرارة Q_1 بعد طرح العمل المنجز W :

$$Q_2 = Q_1 - W \qquad (44—3)$$

(فاذا كان تحولنا دورياً ، ووصل الماء المتكاثف الى المرجل من جديد ، امتصت في نهاية كل دورة كمية من الحرارة Q_1 ، وانتج العمل W ، وذلك من أجل كمية محدودة من الماء تستخدم في الدورة .)

لنبين الآن آلة أخرى ولنر ما إذا كنا نستطيع الحصول على عمل اكبر بالإفادة من كمية الحرارة ذاتهـــا ، المأخوذة في الدرجة T_1 ، مع ابقاء درجة حرارة المكثف T_2 على حالها.



الشكل (٤٤ – ٣)
مخطط الآلة الحرارية heat engine

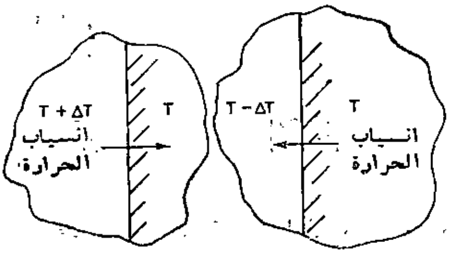
لنأخذ من المرجل كمية الحرارة Q_1 نفسها ، ولنحاول الحصول على عمل اكبر من ذلك الذي انتج بالآلة البخارية القديمة ، وقد يتم لنا ذلك باستخدام سائل آخر كالكحول مثلاً .

٤٤ ـــ ٣ : الآلات المعكوسة Reversible engines

تعالوا ندرس آلاتنا بصورة أفضل . اننــا واثقون من أمر واحد : هو أنه إذا وجد الإحتكاك في الآلة فلا بد من ضياع الطاقة . وأفضل الآلات جميعاً هي ما كان بدون احتكاك أبداً . فلنفرض أننا نتعامل مع هذه الآلات المثالية التي استخدمت عند دراسة قانون انحفاظ الطاقة ، أي مع الآلات الخالية من الاحتكاك .

سنناقش الآن شبهاً للحركة بدون احتكاك هو انتقال الحرارة « دون احتكاك » . فاذا نحن قربنا جسماً ساخناً ، ذا درجة عالية من الحرارة ، من

جسم آخر أبرد بكثير وسالت الحرارة من الجسم الساخن إلى الجسم البارد فإنه لا يمكن جعل سيلان الحرارة هذا ينعكس بتغيير درجة حرارة أحد الجسمين تغييراً صغيراً فقط . ولكن الآلة الخالية من الاحتكاك تتحرك تحت تأثير أية قوة مهما صغرت متوجهة إلى حيث تقودها القوة ، وعندما يصبح تأثير القوة بالاتجاه المعاكس تطيع الآلة القوة أيضاً وتسير في الاتجاه الجديد . والجهاز الذي يمكن أن يتغير فيه اتجاه التدفق الحراري رأساً على عقب ، نتيجة تغير في درجة الحرارة لا نهاية لصغره ، يشبه الآلة بلا احتكاك . وإذا كان فرق درجتي الحرارة منتهياً استحال عكس جهة سريان الحرارة . أما إذا كانت الحرارة تسري بين جسمين في درجة حرارة واحدة عملياً ، أي كان يكفي تغير في درجة الحرارة لانهاية لصغره حتى تسري الحرارة في أي من الاتجاهين ، سمي التدفق عكوساً وهذا هو حال الشكل (٤٤-٤). فاذا سخنا قليلاً النصف الأيسر من جسم سرت الحرارة إلى النصف الأيمن ؛ وإذا بردناه بمقدار طفيف سرت الحرارة نحو اليسار . وهكذا يتبين أن الآلة المثالية هي الآلة المسماة بالآلة العكوسة التي تكون فيها كل التحولات قابلة للعكس ، بمعنى أن تغيير شروط العمل تغييراً طفيفاً جداً ، يمكن أن يحمل الآلة على العمل في الاتجاه المعاكس. وهذا يعني أنه ينبغي ان لا تحوي الآلة أي احتكاك في أي جزء من أجزائها ؛ وينبغي ألا يكون في هذه الآلة اي مكان يتلامس فيه الخزان الحراري أو بخار المرجل مباشرة مع أي من الاجزاء الابرد أو الاسخن .

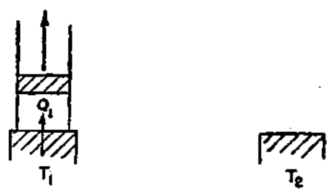


الشكل (٤٤ - ٤)
انتقال الحرارة العكوس

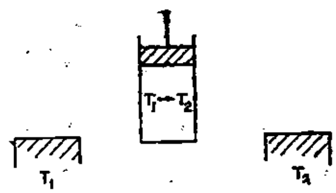
لندرس آلة مثالية تكون فيها جميع التحولات عكوسة . وحتى نبين أن بناء مثل هذه الآلة ممكن من حيث المبدأ سندرس دورة العمل في آلة ،

علماً بأننا لن نهتم بامكان تحقيقها عملياً ويكفي من وجهة نظر كارنو أن هذه الدورة عكوسة .

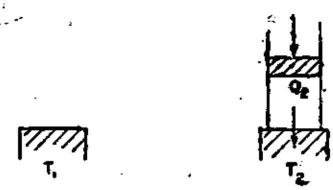
لنفرض أنه يوجد غاز في اسطوانة مجهزة بكبس دون احتكاك . وليس من الضروري أن يكون الغاز كاملًا . ولا ضرورة بشكل عام لأن يكون محتوى الاسطوانة غازاً . وإن كنا سنفترض أن في الاسطوانة غازاً كاملًا . ولنفرض أيضاً أنه توجد وسادتان حراريتان T_1 و T_2 ، أي جسمان كبيران جداً يبقيان في درجتي حرارة محددتين T_1 و T_2 كما في الشكل (٤٤ – ٥) . ولنفرض أن T_1 أكبر من T_2 . نسخن الغاز أولاً بوضع الاسطوانة على الوسادة T_1 سامحين للمكبس بالتمدد . ولنفرض أن المكبس يخرج من الاسطوانة ببطء شديد أثناء سريان الحرارة إلى الغاز إذ يمكن عندئذ ضمان بقاء درجة حرارة الغاز في



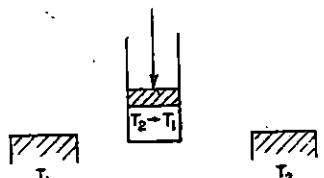
أ – الخطوة 1 التمدد المتساوي الدرجة في الدرجة T_1 : تمتص درجة الحرارة Q_1



ب – الخطوة 2 التمدد الكظوم : تهبط درجة الحرارة من T_1 الى T_2 .



حـ – الخطوة 3 الانضغاط المتدرج في الدرجة T_2 ؛ تطرح كمية الحرارة Q_2

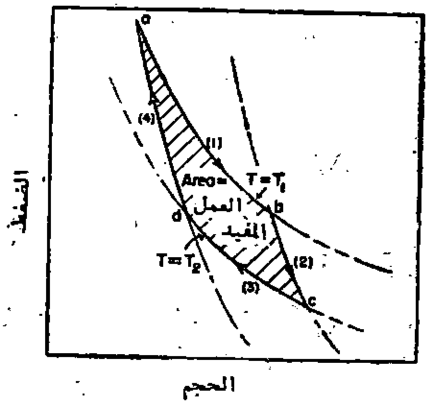


د – الخطوة 4 الانضغاط الكظوم : ترتفع درجة الحرارة من T_2 الى T_1 .

الشكل (٤٤ – ٥) خطوات دورة كارنو

بجوار الدرجة T_1 ، أما إذا سحب المكبس بسرعة كبيرة فان درجة حرارة الغاز تنخفض وتصبح أقل كثيراً من T_1 ولا يبقى التحول عندئذ عكوساً تماماً . أما إذا سحبنا المكبس ببطء كاف فإن درجة حرارة الغاز تبقى مجاورة للدرجة T_1 . ومن جهة اخرى لو ارجع المكبس ببطء في الاسطوانـــة ، لأصبحت درجة الحرارة اعلى قليلاً جداً فقط من الدرجة T_1 ، ولشرعت الحرارة بالسريان في الاتجاه المعاكس. وترون أن هذا التمدد المتساوي الدرجة (في درجة واحدة ثابتة) يمكن أن يكون تحولاً عكوساً فيما لو أجري ببطء ولطف .

وحتى نفهم بشكل أفضل ماذا يجري نرسم منحني تعلّق ضغط الغاز بحجمه وهو ظاهر في الشكل (٤٤–٦) . فعندما يتمدد الغاز ينخفض ضغطه . ويبين المنحنى I كيف يتغير الحجم والضغط عند ابقاء درجة حرارة الغاز ثابتة ومساوية T_1 . وفي حالة الغاز الكامل يمثّل هذا المنحني بالمعادلة $PV=NkT_1$. وأثناء التمدد متساوي الدرجة ينخفض الضغط مع تزايد الحجم حتى نبلغ النقطة b . وفي أثناء ذلك يأخذ الغاز من الخزان حرارة Q_1 ؛ لاننا نعلم أنه إذا تمدد الغاز دون ملامسة الخزان الحراري فإنه يتبرد . وهكذا نكون قد أنهينا التمدد



الشكل (٤٤ – ٦)
دورة كارنو

متساوي الدرجة في النقطة b . تعالوا الآن نبعد الأسطوانة من الخزان وتتابع التمدد. فلا يبقى مصدرٌ الآن لأخذ الحرارة. ولنسحب مرة أخرى المكبس ببطء. وبهذا

لايوجد ما يدعو لكون التحول غير عكوس . وبالطبع نحن نفرض مرة أخرى عدم وجود الاحتكاك . يتابع الغاز تمدده وتنخفض درجة الحرارة لانقطاع الاتصال مع المنابع الحرارية .

نتابع تمديد الغاز على هذا الشكل وفق المنحني 2 وإلى أن نبلغ النقطة c حيث تنخفض درجة الحرارة إلى الدرجة T_2 . نسمي التمدد هذا الذي يتم دون تبادل حراري بالتمدد الكظوم . ونحن نعلم أنه في حالة الغاز الكامل يكون المنحني 2 من الشكل (ثابت $= PV^\gamma$) حيث γ ثابتة أكبر من الواحد ؛ ولذلك ينحدر المنحني الكظوم بشدة أكثر من انحدار المنحني متساوي الدرجة . وإذا مابلغت درجة حرارة الغاز في الاسطوانة الدرجة T_2 نضع الاسطوانة على الوسادة الحرارية الثانية دون المجازفة باحداث تحولات غير عكوسة . ويمكن الآن أن نضغط الغاز ببطء منتقلين على المنحني 3 . وبحيث تتصل الاسطوانة مع الخزان ذي الدرجة T_2 ، انظر الخطوة الثانية في الشكل (٤٤ — ٥) وبما أن الاسطوانة على اتصال حراري مع الخزان لايمكن أن ترتفع درجة حرارتها ، بل يترتب على الغاز اعطاء الخزان حرارة Q_2 في الدرجة T_2 . وبعد التحرك على المنحني متساوي الدرجة 3 حتى بلوغ النقطة d نرفع الاسطوانة مجدداً عن الوسادة الحرارية ذات الدرجة T_2 ونتابع ضغط الغاز . وفي هذه المرة لانأخذ أية حرارة من الغاز . وترتفع عندئذ درجة الحرارة ويتبع الضغط المنحني 4 . وإذا نحن عملنا كل الخطوات بعناية عدنا إلى نقطة الانطلاق a في الدرجة T_1 واستطعنا إعادة الدورة .

يتبين من هذا المخطط البياني ، أن الغاز قام بدورة كاملة وأخذ خلال هذه الدورة الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 ومعطياً الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 . ان هذه الدورة عكوسة ولذلك نستطيع ان نعود ادراجنا خطوة خطوة في

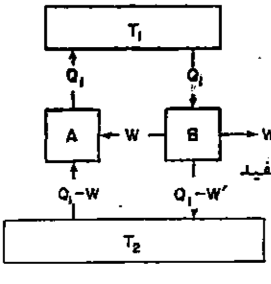
الاتجاه المعاكس . فنحن نستطيع اذا رغبنا التحرك للخلف وليس للأمام ، اي نستطيع بدء الحركة من النقطة a في الدرجة T_1 ، فنبدأ بتمديد الغاز وفق المنحني 4 ، ثم نمدده تمديداً متساوي الدرجة ونتركه يمتص الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 ، وهكذا حتى تمام الدورة . واذا نحن أجرينا الدورة في أحد الاتجاهين حملنا الغاز على القيام بالعمل ، واذا نحن رغبنا بالعودة الى الوراء ترتب علينا انفسنا القيام بالعمل .

وبالمناسبة فإن من السهل حساب العمل الكلي . ان العمل الكلي المنجز لدى التمدد يساوي جداء الضغط في تغير الحجم : $\int P\,dV$. وعلى مخططنا حملنا الضغط P على الشاقول والحجم V على الافق . فإذا رمزنا للبعد الشاقولي بالحرف y والافقي بالحرف x حصلنا على التكامل $\int y\,dx$ وليس هذا التكامل سوى المساحة الموجودة تحت المنحني . فعلى هذا تقيس المساحة الموجودة تحت كل من المنحنيات المرقمة العمل المنجز من قبلنا ، أو من قبل الغاز ، بحسب جزء الدورة المنجز . ومن السهل أن ندرك فهم أن حصيلة العمل الصافي تساوي المساحة المظللة داخل المنحنيات .

فطالما أوردنا مثالاً واحداً عن الآلات العكوسة يمكن افتراض وجود آلات أخرى من هذا القبيل . فلنفرض ان لدينا آلة عكوسة A تأخذ الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وتنتج العمل W وتعيد كمية من الحرارة في الدرجة T_2 . ولنفرض أن لدينا آلة أخرى B من صنع يد الانسان ، إما أنها صممت أو انها لم تخترع بعد . فيمكن ان تكون هذه الآلة بخارية ، عجلة ببرامق مطاطية ، أو أية آلة تشاؤون . ولا يهمنا ما إذا كانت هذه الآلة عكوسة أم لا . ان المهم فقط أن تأخذ الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وتعيد جزءاً من هذه الحرارة في درجة الحرارة الأخفض T_2 . ولنفرض أن الآلة B تنجز عملاً ما W' . سنبين

الآن أن W' لا يمكن أن يكون اكبر من W ، أي انه لا توجد آلة يمكن أن تعمل افضل من الآلة العكوسة . لكن لماذا ؟ لنفرض جدلاً أن W' اكبر من W . وعندئذ يمكن أن نأخذ الحرارة Q_1 ونعطيها للآلة B . ان هذه الآلة تنتج العمل W' وتعطي كمية ما من الحرارة (لا يهمنا مقدارها) الى الخزان ذي الدرجة T_2 . وعندئذ نستطيع التصرف بقسم ما من العمل W' الذي نعتبره اكبر من W . لنحتفظ بجزء يساوي العمل W ولنستخدم الباقي $(W' - W)$ للانتفاع به لأنفسنا كما في الشكل (٤٤ ٧).

فيمكن بما لدينا من عمل W اطلاق الآلة A للعمل في الاتجاه المعكوس، أو ليست هذه آلة عكوسة؟ . فتمتص عندئذ كمية من الحرارة من الخزان ذي الدرجة T_2 ، ولكنها تعيد الحرارة Q_1 للخزان ذي الدرجة T_1 . ما هي النتيجة الخالصة لهذه الدورة المزدوجة ؟ لقد أعدنا كل شيء للحالة



الشكل (٤٤ - ٧)

تجبر الآلة B الآلة العكوسة A على العمل في الاتجاه المعكوس

الابتدائية وانجزنا عملاً اضافياً $(W' - W)$. وانتهى بنا المطاف إلى اننا استخلصنا الطاقة من الخزان ذي الدرجة T_2 ! لقد أعيدت الحرارة Q_1 المأخوذة من الخزان T_1 بكل عناية . فطالما أن هذه الحرارة تعاد في كل الأحوال فانه من الممكن أن نأخذ عوضاً عن الخزان ذي الدرجة T_1 أي شيء اصغر اتساعاً من المحيط ووضع هذا الجهاز داخل الآلة المركبة $A+B$. إن النتيجة الخالصة لهذه الآلة ستكون أخذ الحرارة $(W' - W)$ من الخزان ذي الدرجة T_2 وتحويلها الى عمل. ولكن استخلاص العمل النافع من الخزان ذي الدرجة الواحـــدة الثابتة دون أي تغيرات أخرى مستحيل بحكم موضوعة كارنو. أي أنه لا يمكن فعل

هذا . وعلى هذا الشكل لا وجود لآلة تأخذ بعض الحرارة من الخزان ذي الدرجة العالية T_1 ، وتعيد جزءاً ما منها في الدرجة T_2 منجزة عملاً اكبر من عمل الآلة العكوسة العاملة مابين درجتي الحرارة هاتين .

لنفرض الآن أن الآلة B عكوسة ايضاً . فبالطبع عندئذ لا يكون W' أقل من W ولا W أقل W' . وللبرهان على هذا يكفي عكس المحاكمات السابقة. وهكذا فاذا كانت الآلتان عكوستين وجب عليهما انتاج نفس المقدار من العمل. مما يؤدي بنا الى نتيجة كارنو الرائعة : إذا كانت الآلة عكوسة فلا أهمية لكيفية تفننها في تحويل الحرارة الى عمل . لأن العمل الذي تنتجه آلة عكوسة ، تمتص كمية معينة من الحرارة في الدرجة T_1 وتعيد جزءاً منها في الدرجة T_2 لايتعلق ببنيتها . إن هـــذه الحقيقة صفة من الصفات الكونية ، وليست صفة آلة خاصة .

فلو نحن وجدنا قانوناً يحدد العمل المنجز لدى أخــذ الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وإعادة قسم من هذه الحرارة في الدرجة T_2 لـكان هـذا المقدار ثابتاً عامة لا تتعلق بخواص المادة المستخدمة . وبالطبع فاذا عرفت لدينا خواص مادة ما استطعنا حساب المقدار الذي يعنينا . وسيكون لدينا الحق بعدئذ في الاعلان عن أن كافة المواد الاخرى تنتج العمل ذاته تماماً إذا ما استخدمت في بناء الآلة العكوسة . وهذه فكرة اساسية بل هي المفتاح الذي نستطيع ان نجد به مثلاً، العلاقة بين مقدار تقلص المطاطة عند تسخينها وبين مقدار تبردها عندما نتركها تتقلص . ولنفرض أننا أخذنا هذه المطاطة مادة عاملة في الآلة العكوسة واننا قمنا بدورة عكوسة ، فتكون النتيجة الصافية ، أي مجمل العمل المنتج ، هي التابع العام ، أي ذلك التابع العظيم المستقل عن خواص المادة . وعلى هـذا الشكل نقتنع بوجود شيء ما يحدُّ من تنوع خواص المادة بشكل ما . فنحن

لا نقدر أن نجعل هذه الخواص كما نشاء إذ لو استطعنا ذلك لامكن اختراع مادة تنتج عند استعمالها في الآلة الحرارية ، خلال دورة عكوسة ، عملاً اكبر من العمل الاقصى المسموح به . إن هذا المبدأ ، أي هذا التحديد ، هو القاعدة الحقيقية الوحيدة التي يمكن استخلاصها من الترموديناميك .

٤٤ — ٤ : مردود الآلة المثالية The efficiency of an ideal engine

والآن نحاول ايجاد القانون المعرّف للعمل W بتابعية Q_1 و T_1 و T_2 . واضح أن W يتناسب مع Q_1 لأنه إذا عملت آلتان عكوستان على التوازي كانت الآلة المزدوجة الحاصلة عكوسة أيضاً . وإذا كانت كل من الآلتين تمتص الحرارة Q_1 فانهما تمتصان معاً $2Q_1$ وتنتجان عملاً قدره 2W وهكذا . ولذا فإن تناسب العمل مع الحرارة Q_1 منطقي تماماً .

وبعد هذا نقوم بخطوة هامة أخرى لايجاد القانون العام . فيمكن ان نأخذ مادة معروفة الخواص تماماً كمادة عاملة في الآلة العكوسة ، كأن ننتخب الغاز الكامل مادة عاملة . ويمكن ان نستنتج القاعدة التي تهمنا حتى بدون ذلك بالمنطق الصرف ، دون أن نستخدم لذلك أية مادة خاصة . وهذا واحد من أروع البراهين النظرية في الفيزياء ، إنما نستخدم الآن طريقة الحساب المباشر لأنها ابسط تناولاً وأقل تجريداً ؛ وسنعرض الطريقة المنطقية الصرفة بعد قليل .

لا يلزمنا سوى الحصول على عبارات لـ Q_1 و Q_2 (أو ليس $W=Q_1-Q_2$) وهما الحرارتان اللتان تتبادلهما الآلة مع الخزانين أثناء التمدد والانضغاط المتساويي الدرجة . وعلى سبيل المثال نحسب Q_1 الحرارة المأخوذة من الخزان في الدرجة T_1 أثناء التمدد متساوي الدرجة [المنحني 1 في الشكل (٤٤-٦)] من النقطة a حيث الضغط يساوي P_a ، والحجم V_a ، ودرجة الحرارة T_1 الى النقطة b

حيث الضغط يساوي P_b ، والحجم V_b ، ودرجة الحرارة ذاتها T_1 . إن طاقة كل ذرة من ذرات الغاز الكامل لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ، وطالما أن درجة الحرارة وكذلك عدد الذرات في النقطتين a و b متطابقان فتكون الطاقة الداخلية فيهما واحدة أيضاً . ان الطاقة U لاتتغير ، فعمل الغـــاز الكلي في مرحلة التمدد يساوي :

$$W = \int_a^b P\, dV$$

وهو ينجز على حساب الطاقة Q_1 المأخوذة من الخزان . واثناء التمدد يكون لدينا : $PV = NkT_1$ أو :

$$P = \frac{NkT_1}{V} \; ;$$

أي أن :

$$Q_1 = \int_a^b PdV = \int_a^b NkT_1 \frac{dV}{V} \qquad (44 - 4)$$

أو :

$$Q_1 = NkT_1 \ln \frac{V_b}{V_a}$$

وهذه هي الحرارة المأخوذة من الخزان في الدرجة T_1 . وبالمثل تمامـــاً يمكن حساب الحرارة المعطاة لدى الانضغاط [المنحي 3 في الشكل(٤٤-٦)] للخزان في الدرجة T_2 :

$$Q_2 = N\, kT_2 \ln \frac{V_c}{V_d} \qquad (44-5)$$

وينبغي لانهاء التحليل أن نجد أيضاً العلاقة بين V_c/V_d و V_b/V_a . ولهذه الغاية ننظر أولاً إلى المنحنى 2 الذي يصف التمدد الكظوم من b حتى c . واثناء ذلك يبقى PV^γ ثابتاً . وبما أن $PV = NkT$ ، فانه يمكن كتابة عبارة التمدد الكظوم في النقاط الاخيرة للطريق على الشكل [ثابت $= (PV)V^{\gamma-1}$] أو [ثابت $= TV^{\gamma-1}$] أي أن :

$$T_1 V_b^{\gamma-1} = T_2 V_c^{\gamma-1} \qquad (44-6)$$

وبما أن المنحني 4 يصف الانضغاط الكظوم من d حتى a فان :

$$T_1 V_a^{\gamma-1} = T_2 V_d^{\gamma-1} \qquad (44-6a)$$

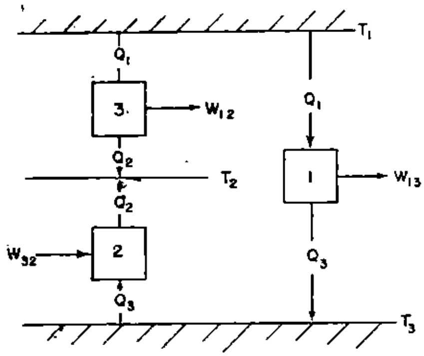
واذا قسمنا هاتين المعادلتين الواحدة على الأخرى إتضح لنا أن النسبتين V_b/V_a و V_c/V_d متساويتان ، ولذا يكون اللغريتمان في المعادلة (4 - 44) والمعادلة (5 — 44) متساويين كذلك ، أي أن لدينا :

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \qquad (44-7)$$

وهذه هي العلاقة التي نبحث عنها. وهي رغم البرهنة عليها من أجل آلة ذات غاز كامل ، تصح كما نعلم من أجل أي آلة عكوسة .

ولننظر الآن كيف يمكن استنباط هذا القانون العام بالاستناد إلى المحاكمات المنطقية فقط دون الالتفات الى صفات المواد الخاصة . لنفرض انه يوجد لدينا ثلاث آلات وثلاث درجات من الحرارة T_1 و T_2 و T_3 . تمتص احدى هذه الآلات الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وتنتج العمل W_{13} ، وتعطي الحرارة Q_3 في الدرجة T_3 ، انظر الشكل (٤٤-٨). وتعمل الأخرى في الاتجاه

المعاكس للأولى بين الدرجتين T_2 و T_3 . ولنفرض ان هذه الآلة مبنية بحيث تأخذ كمية الحرارة Q_3 ذاتها في الدرجة T_3 وتعطي الحرارة Q_2 ، مما يستلزم ان نتفق عليها العمل W_{32} لأننا حملنا الآلة على العمل في الاتجاه المعاكس . فتتلخص دورة الآلة الأولى في امتصاص الحرارة Q_1 واعطاء الحرارة Q_3 في الدرجة T_3 . وفي الوقت نفسه تأخذ الآلة الثانية من الخزان ، ذي الدرجة T_3 ، كمية الحرارة Q_3 ذاتها ، وتعطي كمية الحرارة Q_2 إلى



الشكل (٤٤ – ٨)
الآلتان المتزاوجتان 1 و2 المكافئتان للآلة 3

الخزان ذي الدرجة T_2 . وعليه تكون النتيجة الخالصة لدورة هاتين الآلتين المتزاوجتين هي اخذ الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 واعطاء الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 . تكافىء هاتان الآلتان الآلة الثالثة التي تمتص الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 ، وتنتج العمل W_{12} ، وتطرح الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 . وبالفعل يمكن أن نبين مباشرة ، بالانطلاق من القانون الأول ، أن $W_{12} = W_{13} - W_{32}$. إذ لدينا :

$$W_{13} - W_{32} = (Q_1 - Q_3) - (Q_2 - Q_3) = Q_1 - Q_2 = W_{12} \quad (44\text{—}8)$$

ويمكن الآن الحصول على قانون يربط ما بين مردودات الآلات . لأنه من الواضح أنه ينبغي أن توجد علاقات محددة بين مردودات الآلات العاملة لدى المبوطات الحرارية $T_1 - T_3$ و $T_2 - T_3$ و $T_1 - T_2$.

دعنا نصيغ أفكارنا بشكل أوضح . لقد وجدنا أنه يمكن دوماً ربط الحرارة

الممتصة في الدرجة T_1 مع الحرارة المطروحة في الدرجة T_2 بتعيين الحرارة المطروحة في درجة اخرى T_3 . وهذا يعني اننا نستطيع أن نحصل على خواص الآلة جميعاً بادخال درجة حرارة عيارية وتحليل كافة العمليات باستخدام درجة الحرارة العيارية هذه . وبعبارة أخرى إذا كنا نعلم مردود الآلة العاملة بين أي درجتين من الحرارة . وطالما أننا ننظر في الآلات العكوسة فقط فـــلا شيء يعيق طريق هبوطنا من درجة الحرارة الابتدائية الى الدرجة العياريـة . ومن ثم العودة مجدداً إلى درجة الحرارة النهائية . فلنقبل درجـــة الحرارة التي تساوي درجة واحدة درجة عيارية ، ولنستخدم رمزاً خاصاً Q_s لتمثيل الحرارة المطروحة في درجة الحرارة العيارية . وهذا يعني انه اذا كانت الآلة العكوسة تمتص الحرارة Q في الدرجة T فإنها تطرح عند الدرجة واحد الحرارة Q_s . فإذا أخذت آلة ما كمية الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وطرحت كمية الحرارة Q_s في درجة الحرارة واحد ، وامتصت آلة أخرى Q_2 في الدرجة T_2 وطرحت نفس المقدار الأنف الذكر Q_s في الدرجة واحد ، فإنه ينبغي على آلة ثالثة أن تطرح الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 عند امتصاصها كميـــة الحرارة Q_1 في الدرجـة T_1 . لقد برهنـــا على هـذا عنـد النظر في الآلات الثلاث العاملة بـين درجات الحرارة الثلاث . وعلى هـذا بقي علينا ، لاتمـام وصف الآلة ، أن نعرف القليـل جـداً . إذ ينبغي أن نعلم ما هو مقدار الحرارة Q_1 الذي ينبغي على الآلة امتصاصها في الدرجة T_1 حتى تطرح في الدرجة واحد كمية الحرارة Q_s . توجد هنالك بالطبـع علاقة بين الحرارة Q ودرجة الحرارة T . ومن السهل ان ندرك انه ينبغي ان تزداد كمية الحرارة عند ازدياد درجة الحرارة ، لأننا نعلم انه يلزم عمل لارغام الآلة على العمل في الاتجاه المعاكس أي لجعلها تعطي الحرارة في درجة الحرارة الأعلى . ومن السهل ان

نفهم كذلك أنه ينبغي أن تكون كمية الحرارة Q_1 متناسبة مع Q_s* . وعلى هذا يكون قانوننا العظيم على النحو التالي تقريباً : إن أي كمية من الحرارة Q_s تطرح في الدرجة واحد ، من آلة عاملة في درجة الحرارة T ، يقابلها مقدار من الحرارة Q تمتصه الآلة في الدرجة T ، ويساوي جداء Q_s في تابع متزايد ما لدرجة الحرارة ، أي :

$$Q = Q_s\, f(T) \qquad (44-9)$$

٤٤ ـــ ٥ : درجة الحرارة الترموديناميكية The thermodynamic temperature

لن نحاول الآن التعبير عن هذا التابع المتزايد بدلالة تدريجات ميزان الحرارة الزئبقي المعروف لدينا ، بل نعرّف سلماً ترموديناميكياً جديداً بدلاً عنه . فقد كانت « درجة الحرارة » تعرّف تعريفاً اختيارياً بتقسيم مقدار تمدد الماء ، في انبوب شعري منتظم المقطع ، الى درجات متساوية . وبعد أن قرر قياس درجة الحرارة بميزان الحرارة الزئبقي تبين أن ابعاد التدريجات ليست متساوية ، أما الآن فنستطيع أن نعطي تعريفاً لدرجة الحرارة ، لا يتعلق بأي من الصفات الخاصة للمادة . ولهذه الغاية نستخدم التابع f (T) الذي لا يتعلق بالاداة المستخدمة لأن مردود هذه الاداة ، وهي آلة عكوسة كما نعلم ، لا يتعلق بالمادة العاملة فيها . وبما أن التابع ، الذي وجدناه ، متزايد مع درجة الحرارة ، فانه يمكن أن يعتبر بحد ذاته مقياساً لدرجة الحرارة ، مقيسة بوحدة هي درجة الحرارة العيارية واحد التي سبق ذكرها ، أي لدينا :

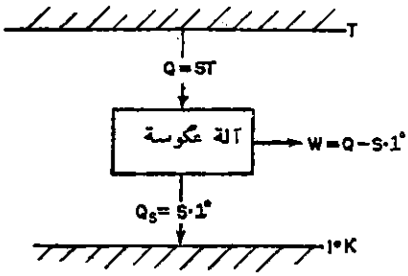
$$Q = Q_s\, T \qquad (44-10)$$

(*) يمكن العودة لفهم ذلك الى مطلع الفقرة . (المترجمون)

حيث :

$$Q_s = S \cdot 1^\circ \qquad (44-11)$$

وهذا يعني أننا نستطيع الآن أن نجـــد درجة حرارة الجسم ، بتحديد كمية الحرارة التي تمتصها الآلة العكوسة العاملة في المجال بين درجـة حرارة الجسم والدرجة واحد ، انظر الشكل (٤٤-٩) . فاذا كانت الآلة تأخذ من المرجل كمية من الحرارة أكبر سبع مرات من الكمية التي تطرحها في المكثف ذي الدرجة واحد ، فإن درجة حرارة المرجل تكون مساوية سبع درجات ، وهكذا : فعلى هـذا الشكل نحن نعرّف درجة الحرارة بقياس كمية الحرارة الممتصة في الدرجات المختلفة.



الشكل (٤٤ - ٩)
درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة

وتسمى درجة الحرارة التي نجدها على هذا النحو درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة وهي لا تتعلق بخواص مادة الآلة . وسنقتصر منذ الآن على استخدام تعريف درجة الحرارة * هذا دون سواه .

فمن الواضح لدينا الآن أنه اذا كان لدينا آلتان تعمل إحداهما بين درجـة

(*) لقد عرفنا سابقاً سلم درجات الحرارة على غير هذا الشكل . فلقد قررنا أن طاقة الجزيئة الحركية المتوسطة للغاز الكامل تتناسب مع درجة الحرارة أو أن PV تتناسب مع T وفقاً لقانون الغاز الكامل . فهل يكافىء هذا التعريف التعريف الجديد ؟ نعم . لأن النتيجة النهائية (7—44) المستنتجة من قانون الغاز الكامل تتفق والنتيجة الواردة هنا . وسنتكلم عن ذلك أيضاً في الفصل القادم .

الحرارة T_1 والدرجة واحد ، وتعمل الاخرى بين الدرجة T_2 والدرجة واحد ، وكانت كل منهما تطرح في الدرجة واحد كمية لحرارة نفسها ، فانه يجب أن تحقق كميتا الحرارة الممتصتان العلاقة :

$$\frac{Q_1}{T_1} = S = \frac{Q_2}{T_2} \qquad (44-12)$$

ومعنى هذا انه اذا كانت آلة عكوسة ما تمتص كمية الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وتطرح كمية الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 فان نسبة Q_1 الى T_1 تساوي نسبة Q_2 الى T_2 . ويصح هذا من اجل أي آلة عكوسة . وكل ما سيأتي بعد الآن يدخل في مضمون هذه العلاقة : لأنها جوهر علم الترموديناميك .

ولكن إذا كان هذا هو كل ما في الترموديناميك فلِمَ يعتبرونه علماً صعباً؟ إنما حاولوا مثلاً أن تصفوا سلوك مادة ما حتى ولو كان من المعلوم لكم سلفاً أن كتلتها ثابتة دوماً . ففي هذه الحالة تتعين حالة المادة ، في أي لحظة من الزمن ، بحجمها وبدرجة حرارتها . فإذا عرف حجم المادة ودرجة حرارتها وكذلك علاقة الضغط بالحجم وبدرجة الحرارة أمكن معرفة الطاقة الداخلية أيضاً . ولكن قد يقول أحدهم : « أنا أود التصرف بشكل آخر . أعطوني الضغط ودرجة الحرارة وأنا أخبركم ما هو الحجم . فانا استطيع اعتبار الحجم تابعاً لدرجة الحرارة والضغط وابحث عن علاقة الطاقة الداخلية بهذين المتحولين دون غيرهما » . وهذا ما يجعل الترموديناميك صعباً ، اذ أنه في مقدور كل فرد مسك المسألة من الطرف الذي يهتدي اليه فكره. ولو استطعنا الجلوس وانتخاب متحولات محددة ، ومن ثم التشبث بوجهة النظر الخاصة هذه ، لأمسى كل شيء بسيطاً سهل التناول .

لننتقل الآن الى النتائج . لقد وصلنا في الميكانيك الى كل النتائج اللازمة لنا بالانطلاق من جوهر علم الميكانيك $F = ma$. ويلعب المبدأ الذي

أوجدناه منذ قليل الدور ذاته في الترموديناميك . ولكن ما هي النتائج التي يمكن استخلاصها بالانطلاق من هذا المبدأ ؟

فلنبدأ بأن نضم بادىء ذي بدء قانون انحفاظ الطاقة إلى القانون الذي يربط Q_1 و Q_2 بغية إيجاد مردود الآلة العكوسة . ينص القانون الأول على أن $W = Q_1 - Q_2$. ووفق مبدئنا الجديد يكون :

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1$$

ولذا يكون العمل مساوياً إلى :

$$W = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (44-13)$$

تعطينا هذه العلاقة مردود الآلة ، أي مقدار العمل المنتج لدى انفاق كمية حرارة معلومة . ويتناسب مردود الآلة مع الهبوط الحراري الذي تعمل فيه الآلة مقسوماً على درجة الحرارة الأعلى :

$$\text{المردود} = \frac{W}{Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (44-14)$$

فلا يمكن للمردود أن يكون أكبر من الواحد ، ولا يمكن لدرجة الحرارة المطلقة أن تكون أصغر من الصفر (الصفر المطلق) . وعلى هذا الشكل طالما أنه يجب على T_2 أن تكون موجبة فان المردود أصغر دوماً من الواحد . وهذه هي نتيجتنا الأولى .

٤٤ ــ ٦ : الانتروبية Entropy

يمكن تفسير العلاقة (7 — 44) أو العلاقة (12 — 44) على نحو خاص

فمن أجل الآلات العكوسة لدينا : $Q_1/T_1 = Q_2/T_2$ ، فالحرارة Q_1 ، في الدرجة T_1 ، « تكافىء » الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 ؛ مع العلم أنه إذا امتصت الحرارة Q_1 طرحت دوماً الحرارة Q_2 . يوحي الينا ذلك أن نعطي المقدار Q/T اسماً خاصاً ، ويمكن القول عندئذ أنه في الاستحالات العكوسة يمتص من المقدار Q/T تماماً بقدر مايُطرح . وبعبارة اخرى ان Q/T لا تزيد ولا تنقص في دورة عكوسة . يسمى المقدار Q/T الانتروبية ، ونحن نقول أن « تغير الانتروبية خلال دورة عكوسة يساوي الصفر » . فإذا كانت $T=1^0$ فان الانتروبية تساوي $Q/1^0$ ، ولقد سبق أن رمزنا الى الانتروبية برمز خاص $S=Q_s/1^0$. تمثل الانتروبية في كل مكان بالحرف S ، وهي تساوي عددياً كمية الحرارة (التي رمزنا لها بالحرف Q_s) المطروحة في الخزان ذي الدرجة واحد . (إن الانتروبية ليست كمية الحرارة ، بل هي كمية الحرارة مقسومة على درجة الحرارة ، وهي تقاس بالجولات على الدرجة) .

من الطريف أنه بالاضافة إلى الضغط ؛ الذي هو تابع لدرجة الحرارة والحجم ، والى الطاقة الداخلية ، التي هي تابع أيضاً لدرجة الحرارة والحجم ، فقد وجدنا ايضاً مقداراً آخر هو أنتروبية المادة التي تعتبر « تابعاً للحالة » . لنحاول أن نشرح كيف تحسب الانتروبية ، وماذا نفهم من كلمتي « تابع الحالة » . لنتبع سلوك الجملة في حالتين مختلفتين ، كما فعلنا في التجربة التي أجرينا فيها تمددات كظومة متساويةدرجة . (وبالمناسبة ليس من الضروري أن يكون للجملة خزانين حراريين فقط فيمكن أن يكون هناك ثلاثة خزانات أو أربعةفيدرجاتمن الحرارة متفاوتة وتتبادل الآ لة كمية الحرارة مع كلمن هذه الخزانات) . ونحن نستطيع أن نجوب على كل المخطط PV منتقلين من حالة الى أخرى . وبعبارة أخرى يمكن أن ننقل الغاز منحالة a الىحالةاخرى b لاعلىالتعيين ، ونتطلب ان يكون الانتقال من a الى b عكوساً .

ولنفرض الآن أنه قد وضعت ، على طول الطريق من a الى b ، خزانات حرارية صغيرة درجات حرارتها متفاوتة ، بحيث يتم ؛ في كل خطوة صغيرة ، انتزاع حرارة dQ من المادة واعطائها للخزان في الدرجة المقابلة للنقطة المعتبرة من الطريق . ثم دعنا نربط جميع هذه الخزانات ، باستخدام الآلات الحرارية العكوسة ، بمنبع وحيد درجة حرارته تساوي الواحد . وبعد أن ننهي انتقال المادة من الحالة a الى الحالة b ، نعيد كافة الخزانات الى حالتها الابتدائية باستخدام الآلات المذكورة فتكون النتيجة أن كل مقـــدار من الحرارة dQ ، أخذ من المادة في الدرجة T ، استفيد منه لتوليد عمل dW في آلة عكوسة وطرحت عند كل آلة ، في درجة الحرارة واحد ، الانتروبية dS المساوية :

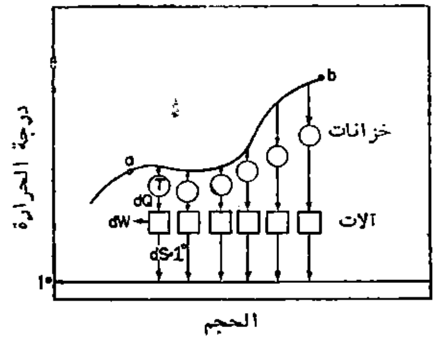
$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad (44\text{–}15)$$

لنحسب المقدار الكلي للانتروبية المطروحة . إن فرق الانتروبية ، أو الانتروبية اللازمة للانتقال من a إلى b ، نتيجة استحالة عكوسة ما ، هي الانتروبية الكاملة أي الانتروبية المأخوذة من الخزانات الصغيرة والمطروحة في الدرجة واحد :

$$S_b - S_a = \int_a^b \frac{dQ}{T} \qquad (44\text{–}16)$$

وتتلخص المشكلة في التساؤل عمّ إذا كان فرق الانتروبية يتعلق بالطريق المتبع في المستوي PV : فهناك طرق كثيرة تؤدي من a إلى b . ونذكر أننا استطعنا في دورة كارنو الانتقال من النقطة a إلى النقطة c ، انظر الشكل (٤٤ – ٦) ، باسلوبين : فقد كان من الممكن تمديد الغاز أولاً

بشكل متساوي الدرجة ومن ثم بشكل كظوم ، كما كان من الممكن الابتداء بالتمدد الكظوم والانتهاء بالمتساوي الدرجة . وعليه ينبغي أن نتبين ما اذا كان تغير الانتروبية يختلف باختلاف الطريق من a إلى b في الشكل (١٠ – ٤٤) . ونقول سلفاً أن فرق الانتروبية لايختلف لأنه لو قمنا بدورة كاملة بالخروج من a إلى b بأحد الطريقين وعدنا بالطريق الآخر ، فان



الشكل (١٠ – ٤٤)

تغير الانتروبية في الاستحالة العكوسة
reversible transformation

هذا الانتقال يكافىء دورة كاملة لآلة عكوسة . ولا يتم في هذه الدورة تبادل الحرارة مطلقاً مع الخزان ذي الدرجة واحد . وطالما أنه لاينبغي أن تؤخذ الحرارة من الخزان ذي الدرجة واحد ، فانه عند أي انتقال من a الى b ، يكون فرق الانتروبية واحداً مهما كان الطريق المتبع ، أي أن هذا الفرق لايتعلق بالطريق ، بل يتعلق بالنقطتين النهائيتين فقط . وعلى هذا يمكن التحدث عن تابع ما هو ما دعوناه أنتروبية المادة . وهذا التابع لايتعلق الا بحالة المادة أي بالحجم ودرجة الحرارة .

إن بامكاننا ايجاد التابع S (V,T) . لنحسب تغير الانتروبية لدى تغيرات المادة العكوسة بتتبع الحرارة المطروحة في الخزان ذي الدرجة واحد . وهذا التغير يمكن أن نعبر عنه أيضاً بدلالة كمية الحرارة dQ المأخوذة من المادة في الدرجة T :

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \qquad (44-17)$$

ان تغير الانتروبية الكلي يساوي فرق الانتروبيتين في النقطتين النهائية والابتدائية :

$$\Delta S = S(V_b, T_b) - S(V_a, T_a) = \int_a^b \frac{dQ}{T} \qquad (44-18)$$

لاتعرّف هذه العلاقة الأنتروبية بشكل كامل . والمعروف حتى الآن هو فقط الفرق بين الانتروبيتين في حالتين مختلفتين . ولا يمكن أن نعرف الانتروبية بشكل مطلق إلا بعد أن نتمكن من حساب انتروبية حالة واحدة ما .

لقد بقيت الانتروبية المطلقة ، مدة طويلة جداً ، تعتبر مفهوماً بدون معنى محدد . ولكن نرنست إقترح في آخر المطاف ما أسماه الدعوى الحرارية heat theorem (وهي تسمى أحياناً قانون الترموديناميك الثالث) والفكرة فيها بسيطة جداً . وسنذكر الآن هذه الدعوى دون بيان سبب صحتها . تنص دعوى نرنست ببساطة على أن انتروبية أي جسم من الاجسام تساوي الصفر في درجة الصفر المطلق . والآن أصبحنا نعلم عند أي حالة T و V (بالذات عند T=0) تكون الانتروبية صفراً ، ونستطيع الآن حساب الانتروبية في أية نقطة أخرى نريد .

دعنا نحسب انتروبية الغاز الكامل شرحاً لهـذه الفكرة . فعند التمدد المتساوي الدرجـة (وبالتالي العكوس) يكون التكامل $\int \frac{dQ}{T}$ مساوياً ببساطة Q/T نظراً لثبات درجة الحرارة T . وعلى هذا يكون تغير الانتروبية ، وفق (4 — 44) مساوياً :

$$S(V_a,T) - S(V_b,T) = Nk \ln \frac{V_a}{V_b}$$

بحيث أن $S(V,T) = Nk \ln V$ ، على أن نضيف اليه تابعاً ما لدرجة الحرارة ، ولكن كيف تتعلق S بـ T ؟ لقد علمنا أنـه لايوجـد تبادل حراري في التمدد الكظوم . وعلى هذا تبقى الانتروبية هنا ثابتة رغم أن الحجم V يتغير حاملاً درجة الحرارة T على التغير (حتى تبقى المساواة ثابت = $TV^{\gamma-1}$ قائمة) . وهل من الواضح لكم ياترى بعد هذا أن

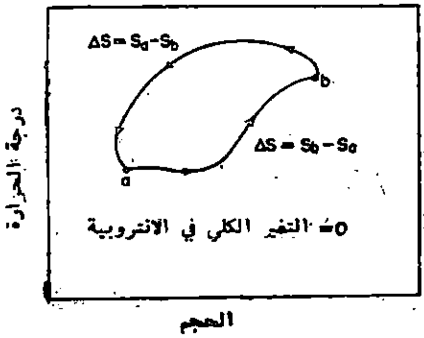
$$S(V,T) = Nk \left[\ln V - \frac{1}{\gamma - 1} \ln T \right] + a$$

حيث a ثابتةليس لهـا علاقة بالحجم V ولا بـدرجة الحرارة T ؟ [تسمى الثابتة a بالثابتة الكيميائية وهي تتعلق بخواص الغاز ويمكن ، وفق دعوى نرنست ، أن تعين تجريبياً . وينبغي لهذه الغاية قياس الحرارة التي يطرحها الغاز عند تبريده وتكثيفه حتى يتحول إلى جسم صلب في الدرجة 0° (يبقى الهليوم مائعاً حتى في هذه الدرجة من الحرارة) ، وبعد ذلك ينبغي أن نجد التكامل $\int \frac{dQ}{T}$ فلنحسب a : هذا ويمكن أن نجد a نظرياً أيضاً ؛ ونحتاج هنا لثابتة بلانك وللميكانيك الكوانتي ولكن لن نتطرق إلى هذا في دروسنا هذه] .

لنبين بعض خواص الانتروبية . . ولنتذكر بادىء ذي بدء أن الأنتروبية تتغير على جزء من دورة عكوسة بين النقطتين a و b بالمقـدار $S_b - S_a$ انظر الشكل (٤٤-١١) . ولنتذكر أيضاً أن الانتروبية (أي الحرارة المطروحة في الدرجة واحد) تزداد مع التحرك على طول هذا الطريق وفقاً للقاعدة

$dS = dQ/T$ حيث dQ تمثل الحرارة المنتزعة من المادة في الدرجة T .

لقد أصبحنا نعرف أن الانتروبية الكلية لكل مايدخل في الاستحالة لاتتغير البتة عند إنجاز دورة عكوسة . لان الحرارة Q_1 الممتصة في الدرجة T_1 ، والحرارة Q_2 المطروحة في الدرجة T_2 ، تسهم في الانتروبية بقدارين متساويين في القيمة المطلقة ومختلفين في الاشارة . ولذا يكون تغير الانتروبية الصافي مساوياً للصفر . فعلى هذا لاتتغير ، في دورة عكوسة ، انتروبية جميع ما يشترك في الدوزة بما في ذلك الخزانات. تشبه هذه القاعدة على ما يبدو قانون انحفاظ الطاقة ، إنما الأمر ليس كذلك . إن القاعدة قابلة للتطبيق على الدورات العكوسة فقط. وإذا ما انتقلنا إلى الدورات اللاعكوسة اختفى من الوجود قانون انحفاظ الانتروبية .



الشكل (٤٤ - ١١)
تغير الانتروبية في دورة عكوسة كاملة .
إن تغير الانتروبية الكلي يساوي الصفر.

لنضرب على ذلك مثالين . فلنفرض بادىء الأمر أن آلة ما ، ذات احتكاك ، تنتج عملاً لاعكوساً طارحة الحرارة Q في الدرجة T . فتزداد الانتروبية بمقدار Q/T . ان كمية الحرارة Q تساوي العمل المبذول وعندما نقوم بعمل ما ، بالاحتكاك على جسم ما ، درجة حرارته تساوي T تزداد انتروبية العالم كله بالمقدار W/T .

والمثال الآخر على اللاعكوسية : إذا قربنا جسمين مختلفين في درجتي حرارتها T_1 و T_2 ، انتقل مقدار من الحرارة من احدهما إلى الآخر .

ولنفرض مثلاً أننا ألقينا حجراً ساخناً في ماء بارد . فما هو مقدار تغير انتروبية الحجر اذا كان يعطي الماء كمية الحرارة ΔQ فتتحول درجته من الدوجة T_1 إلى الدرجة T_2 ؟ . إنها تنقص بالمقدار $\Delta Q/T_1$. ولكن كيف تتغير انتروبية الماء ؟ إنها تزداد بالمقدار $\Delta Q/T_2$ ولا يمكن ان تتدفق الحرارة ، طبعاً ، الا من الدرجة الاعلى T_1 الى الدرجة الاخفض T_2 . وعليه اذا كانت T_1 أكبر من T_2 فان ΔQ موجب . وعلى هذا الشكل يكون تغير انتروبية العالم كله موجباً ويساوي الفرق بين الكسرين :

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_2} - \frac{\Delta Q}{T_1} \qquad (44—19)$$

وهكذا تصح الدعوى التالية : إن انتروبية العالم كله تزداد عند كل استحالة لاعكوسة . والاستحالات العكوسة وحدها هي التي تستطيع ابقاء الانتروبية ثابتة . وطالما أنه لاتوجد في الطبيعة استحالات تامة العكوسية فان الانتروبية تزداد باستمرار قليلاً قليلاً . والاستحالات العكوسة هي استحالات مثالية تكون زيادة الانتروبية فيها أصغرية .

وللأسف اننا لن نتعمق في مجال الترموديناميك . ويقتصر هـــدفنا على عرض الأفكار الاساسية لهذا العلم وعلى توضيح الاسباب التي يمكن الاستناد اليها في هذه المحاكات . ولن نلجأ في دروسنا كثيراً الى الترموديناميك ، الذي يستعمل على نطاق واسع في التكنيك وفي الكيمياء .ولذلك فانكم تتعرفون عملياً على الترموديناميك في دروس الكيمياء أو في العلوم التكنيكية . وليس من المنطق أن نكرر الدراسة هنا وسنكتفي فقط بلمحة عن الطبيعة النظرية دون الخوض في تفاصيل تطبيقاته الاختصاصية .

غالباً ما يصاغ قانونا الترموديناميك على النحو التالي :

القانون الأول : طاقة الكون ثابتة دوماً .

القانون الثاني : انتروبية الكون متزايدة دوماً .

ليست صياغة المبدأ الثاني هذه على درجـــة كافية من الجودة . فلا يذكر فيها شيءعن أن الانتروبية مثلاً لاتتغير بعد دورة عكوسة، كما لايدقق فيهـــا معنى الانتروبية بحد ذاتها . فليست هاتين الصيغتين الا صيغتين للقانونين سهلتي الحفظ وليس من السهل أن يفهم منها حول أي شيء يدور الكلام فعلاً .

ولقد جمعنا كافة القوانين التي جرى عنها الحديث في هذا الفصل في الجدول (٤٤ – ١) . وسنستخدم هذه القوانين في الفصل القادم لايجاد العلاقة بـين الحرارة المتولدة في المطاط عند الامتطاط والتوتر الاضافي الذي يظهر فيه عند التسخين .

الجدول (٤٤ – ١)
قوانين الترموديناميك

القانون الأول :

ان الحرارة المعطاة للجملة + العمل المبذول على الجملة=تزايدالطاقةالداخليةللجملة

$$dQ + dW = dU$$

القانون الثاني :

ان الاستحالة ، التي تكون نتيجتها الوحيدة أخذ الحرارة من الخزان وتحويلها الى عمل ، هي استحالة مستحيلة .

لايمكن لأي آلة ، تمتص الحرارة Q_1 في الدرجة T_1 وتطرح الحرارة Q_2 في الدرجة T_2 ، أن تعمل أكثر مما تعمله الآلة العكوسة . وعمل الآلة العكوسة يساوي :

$$W = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right)$$

تعريف انتروبية الجملة :

(أ) اذا كانت كمية الحرارة ΔQ تدخل الجملة بشكل عكوس ، وفي درجة الحرارة T ، فان انتروبية الجملة تزداد بالمقدار $\Delta S = \Delta Q/T$.

(ب) اذا كانت $T = 0$ فإن $S = 0$ (القانون الثالث)

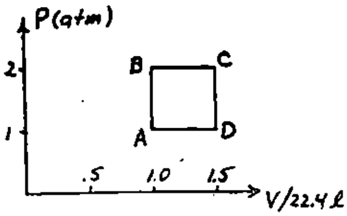
إن الانتروبية الكلية لجميع مايساهم في أي استحالة عكوسة (بما في ذلـــك خزانات الحرارة) تبقى ثابتة دون تغير .

وفي الاستحالات اللاعكوسة تكون الانتروبية الكلية في تزايد مستمر .

* * *

مسائل وتمارين

٤٤ – ١ : لدينا عينة من غـــاز كامل فيه $\gamma = 4/3$ ، تنقل من الحالة A (حيث الضغط يساوي ضغطاً جوياً واحـداً ، والحجم 22.4 ليتراً في الدرجـة 300°K) إلى الحالة C (حيث الضغط يساوي 2 ضغطاً جوياً، والحجم 33.6 ليتراً في الدرجة 900°K) . ويتم الانتقال بطريقتين هما ABC و ADC . انظر الى الشكل (٤٤ – ١٢) .



الشكل (٤٤ – ١٢)

(أ) بيِّن أن تغير الانتروبية واحد على كلتا الطريقتين .

(ب) احسب هذا التغير .

٤٤ – ٢ : انقل دورة كارنو المثالية abcd ، من على المخطط P — V ، بـين الدرجتين T_1 و T_2 والوضعين (P_a, V_a) و (V_c و P_c) إلى مخطط الانتروبية ودرجة الحرارة ذي النقاط ABCD المقابلة لما سبق . انظر الى الشكل (٤٤ – ٦) .

٤٤ – ٣ : تبلغ درجة الحرارة في مولد البخار 600°C ، وذلك في محطـات

الطاقة البخارية الحديثة التي تستخدم بخاراً فوق مسخن . تكون درجة الحرارة البدائية لماء النهر المستخدم لتبريد المكثف 20°C . ما هو المردود الاعظم الذي يمكن أن تعطيه مثل هذه المحطة ؟

٤٤ – ٤ : يستخدم في محرك عكوس كامل 82 غرام من الآزوت كمادة للتشغيل ($\gamma = 7/5$)، وذلك في عملية دورية abcd بدون صمامات كما في الشكل (٤٤ – ٦) . تساوي درجة حرارة المنبع 400°K ، ودرجة حرارة المصرف 300°K . ويكون الحجم البدائي للغاز ، عند النقطة a ، 6.0 ليتراً ، وحجمه عند النقطة c هو 18.0 ليتراً والمطلوب :

(أ) عند أي حجم V_b ينبغي عزل الاسطوانة عن منبع الحرارة (أي نقلها من تمدد متساوي الدرجة) ، وجعلها في تمدد كظوم (من V_b إلى V_c') ؟

عند أي حجم V_d ينبغي أن يبدأ الضغط الكظوم ؟

(ب) ما هو مقدار الحرارة التي صرفت في الجزء $V_a \longrightarrow V_b$ من الدورة ؟

(ح) ما هو مقدار الحرارة التي أخذت خلال الجزء $V_d \longrightarrow V_c$ ؟

(د) ما هو مردود المحرك ؟

(هـ) ما هو مقدار تغير الانتروبية لكل غرام من المـــادة العاملة خلال الجزء $b \longrightarrow a$ ؟ وخلال الجزء $d \longrightarrow c$ ؟

تلميح : ينبغي أن تجد ، في دورة كارنو لغاز كامل ، أن نسبتي التمدد V_b/V_a و V_c/V_d متساويتان .

٤٤ – ٥ : ترك مجرّب مهمل صمام خزان الهليوم مفتوحاً قليلاً ، وذلك خلال عطلة نهاية الاسبوع . فتسرب الغاز ، الذي هو عـــادة تحت ضغط يساوي 200 ضغطاً جوياً ، تسرباً بطيئاً ، وفي تحول متساوي الدرجة عند الدرجة 20°C . ماهو مقدار تغير الانتروبية لكيلو غرام واحد من الغاز ؟

* * *

الفصل الخامس والأربعون

Illustrations of thermodynamics

أمثلة من الترموديناميك

٤٥ ــ ١ : الطاقة الداخلية Internal energy

عندما يلزمنا استخدام الترموديناميك للتطبيق يتبين أنه مادة معقدة صعبة جداً . ولن ندرس نحن في هذا الكتاب هذه التطبيقات بالتفصيل . وهذا المجال على جانب من الاهمية كبير خصوصاً بالنسبة للكيميائين والمهندسين ويترتب على من يود التعرف على الترموديناميك بشكل أفضل أن يلجأ إلى الكيمياء الفيزيائية أو إلى الترموديناميك الهندسي . كما يوجد أيضاً العديد من المراجع الجيدة ، التي يعالج فيها هذا الموضوع بتفصيل أكبر ، منها كتاب زيمانسكي : الحرارة والترموديناميك . وفي الطبعة الرابع عشرة من الموسوعة البريطانية توجد مقالات ممتازة حول الترموديناميك والـترمو كيمياء ، وفي المقال المخصص للكيمياء ، في هذه الموسوعة ، توجد أجزاء تعالج الكيمياء الفيزيائية والتبخر ، وتميع الغازات ، وما إلى ذلك .

والترموديناميك معقد من حيث أنه يسمح بوصف كل ظاهرة بطرق عديدة . فإذا أردنا وصف سلوك الغاز فإن بالامكان الانطلاق من أن ضغطه يتعلق بدرجة الحرارة وبالحجم ، كما يمكن افتراض أن الحجم يتعلق بالضغط وبدرجة الحرارة . وكذلك الأمر مع الطاقة الداخلية U : يمكن القول

أنها تتعين بدرجة الحرارة وبالحجم ، وهذا لايكلف سوى انتخاب هـــذين المتحولين بالذات ، كما يمكن أن نقول أيضاً أن U تتبع درجة الحرارة والضغط أو الضغط والحجم وهكذا . ولقد تعرفنا في الفصل السابق على تابع آخر لدرجة الحرارة والحجم المسمى بالانتروبية S . ولا شيء الآن يمنعنا من بناء توابـع أخرى لهذين المتحولين . فمثلاً إن التابـع (U − TS) يتعلق أيضاً بدرجة الحرارة والحجم . وعلى هذا الشكل فنحن نضطر للتعامل مع كمية كبيرة من المقادير المختلفة ، التي تتعلق بتراكيب المتحولات المتنوعة .

ولتبسيط فهم هذا الفصل لنتفق منذ البداية على إنتخاب درجة الحرارة والحجم كمتحولين مستقلين . والكيميائيون يستخدمون لهذه الغاية درجـــة الحرارة والضغط لسهولة قياسها والتحكم بها في التفاعلات الكيميائية ولكننا سنستخدم في كل مكان من هـــذا الفصل درجة الحرارة والحجم ونغير ذلك في مكان واحد فقط كي نرى كيف يتم الانتقال الى المتحولات الكيميائية .

وهكذا ندرس في البداية جملة واحدة من المتحولات المستقلة ، درجـــة الحرارة والحجم . ومن ثم نهتم بتابعين فقط لهذين المتحولين : هما الطاقة الداخلية والضغط . ويمكن بواسطة هذين التابعـــين الحصول على جميع التوابـع الترموديناميكية الاخرى . ولكن ليس من الضروري أن نعمل ذلك الآن . ويبقى الترموديناميك حتى بعد هذا التحديد مادة صعبة ولكن ليس على ذلك القدر من عسر الفهم !

سنتعرض في البداية للرياضيات قليلاً . فاذا كان مقدار ما تابعاً لمتحولين فان مفاضلته تحتاج لشيء من العناية اكثر مما فعلنا سابقاً عندما استعملنا التوابع ذات المتحول الواحد ، فماذا نفهم من اشتقاق الضغط بالنسبة لدرجة الحرارة ؟ فتغيرالضغط المرافق لتغير درجة الحرارة يتعلق جزئياً وضوحاًبما حصل للحجم اثناء

تغير درجة الحرارة . وقبل أن يأخذ مفهوم الاشتقاق بالنسبة لدرجة الحرارة معنى دقيقاً ينبغي أن يذكر شيء محدد عن تغير الحجم . فمثلاً يمكن التساؤل عن سرعة تغير P بالنسبة لـ T لدى ثبات الحجم . وعندها تكون نسبة تغيري هذين المقدارين في جوهرها اشتقاقاً عادياً ، وهذا ما تعودنا على كتابته بالرمز dP/dT . ونحن عادة نستخدم رمزاً خاصاً ∂P/∂T يذكرنا بأن P تتعلق أيضاً ، بالاضافة إلى تعلقها بـ T ، بالمتحول V ، وبأن هذا المتحول يبقى ثابتاً دون تغير . ولابراز حقيقة أن V لايتغير لانكتفي بالرمز ∂ بل ونضع دليلاً يشيرإلى المتحول الذي بقي ثابتاً فنكتب $(\partial P/\partial T)_v$.ومن الواضح ان وضع هذا الدليل في حالة المتحولين فقط هذه، ضرب من الإفراط، ولكنه يمكن أن يساعدنا على اجتياز الأدغال الترموديناميكية ذات المشتقات الجزئية بسهولة أكبر .

لنفترض أن التابع $f(x,y)$ يتعلق بمتحولين اثنين مستقلين x و y . اننا نفهم من الرمز $(\partial f/\partial x)_y$ الاشتقاق العـــادي ذاته ، الذي تُتبّع لايجاده الطرق العامة المعهودة كما لو كانت y ثابتة ويكون :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x,y) - f(x,y)}{\Delta x}$$

وبالمثل فاننا نعرف المشتق بالنسبة لـ y بالشكل :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{f(x,y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}$$

فمثلاً إذا كان $f(x,y) = x^2+yx$ فان $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = 2x + y$ في حين أن $x = (\partial f/\partial y)$.ويمكن أن نعمم ذلك على المشتقات من الرتب الأعلى فنكتب: $\partial^2 f/\partial y^2$ أو $\partial^2 f/\partial y \partial x$. و تعني الحالة الاخيرة أننا نشتق f في البـــدء

بالنسبة لـ x ، مع اعتبار y ثابتة ، ومن ثم نشتق بالنسبة لـ y مع ثبات x هذه المرة . وليس لترتيب الاشتقاق أي قيمة فلدينا :

$$\partial^2 f / \partial x \partial y = \partial^2 f / \partial y \partial x$$

هذا وقد يلزمنا حساب التغير Δf ، الذي يجري في $f(x,y)$ عندما تتحول x إلى $x + \Delta x$ وتتحول y إلى $y + \Delta y$. وسنفترض أن Δx و Δy لامتناهيان في الصغر فيكون :

$$\Delta f = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x,y)$$
$$\Delta f = \underbrace{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y+\Delta y)} + \underbrace{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}$$
$$\Delta f = \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y + \Delta y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x \qquad (45-1)$$

والمعادلة الأخيرة هي العلاقة الاساسية التي تربط بين تزايد Δf وكل من Δx و Δy .

لننظر الآن في كيفية إستخدام هذه العلاقة ؛ نحسب لهذا الغرض تغير الطاقة الداخلية $U(T,V)$ علماً بأن درجة الحرارة T تغيرت إلى $T + \Delta T$ وبأن الحجم V تحول إلى $V + \Delta V$. نستخدم العلاقة (1−45) ونكتب :

$$\Delta U = \Delta T \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \Delta V \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \qquad (45-2)$$

ولقد وجدنا في الفصل السابق عبارة أخرى لتغير الطاقة الداخلية ΔU ؛ فعندما أضيفت إلى الغاز المدروس كمية الحرارة ΔQ وجدنا :

$$\Delta U = \Delta Q - P \Delta V \qquad (45-3)$$

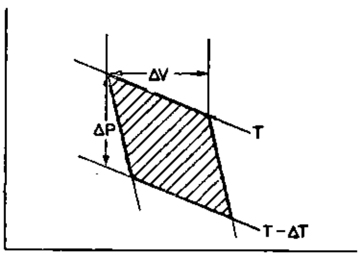
وبمقارنة (45-2) و(45-3) يمكن أن يظن أن $P = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ ولكن الامر ليس

كذلك . وللحصول على النتيجة الصحيحة ، نفترض في البدء ، أن الغاز يتلقى كمية الحرارة ΔQ دون أن يتغير حجمه ، أي بحيث يكون $\Delta V = 0$. فما دام $\Delta V = 0$ فان المعادلة (3 – 45) تنبئنا أن $\Delta U = \Delta Q$ ، والمعادلة (2 – 45) تؤكد أن $\Delta U = (\partial U/\partial T)_V \ \Delta T$ ولذلك فان : $(\partial U/\partial T)_V = \Delta Q/\Delta T$. والنسبة $\Delta Q/\Delta T$ هي كمية الحرارة الواجب تقديمها للجسم كي نغير درجة حرارته درجة واحدة ، مع الإبقاء على الحجم ثابتاً ، وهي المسماة الحرارة النوعية تحت حجم ثابت ويرمز لها بالرمز C_V . وعلى هذا الشكل نكون قد بيّنا أن :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V \qquad (45-4)$$

والآن نقدم للغاز من جديد كمية الحرارة ΔQ ، ولكن نتفق في هذه المرة على أن تبقى درجة الحرارة ثابتة ، بينما يسمح للحجم أن يتغير بالمقدار ΔV . إن التحليل في هذه المرة أعقد ولكن يمكننا حساب ΔU باستخدام حجج كارنو ، مما يدعو للاستفادة من دورة كارنو التي درسناها في الفصل السابق .

ولقد مُثل مخطط دورة كارنو في الشكل (٤٥ – ١) في مستوي الحجم



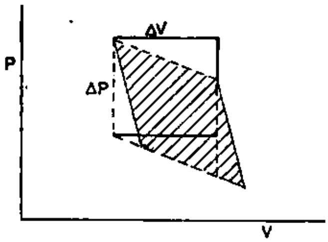
الشكل (٤٥ – ١)

مخطط دورة كارنو في المستوي PV . المنحنيات المؤشر عليها بـ T و $T - \Delta T$ متساويا الدرجة ، والمنحنيان المنحدران بينهما كظومان . وعندما يتمدد الغاز تمدداً متساوي الدرجة في الدرجة T يتلقى كمية الحرارة ΔQ ويزداد حجمه بالمقدار ΔV ، و ΔP هو تغير الضغط تحت حجم ثابت المقابل لهبوط درجة الحرارة من T الى $T-\Delta T$

والضغط. لقدسبق وبينا أن العمل الكلي الذي ينجزه الغاز في الدورة العكوسة يساوي ($\Delta T/T$) ΔQ ، حيث ΔQ هي الحرارة المقدمة للغاز في الدرجة T أثناء التمدد المتساوي الدرجة من V إلى $V+\Delta V$ ، أما $T-\Delta T$ فهي درجة الحرارة النهائية ، التي يبلغها الغاز أثناء التمدد الكظوم في المرحلة الثانية من الدورة ، وسنبين الآن أن هذا العمل ، يساوي بالاضافة إلى ذلك، المساحة المخططة على الشكل (٤٥ — ١) . إن عمل الغاز في كافة مراحل وجوده يساوي $\int PdV$ ، وهو موجب اذا تمدد الغاز وسالب اذا تقلص. فاذا نحن رسمنا علاقة P بـ V تمثلت تغيرات P و V بمنحن في كل نقطة منه قيمة معينة للضغط P تقابلها قيمة معينة للحجم V . والعمل الذي ينتجه الغاز ، أثناء تغير حجمه من قيمة لأخرى (أي التكامل $\int PdV$) ليس الا المساحة تحت المنحني الواصل بين قيمتي الحجم V الابتدائية والنهائية . وبتطبيق هذه الفكرة على دورة كارنو نقتنع بأنه اذا قمنا بدورة كارنو ، متذكرين اشارة العمل الذي ينجزه الغاز ، فان العمل الصافي الذي يقوم به الغاز يكون مساوياً المساحة المخططة على الشكل (٤٥ — ١) .

ولنحسب الآن هذه المساحة بشكل هندسي محض . تتميز الدورة التي استخدمت للحصول على الشكل (٤٥ — ١) عن الدورة التي سبق وصفها في الفصل السابق بأن ΔQ و ΔT هنا لامتناهيان في الصغر . فمنحنياتنا المتساوية الدرجة وكذلك الكظومة قريبة جداً بعضها من بعض. ولذلك يقترب الشكل المحدود بالخطوط الثخينة ، في الشكل (٤٥ — ١) ، من متوازي الأضلاع عندما تسعى التزايدات ΔQ و ΔT إلى الصفر ، ومساحة متوازي الأضلاع هذا تساوي بالضبط $\Delta P \Delta V$ (حيث ΔV هو تغير الحجم عندما يقدّم للغاز الطاقة ΔQ في درجة حرارة ثابتة ، و ΔP هي تغير الضغط عند تغير درجة الحرارة بمقدار ΔT مع بقاء الحجم ثابتاً) . ومن

السهل أن نبين أن المساحة المخططة على الشكل (٤٥ – ١) تساوي المساحة المحصورة بالخطوط المنقطة في الشكل (٤٥ - ٢) . ومن اليسير تحويل هذا الشكل إلى مستطيل ضلعاه ΔP و ΔV ولا يلزم لهذا سوى قطع مثلثين منه ولصقهما بشكل آخر مختلف بعض الشيء .



الشكل (٤٥ – ٢)
المساحة المخططة = المساحة المحددة بالخطوط المنقطة = مساحة المستطيل = $\Delta P \cdot \Delta V$

لنجمع كل نتائجنا معاً فنجد:

$$\Delta Q \frac{\Delta T}{T} = \Delta V\, \Delta P = \text{المساحة المخططة} = \text{عمل الغاز}$$

أو :

$$(\text{الحرارة اللازمة لتغيير } V \text{ بمقدار } \Delta V)_T \; \frac{\Delta T}{T} =$$

$$(\text{تغير الضغط عندما تتغير } T \text{ بمقدار } \Delta T)_V \cdot \Delta V = \qquad (45\text{–}5)$$

أو :

$$T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = (\text{الحرارة اللازمة لتغير الحجم } V \text{ بالمقدار } \Delta V)_T \, \frac{1}{\Delta V}$$

تضم العبارة (45–5) جوهر نتائج محاكات كارنو . ويمكن استنتاج الترموديناميك برمته منها ومن القانون الأول المتضمن في المعادلة (45–3) . والعبارة (45–5) في جوهرها هي القانون الثاني، بالرغم من أن كارنو قد صاغه

لأول مرة بشكل آخر مختلف بعض الشيء ، لأنه لم يستخدم تعريفنا لدرجة الحرارة .

والآن يمكننا أن نبدأ بحساب $(\partial U/\partial V)_T$. فما هو مقدار تغير الطاقة الداخلية U عند تغير الحجم بمقدار ΔV ؟ إن الطاقة الداخلية U تتغير أولاً على حساب الحرارة المقدمة وثانياً على حساب العمل المنجز . والحرارة المقدمة حسب المعادلة (5ـ45) تساوي :

$$\Delta Q = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \Delta V$$

والعمل المنجز على المادة يساوي $-P\,dV$. ولذلك يتركب التغير ΔU من قسمين :

$$\Delta U = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \Delta V - P\,\Delta V \qquad (45\text{-}6)$$

وبقسمة الطرفين على ΔV نجد سرعة تغير U بالنسبة لـ V عند ثبات T ويكون:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P \qquad (45\text{—}7)$$

وفي الترموديناميك الذي نحن بصدده حيث يوجد متحولان إثنان فقط هما T و V وتابعان P و U فقط ، تكون المعادلتان (3ـ45) و (7ـ45) هما المعادلتان الأساسيتان اللتان يمكن منهما استخراج جميع النتائج .

٤٥ ـــ ٢ : تطبيقات

لنناقش الآن معنى المعادلة (7ـ45) ولننظر كيف أنها تعطي الجواب

على الأسئلة المطروحة في الفصل السابق : لقد سبق واشتغلنا بدراسة مثل هذه المسألة : إذ من الواضح في النظرية الحركية أن ارتفاع درجة الحرارة يؤدي إلى زيادة الضغط . وذلك نظراً لزيادة قذف الذرات للمكبس . والأسباب الفيزيائية ذاتها تؤدي إلى أنه لدى اخراج المكبس ، تؤخذ كميـة من الحرارة من الغاز وينبغي لإبقاء درجة الحرارة ثابتة الاهتمام بتقديم الحرارة. فعند التمدد يبرد الغاز وعند التسخين يزداد ضغطه . فينبغي أن توجد علاقة ما بين هاتين الظاهرتـين وهي تُعرف من المعادلة (7—45) بشكل كامل . فاذا نحن حافظنا على الحجم ثابتاً ، ورفعنا درجة الحرارة ، إزداد الضغط بالمعدّل $(\partial P/\partial T)_V$. ويرتبط بهذه الحقيقة ما يلي : إذا زدنا الحجم ولم نقدم أية كمية من الحرارة ، للحفاظ على درجة الحرارة ثابتة ، يبرد الغاز ، وينبئنا المقدار $(\partial U/\partial V)_T$ عن قيمة الحرارة الواجب تقديمها بالضبط للحفاظ على درجة الحرارة . وتعبر المعادلة (7–45) عن العلاقة الأساسية بين هذين الأثرين . وهذا هو ما وعدنا بإيجاده ، عند التوجه لبحث قوانين الترموديناميك . فبدون معرفة البنية الداخلية للغاز ، وبالإعتقاد فقط بأنه ليس باستطاعتنا بناء الآلة الدائمة من النوع الثاني ، استطعنا استخراج العلاقة بين كمية الحرارة اللازمة للحفاظ على ثبات درجة الحرارة أثناء تمدد الغاز وبين تغير ضغط الغاز عند التسخين !

وبعد أن حصلنا من الغاز على كل شيء ضروري ندرس حالة اخرى هي حالة المطاط . فقد وجدنا عند شد الشريط المطاطي أن درجة حرارته ترتفع . وأن التسخين أجبره على التقلص . فما هي المعادلة التي تعطي ، في حـالة المطاط هذه ، نفس النتيجة التي أعطتها المعادلة (3–45) من أجل الغاز ؟ ففي البداية تسير الأمور كالسابق تماماً ؛ عندما يقدم للمطاط الحرارة ΔQ تتغير طاقته الداخلية بالمقدار ΔU وينتج عمل ما . ولكن هذا العمل يساوي الآن $-F\Delta L$ بدلاً من $P\Delta V$ ، حيث F القوة المطبقة على الشريط المطـــاطي

و L طول الشريط المطاطي . وتتعلق القوة F بدرجة الحرارة وبطول الشريط المطاطي . وبتبديل $-F\Delta L$ بـ $P\,dV$ في المعادلة (3–45) نجد :

$$\Delta U = \Delta Q + F\,\Delta L \qquad (45\text{-}8)$$

وبمقارنة المعادلتين (3–45) و (8—45) نقتنع بأن المعادلة في حالة المطاط نتجت مباشرة بعد تبديل حروف بأخرى . فإذا أحللنا L محل V و F – محل P نتبين ان جميع حجج دورة كارنو قابلة للتطبيق على المطاط . ويمكن أن نستنتج في الوقت نفسه ، مثلاً ، الحرارة ΔQ اللازمة للاستطالة بالمقدار ΔL من معادلة تشبه المعادلة (5–45) ويكون : $\Delta Q = -T(\partial F/\partial T)_L\,\Delta L$. وتنبئنا هذه المعادلة عن مقدار زيادة القوة بالتسخين عند بقاء طول الشريط المطاطي ثابتاً ، بدلالة كمية الحرارة اللازمة للحفاظ على درجة الحرارة ثابتة لدى استطالة الشريط المطاطي بمقدار صغير . وهكذا يتضح لنا أن المعادلات ذاتها تنطبق على الغاز وعلى المطاط . لابل ويمكن أن نكتب $\Delta U = \Delta Q + A\,\Delta B$ حيث تعبر A و B عن القوى والاطوال المختلفة أو عن الضغط والحجم الخ . فاذا كنا نهتم بسلوك الغاز ترتب تغيير A و B إلى P و V . ولننظر ، كمثال على ذلك ، في فرق الكمونات الكهربائية ، أو في « الجهد » ، لبطارية E وفي شحنة ΔZ تمر عبر البطارية . فنحن نعلم أن العمل الذي تنتجه بطارية كهربائية عكوسة ، مثل المدخرة ، يساوي $E\Delta Z$. (وطالما أننا لم نأخذ الحد $P\,\Delta V$ بعين الاعتبار يترتب أن نتطلب بقاء الحجم ثابتاً في بطاريتنا) . لننظر الآن ماذا يخبرنا الترموديناميك عن عمل البطارية . فاذا كتبنا E محل P و Z محل V نحصل بدلاً من المعادلة (6—45) على :

$$\frac{\Delta U}{\Delta Z} = -T\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_Z - E \qquad (45-9)$$

وهذه المعادلة تقول لنا أنه أثناء تجوال الشحنة ΔZ في البطارية تتغير الطاقة الداخلية U . ولكن لم لا يكون $\Delta U/\Delta Z$ ببساطة الجهد E للبطارية ؟ المسألة هي في أن حركة الشحنات في الظروف الحقيقية داخل البطارية تسبب انتشار الحرارة . فالطاقة الداخلية للبطارية تتغير أولاً على حساب العمل الذي تنتجه البطارية في الدارة الخارجية وثانياً على حساب سخونة البطارية . ومما يثير الانتباه أن الجزء الثاني من تغير الطاقة الداخلية يمكن حسابه أيضاً بمراقبة كيفية تغير جهد البطارية مع تغير درجة الحرارة. وبالمناسبة عندما تسري الشحنات في البطارية تجري فيها تفاعلات كيميائية وتشير المعادلة (45—9) إلى أفضل طريقة لقياس الطاقة الضرورية للتفاعل الكيميائي . وكل ما نحتاجه هو صناعة بطارية تعمل على هذا التفاعل ، وأن نقيس ببساطة الجهد في البدء ومن ثم تتبع كيفية تغير الجهد مع درجة الحرارة ، عندما لا تخرج أية شحنة من البطارية ! .

لقد افترضنا أن بالامكان الحفاظ على حجم البطارية ثابتاً ، ولهذا السبب بالذات سمحنا لأنفسنا باهمال الحد $P\Delta V$ واعتبار عمل البطارية مساوياً $E\Delta Z$ فقط . ولكن يتبين أن الحفاظ على الحجم ثابتاً أمر صعب جداً تكنيكياً . والاسهل بكثير هو الحفاظ على البطارية تحت ضغط جوي ثابت . ولهذا السبب لا يحب الكيميائيون المعادلات التي فرغنا من كتابتها : فهم يفضلون المعادلات التي ترتبط بالضغط الثابت . وقد اتخذنا منذ بداية هذا الفصل V و T متحولين مستقلين . ويحبذ الكيميائيون استخدام P و T أكثر ولذا سننظر الآن في كيفية تحول نتائجنا لدى الانتقال إلى جملة المتحولات الكيميائية وحاولوا ألا تقعوا أثناء ذلك بالخطأ بسبب انتقالنا من T و V إلى T و P .

لقد بدأنا من المعادلة (3—45) وهي $\Delta U = \Delta Q - P\Delta V$ ، والحد $P\Delta V$ يمكن

أن يتغير إلى E ΔZ أو حتى إلى AΔB . فإذا تيسر لنا بشكل ما أن نجعل VΔP مكان PΔV يكون عندئذ P و V قــد تبادلا الأدوار وأصبح الكيميائيون مسرورين . ويلاحظ الشخص النبيه أن تفاضل الجـداء PV يساوي $d(PV) = P\,dV + V\,dP$ وباضافة هذه المساواة إلى (3—45) نحصل على :

$$\begin{aligned} \Delta(PV) &= P\Delta V + V\Delta P \\ \Delta U &= \Delta Q - P\Delta V \\ \hline \Delta(U+PV) &= \Delta Q + V\Delta P \end{aligned}$$

ولكي تتمشى جميع استنتاجاتنا التالية مع النتائج الحـــاصلة من المعادلة (3—45) دعنا نعتبر $U + PV$ تابعاً جديداً ما ندعوه الإنتالبية H ونكتب لذلك : $\Delta H = \Delta Q + V\Delta P$.

فها نحن الآن قد تجهزنا لنقل جميع محاكاتنا إلى اللغة الكيميائية ولا يجب علينا سوى تذكر أن $H \leftrightarrow U$ و $V \leftrightarrow -P$ و $P \leftrightarrow V$. والكيميائيون يعتقدون أن الترموديناميك برمته يكمن في المعادلة التالية وليس في المعادلة (7— 45) :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + V$$

وبعد أن اتضح كيف يتم الإنتقال إلى المتحولات الكيميائية V و P نعود إلى متحولينا الأصليين . ومنذ الآن وحتى نهـــاية الفصل سيبقى متحولانا المستقلان هما T و V .

دعنا الآن نطبق النتائج الحاصلة على بعض التحولات الفيزيائية . ولننظر بادىء الأمر في الغاز الكامل . فمن المعروف من النظرية الحركية أن الطاقة

الداخلية للغاز لاتتعلق بشيء سوى بحركة الجزيئات وعددها . فالطاقة الداخلية تتعلق بـ T وحدها ولا تتبع الحجم V . وإذا تغير V مع بقـــاء T ثابتة فـــان U لاتتغير . ومعنى هذا أن $(\partial U/\partial V)_T = 0$ والمعادلة (45—7) تخبرنا أنه بالنسبة للغاز الكامل يكون :

$$T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = 0 \qquad (45—10)$$

والمعادلة (45 — 10) معادلة تفاضلية تحكي لنا شيئاً ما عن P . ونحن نتدبر المشتق الجزئي على هذا النحو : طالما أن المشتق الجزئي محسوب لدى ثبات V فيمكن أن نغيّر المشتق الجزئي الى مشتق عادي انما يجب أن نذكر فقط أن كل ذلك يجري « مع ثبات V » . وتأخذ المعادلة (45—10) عندئـذ الشكل :

$$T\frac{\Delta P}{\Delta T} - P = 0 \ (\text{لدى ثبات } V) \qquad (45—11)$$

ولا يشكل التكامل بالنسبة لنا أية صعوبة ونجد :

$$\left.\begin{aligned} \ln P &= \ln T + \text{ثابت} \ (\text{مع ثبات } V) \\ P &= \text{ثابت} \times T \quad (\text{مع ثبات } V) \end{aligned}\right\} \qquad (45—12)$$

ونحن نعلم أن ضغط الغاز الكامل يساوي :

$$P = \frac{RT}{V} \qquad (45\text{-}13)$$

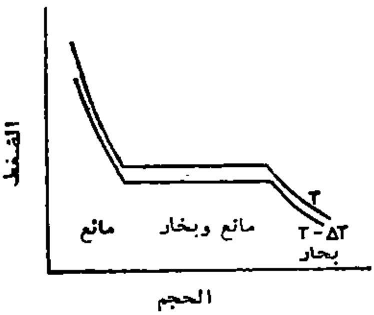
وهذه العلاقة على اتفاق مع (45 - 12) لأن R و V ثابتان . فاذن لِمَ أرهقنا أنفسنا بحل هذه المعادلة ؟ والنتيجة معروفة سلفاً . ذلك لأننا استخدمنا

تعريفين مستقلين لدرجة الحرارة ! فمرة افترضنا ، أن الطاقة الحركية للجزيئات تتناسب مع درجة الحرارة . وهذا الافتراض أدى بنا إلى سلم درجات الحرارة الذي دعوناه سلم الغاز الكامل . وتحسب درجة الحرارة T في المعادلة (13–45) بالسلم الغازي هذا . وقد سمينا درجة الحرارة المحسوبة بالسلم الغازي درجة الحرارة الحركية ، وبعد ذلك عرفنا درجة الحرارة بشكل آخر ، ولم يتطلب هذا التعريف أبداً أية مادة . فبالانطلاق من القانون الثاني قد عرفنا ما يمكن أن نسميه « درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة » T ؛ وهي تظهر في المعادلة (12–45) . وقد برهنا هنا فقط على أن ضغط الغاز الكامل (وليس الغاز الكامل بالنسبة لنا إلا شيء ما ، طاقته الداخلية لاتتعلق بالحجم) يتناسب مع درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة . ونحن نعلم إلى جانب ذلك أن الضغط يتناسب مع درجة الحرارة المقيسة في السلم الغازي . فعلى هذا الشكل يمكن أن نستنتج بأن درجة الحرارة الحركية تتناسب مع « درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة » . وهذا يعني بالطبع أنه إذا كنا متعقلين أمكن لتأشيرات السلمين أن تكون على وفاق دائم . ويمكن في نهاية الأمر أن ينتخب هذان السلمان بحيث ينطبق احدهما على الآخر ، أي يمكن جعل ثابتة التناسب مساوية للواحد . لقد بقي الناس زمناً طويلاً يختلقون المصاعب لانفسهم ولكنهم جعلوا في نهاية المطاف من السلمين سلماً واحداً !

٤٥ — ٣ : معادلة كلاوزيوس - كلابيرون

إن تبخر الموائع هو حقل آخر يمكن أن تطبق فيه نتائجنا . لنفترض أننا نولج المكبس في اسطوانة فيها مائع ما . فيكون من الطبيعي أن نطرح على أنفسنا السؤال التالي: كيف يتعلق الضغط بالحجم إذا بقيت درجة الحرارة ثابتة؟

وبعبارة أخرى نريـد أن نرسم المنحنيات المتساوية الدرجة على المخطط PV . إن المادة الموجودة في الاسطوانة ليست غازاً كاملاً كذاك الذي سبق أن عالجناه ؛ فهي الآن مائع أو بخار كما يمكن أن تكون هذا وذاك معاً . فإذا ضغطت المادة بقوة كافية فإنها تبدأ بالتحول إلى المائع . وإذا نحن تابعنا زيادة الضغط بتغير الحجم بمقدار طفيف جداً وتصعـد منحنياتنا المتساوية الدرجة، لدى تصغير الحجم، بحدّة إلى الأعلى كما هو مبين في الجزء اليساري من الشكل (٤٥ - ٣) .



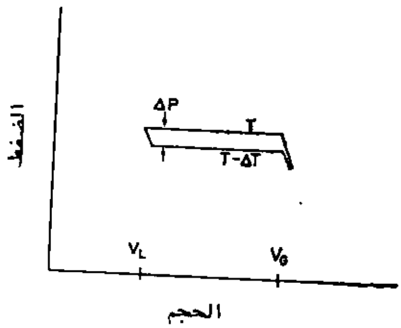
الشكل (٤٥ - ٣)
متساويات الدرجة في البخار المتكاثف. ينضغط البخار في الاسطوانة . ففي اليسار تحولت المادة برمتها الى مائع؛ وفي اليمين تبخر كل المائع ، وفي الوسط يتعايش البخار والمائع في الاسطوانة .

Isothermal lines for a condensable vapor

وإذا زيد الحجم باخراج المكبس من الأسطوانـة شيئاً فشيئاً استمر هبوط الضغط حتى نبلغ نقطة غليان المائع ويظهر البخار في الاسطوانة . ويؤدي الاستمرار باخراج المكبس إلى اشتداد الاستبخار . وعندمـا تكون الاسطوانة ممتلئة جزئيـاً بالبخار وجزئياً بالمائع يستتب بينهما التوازن، أي أن المائع يتبخر والبخار يتكاثف وسرعتا هذين التحولين متساويتان . فإذا هُيِّء للبخار حجم كبيرٌ فإنه ينبغي للحفاظ على الضغط السابق كمية أكبر من البخار . ولذا وبالرغم من استبخار المائع برمته تقريباً يبقى الضغط على حاله . فعلى طول الجزء المستوي من الشكل (٤٥ - ٣) لا يتغير الضغط وهذا الضغط يدعى ضغط البخار في الدرجة T . وإذا استمرت زيادة الحجم تأتي لحظة ينفذ فيها مخزون المائع . وبعدئذ يهبط الضغط مع زيادة الحجم لأننا الآن نتعامل مع غاز عادي ؛ وهذا

مايظهر في الجزء الأيمن في المخطط PV . والمنحني السفلي في الشكل (٤٥ - ٣) هو متساوي درجة آخر في درجة أخفض بقليل $T - \Delta T$ ، إن ضغط المائع في هذه الحالة أقل قليلاً من السابق لأنه مع زيادة درجة الحرارة تتمدد الموائع (وليس كل الموائع ، فالماء قرب درجة التجمد يسلك سلوكاً معاكساً) يتناقص وضغط البخار بالطبع لدى تخفيض درجة الحرارة .

ويمكن أن نبني مرة أخرى من المنحنيين المتساويي الدرجة دورة ، بوصل أطراف قسميها المستويين (بمنحنيين كظومين مثلاً) كما هو مبين في الشكل (٤٥ - ٤) . والنتوء الصغير في الزاوية اليمنى السفلى من الشكل قليل الشأن وسنتجاهله بكل بساطة . لنستخدم حجج كارنو التي تبين كيف ترتبط الحرارة المقدمة للمائع لتحويله إلى بخار مع العمل الذي تنجزه المادة عند إتمام الدورة . لتكن L الحرارة اللازمة لتبخر المائع الموجود في الأسطوانة . ولنتذكر مناقشتنا عند استنباط المعادلة (45—5) ،



الشكل (٤٥ - ٤)
المخطط PV لدورة كارنو مع البخار المتكاثف في الاسطوانة . في اليسار تتحول كل المادة الى مائع . وينبغي لتبخرها جميعها في الدرجة T تقديم الحرارة L . وعند هبوط درجة الحرارة من T الى $T - \Delta T$ يتمدد البخار بشكل كظوم .

فنقول بلا تردد أن $L(\Delta T/T)$ تساوي العمل الذي تنجزه المادة . وعمل المادة كما في السابق يساوي المساحة المحصورة داخل الدورة . وهذه المساحة تساوي تقريباً $\Delta P (V_G - V_L)$ حيث ΔP فرق ضغط البخار في الدرجتين T و $T - \Delta T$ ، و V_G هو حجم الغاز و V_L هو حجم المائع . وينبغي قياس

كل من الحجمين تحت ضغط يساوي ضغط البخار . وبمقارنة عبارتي العمل نجد أن $L(\Delta T/T) = \Delta P(V_G - V_L)$ أو :

$$\frac{L}{T(V_G-V_L)} = \left(\frac{\partial P_{\text{بخار}}}{\partial T}\right) \qquad (45\text{-}14)$$

وتربط المعادلة (14—45) بين سرعة تغير ضغط البخار مع درجة الحرارة وبين كمية الحرارة اللازمة لتبخر المائع . وبالرغم من أن كارنو هو الذي استخرجها فإنها تدعى معادلة كلاوزيوس ـ كلابيرون .

لنقارن المعادلة (14—45) مع النتيجة الحاصلة من النظرية الحركية . إن V_G عادة أكبر بكثير من V_L . وعليه فإن $V_G - V_L \approx V_G = RT/P$ لكل جزيئة غرامية (مول) . وإذا افترضنا أيضاً أن L ثابتة لاتتعلق بدرجة الحرارة (بالرغم من أن هذا ليس تقريباً جيداً) فإننا نجد أن $\partial P/\partial T = L/(RT^2/P)$. وحل هذه المعادلة التفاضلية هو :

$$P = (\text{ثابت})\, e^{-L/RT} \qquad (45-15)$$

وينبغي أن نستوضح ماهي العلاقة بين هذه العبارة وبين العلاقة التي حصلنا عليها سابقاً من النظرية الحركية والتي تربط بين الضغط ودرجة الحرارة . فالنظرية الحركية تقول ، ولو بشكل غير دقيق ، أن عدد جزيئات البخار فوق المائع يعطى تقريباً بالعلاقة :

$$n = \left(\frac{1}{V_A}\right) e^{-(U_G-U_L)/RT} \qquad (45-16)$$

حيث $U_G - U_L$ فرق الطاقتين الداخليتين للغاز وللمـــائع المنسوبتين لجزيئة غرامية ، أي الطاقة اللازمة لتبخير جزيئة غرامية واحدة من المائع . إن المعادلة الترموديناميكية (15—45) والمعادلة (16—45) المشتقة من النظريـــة الحركية متشابهتان جداً لأن الضغط يساوي nkT ولكن مع ذلك هما معادلتان مختلفتان . غير أنهما يمكن أن تجعلا متطابقتين اذا استبدل بالافتراض القديم : ثابت $= L$ إفتراض يقضي بثبوت $L - U_G$ • فاذا افترضنا أن $L - U_G$ ثابتة لا تتعلق بدرجة الحرارة ، فإن التصورات التي نتجت منها سابقاً أي المعادلة (15—45) تؤدي الآن إلى المعادلة (16—45) .

تبين هذه المقارنة فضائل الترموديناميك ونواقصه بالنسبة للنظرية الحركية. فقبل كل شيء إن المعادلة (14—45)التي أوجدها الترموديناميك هي علاقةدقيقة في حين أن المعادلة(16—45) ليست سوى تقريب لا يصح إلا اذا كانت U ثابتة تقريباً، واذا كان النموذج المعتمد صحيحاً. ثانياً إن من الممكن أننا لن نستطيع أن نفهم فهماً تاماً كيف يتحول الغاز إلى مائع ولكن المعادلة (14—45) رغم ذلك هي الصحيحة وليست (16—45) إلا تقريب فقط . ثالثاً بالرغم من أننا تحدثنا عن تحول الغاز إلى مائع فان حججنا تصح من أجل أي تحول من حالة إلى أخرى . فمثلاً إن تحول الجسم الصلب إلى مائع يوصف بمنحنيـــات كبيرة الشبه بالمنحنيات الظاهرة في الشكلين(٤٥ - ٣) و (٤٥ - ٤) . فبادخال الحرارة اللاطية للانصهار وهي(جزيئة غرامية /M)نحصل على عبارة تشبه المعادلة (14—45) وهي : $(\partial P_{\text{انصهار}} / \partial T)_V = M / [T(V_{\text{مائع}} - V_{\text{صلب}})]$.
فيمكن أن لا نعلم أي شيء عن النظرية الحركية لتحول الانصهار ومع ذلك نحصل على المعادلة الصحيحة . غير أننا لو عرفنا النظرية الحركية لحصلنا بشكل مباشر على ميزة أخرى . فالمعادلة (14—45) ليست سوى معادلة تفاضليـــة

ونحن لا نستطيع بعد ذلك أبداً أن نجد ثوابت التكامل. أما في النظرية الحركية فيمكن حساب هذه الثوابت أيضاً ، إذا توافر لدينا نموذج جيد يصف الظاهرة كلها بشكل كامل . فهكذا يوجد في كل نظرية الحسن والسيء . فاذا كانت معرفتنا ضعيفة ، والصورة معقدة ، فان العلاقات الترموديناميكية هي أقدر وسيلة للمعالجة. وعندما تتبسّط الصورة إلى درجة أنه يمكن تحليلها نظرياً، فإن من الأحسن أن نحاول في البدء استخلاص كل ما يمكن استخلاصه من هذا التحليل النظري .

ولنضف أيضاً مثالاً آخر هو إشعاع الجسم الأسود . لقد سبق أن تكلمنا عن الصندوق الذي يحوي الإشعاع ولا شيء سواه ، وفسرنا التوازن بين الإشعاع والهزازة . كما بينا كذلك أنه عندما تصطدم الفوتونات بجدران الصندوق تولد ضغطاً P . وقد استخرجنا العبارة $PV = U/3$ حيث U هي طاقة الفوتونات الكلية و V حجم الصندوق ، فإذا وضعنا $U=3PV$ في المعادلة الأساسية (7—45) وجدنا أن :

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 3P = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \qquad (45-17)$$

وبما أن حجم الصندوق لايتغير يمكن أن نكتب $\partial P/dT$ محل $(\partial P/\partial T)_V$ ونحصل على معادلة تفاضلية عادية، تتكامل بسهولة وتعطي: ثابت + $\ln P = 4 \ln T$ أو T^4 (ثابت) $= P$. فضغط الإشعاع يتغير كتغير درجة الحرارة مرفوعة للقوة الرابعة ، ولذلك فإن طاقة الإشعاع $U/V = P/3$ تتغير كذلك كتغير T^4 . ونكتب عادة هذه العلاقة على الشكل: $U/V = (4\sigma/c.)T^4$ حيث c سرعة الضوء و σ ثابتة أخرى . ولا ينبئنا الترموديناميك لوحده بشيء عن هذه

الثابتة σ ، وهذا مثال جيد على قـــدرة الترموديناميك وعلى ضعفه . فمعرفة أن U/V تتغير كتغير T^4 هو عمل عظيم ولكنه لا يمكن معرفة ما تساويه U/V فعلا ، في أية درجة حرارة ، الا بتمحيص تعطيه تفاصيل النظرية الكاملة . ونحن لدينا نظرية اشعاع الجسم الأسود وسنقوم الآن بحساب σ .

ليكن $I(\omega)d\omega$ هو توزع الشدة ، وبعبارة أخرى تدفق الطاقة عبر متر مربع ، في ثانية واحدة ، في مجال التواترات بين ω و $\omega + d\omega$ فيكون :

$$\frac{I(\omega)d\omega}{c} = \frac{\text{الطاقة}}{\text{الحجم}} = \text{توزع كثافة الطاقة}$$

ولذلك يكون :

$$\frac{U}{V} = \text{كثافة الطاقة الكلية}$$

$$\frac{U}{V} = \int_{\omega=0}^{\infty} (\text{كثافة الطاقة بين } \omega \text{ و } \omega + d\omega)$$

$$\frac{U}{V} = \int_{0}^{\infty} \frac{I(\omega)d\omega}{c}$$

لقد استطعنا أن نعرف حتى الان أن :

$$I(\omega) = \frac{\hbar\,\omega^3}{\pi^2 c^2 (e^{\hbar\omega/kT} - 1)}$$

وبوضع عبارة $I(\omega)$ في معادلتنا الخاصة بـ U/V نحصل على :

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{\pi^2 c^3} \int_{0}^{\infty} \frac{\hbar\,\omega^3\,d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$$

$$\frac{U}{V}=\frac{(kT)^4}{h^3\pi^2c^3}\int_0^\infty \frac{x^3\ dx}{e^x-1}$$

وهذا التكامل بكل بساطة عبارة عن عدد ما ، يمكن ان نجده بشكل تقريبي ؛ إذ يكفي ان نرسم المنحني الذي يمثل التابع المكامل ونحسب المساحة تحته . ويساوي هذا العدد تقريباً 6.5 . ويمكن ان يحسب الرياضيون تكاملنا بكل دقة فهو يساوي $\pi^4/15$(*) وبمقارنة هذه العبارة مع العبارة السابقة $U/V = (4\,\sigma/c)\,T^4$ نجد عبارة σ :

$$\sigma=\frac{k^4\ \pi^2}{60\ h^3\ c^2}=5.67\ 10^{-8}\ \frac{\text{Watt}}{m^2\cdot(\text{درجة})^4}$$

فاذا أحدثنا في الصندوق ثقباً صغيراً مساحته وحدة المساحة فما هي الطاقة

(*) لما كان $\left[\ (e^x-1)^{-1}=e^{-x}+e^{-2x}+\cdots\ ,\ \right]$ فان التكامل يساوي:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^\infty e^{-nx}\,x^3\,dx$$

ولكن: $\int_0^\infty e^{-nx}\,dx=1/n$. وبالمفاضلة ثلاث مرات بالنسبة لـ n نحصل على :

$\int_0^\infty e^{-nx}\,x^3\,dx=6/n^4$ ؛ فالتكامل يساوي اذن $6\ \left(1+\frac{1}{16}+\frac{1}{81}+\ldots\right)$

ويكفي عدد قليل من الحدود الاولى في السلسلة لاعطاء تقريب جيد. وسيكون في مقدورنا في الفصل الخمسين ان نبين ان مجموع مقاليب الاعداد الصحيحة المرفوعة للقوة الرابعة يساوي $\pi^4/90$.

التي تنفـذ من خلاله في الثانية الواحـدة ؟ فلكي نجد تدفق الطاقة ، نضرب كثافة الطاقة U/V في c . وينبغي ان نضرب كذلك بـ 1/4 ؛ وقد دخل هذا الربع للاسباب الآتية : أولاً يظهر $\frac{1}{2}$ لأننـا نحسب الطاقـة المنطلقـة نحو الخارج فقط، وثانياً اذا كان التيار يقترب من الثقب بزاوية غير الزاوية القائمة فإنه يلقى صعوبـة أكبر في الخروج ؛ ويحسب نقصان الفاعلية هذا بالضرب بجيب تمام الزاوية مـع الناظم . والقيمة المتوسطة لجيب التمام هي 1/2 . والآن أصبح من الواضح لم كتبنا $U/V = (4\,\sigma/c)T^4$: بحيث يمكننا أن نقول أخيراً أن التدفق من ثقب صغير هو σT^4 في وحدة المساحة .

عبد الرحمن الكويتي

* * *

مسائل وتمارين

٤٥ — ١ : تشع الشمس تقريبا مايشعه جسم أسود درجة حرارته $5700^{o}K$. فاذا عرّضنا لضوء الشمس كرة نحاسية سوداء تماماً موضوعة على مسافة وحدة فلكية واحدة من الشمس ، فما هي درجة حرارة التوازن التي ستبلغها ؟ (تُرى الشمس من الأرض بزاوية مقدارها 0.50^{o}) .

٤٥ — ٢ : تسقط أشعة الشمس ، بصورة عمودية ، على حقل واسع مرصوف اسود في أفريقيا الاستوائية . فاذا سلك سطح هذا الحقل سلوك جسم أسود ، فما هي درجة الحرارة العظمى التي يبلغها ؟ (الثابتة الشمسية هي 1395 وات/م^{٢}) .

٤٥ — ٣ : يحاط جسم أسود ، نصف قطره r ، ودرجة حرارته T ، بقشرة رقيقة نصف قطرها R ، سوداء من الجانبين . أوجد العامل الذي ينقص به معدل تبريد الجسم نتيجة وضع درع الاشعاع هذا .

(افترض أن المكان بين الكرتين خلى ، أي أنه لا توجد ضياعات نقل حرارية عبره) .

٤٥ — ٤ : تبلغ الكثافة في مركز الشمس $80 g.cm^{-3}$ تقريباً ، ودرجة الحرارة المركزية فيها $13 \times 10^{6} K$ تقريباً . وتتألف مادة الشمس كلها تقريباً من البروتونات والالكترونات . أوجد ضغط الغاز ، وضغط الاشعاع ، في مركز الشمس .

٤٥ – ٥ : تساوي الحرارة اللاطية لاستبخار الماء $2.44 \times 10^6 J.kg^{-1}$ تقريباً، وتساوي كثافة البخار ، في الدرجة 100^oC المقدار $0.598 kg.m^{-3}$. استخدم معادلة كلاوزيوس ـ كلابيرون لايجاد معدل تغير درجة حرارة الغليان مع الارتفاع ، بالقرب من سطح البحر ، وذلك بالدرجة المئوية لكل كيلو متر . أفرض أن درجة حرارة الهواء تساوي 300^oK .

٤٥ – ٦ : بيّن أنه ، من أجل غاز كامل ، أي من أجل غاز لاتتعلق طاقته الداخلية الا بـ T ، يكون الفرق بين السعتين الحرارتين الموليتين ، عند ضغط ثابت ، وحجم ثابت ، مساوياً ثابتة الغاز R ، أي أن :

$$C_p - C_v = R$$

٤٥ – ٧ : يساوي الحجم النوعي لبخار الماء المشبع $206 m^3/kg$ في الدرجة 0^oC . ماهي حرارة الاستبخار اللاطية ، مقدرة بـ J/kg ، عند هذه الدرجة ؟ (عين dP/dT من الجداول ، واحسب L ، وقارن مع القيمة المعطاة في الجداول) .

٤٥ – ٨ : إذا امتص جسم معين جزءاً محدداً A من كل الاشعاع الوارد على سطحه وعكس ماتبقى منه ، فبين أنه يشع ، في الدرجة T ، مقداراً يساوي $A\sigma T^4$ بوحدة السطح .

٤٥ – ٩ : (أ) استعمل طريقة في البرهان تعتمد على الترموديناميك لتبين أنه ، إذا تمددت مادة ما عندما تتجمد ، فان درجة حرارة تجمدها ينبغي أن تتناقص مع تزايد الضغط .

(ب) قدّر أخفض درجة حرارة للجليد ، على حلبة تزحلق ، تجعل التزحلق على الجليد ممكناً .

عبد الرؤوف الكويتي

الفصل السادس والأربعون

Ratchet and pawl

المسنن والكلاب

٤٦ ـــ ١ : كيف يعمل المسنن

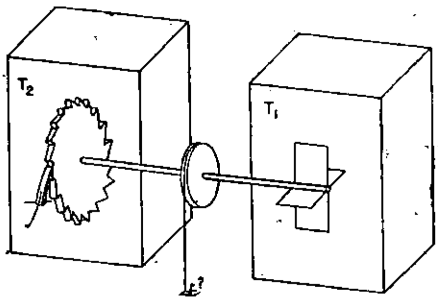
سنتكلم في هذا الفصل عن المسنن والكلاب أي عن الجهاز البسيط جداً الذي يسمح للمحور بالدوران في اتجاه واحد فقط . ويفيد امكان الحصول على الدوران في جهة واحدة في التحليل الدقيق والعميق الذي تستنبط منه نتائج هامة .

والمسائل التي سنناقشها تنشأ لدى محاولة إيجاد تفسير بسيط ، سواء من وجهة النظر الجزيئية أم من وجهة النظر الحركية ، لوجود حد أعلى للعمل الذي يمكن أن يحصل عليه من الآلة الحرارية . وفي الحقيقة لقد اصبحنا نعلم جوهر برهان كارنو ، ولكنه من الممتنع أن نجد ايضاً برهانه الابتدائي أي ذلك البرهان الذي كان باستطاعته لو وجد أن يبين كيف يجري الأمر فيزيائياً بالفعل . وتوجد ، بالطبع ، براهين رياضة معقدة ، تستند الى قوانين نيوتن ، تدل على وجود حد أعلى لمقدار العمل الذي يمكن الحصول عليه ، لدى تدفق الحرارة من مكان الى آخر ؛ ولكن ليس من اليسير ابداً جعل هذه البراهين ابتدائية . وباختصار نحن لانفهم هذه البراهين رغم اننا نستطيع متابعة الحسابات الرياضية.

ففي برهان كارنو لدينا الحقيقة القائلة بانه لايمكن استخراج مقدار من العمل يفوق حداً معيناً ، عند الانتقال من درجة حرارة إلى اخرى ، وتنتج هـــذه

الحقيقة من موضوعة اخرى هي انه إذا كان كل شيء يجري في درجة واحدة من الحرارة فإنه لا يمكن تحويل الحرارة الى عمل باستخدام دورة مغلقة . لذلك دعنا نحاول قبل كل شيء ، حتى ولو على مثال ابتدائي واحد ، ان نفهم سبب صحة هذا القانون الأبسط .

لنحاول أن نخترع جهازاً ينتهك قانون الترموديناميك الثاني ، بحيث نحصل على عمل من خزان حراري درجة الحرارة واحدة في كل أجزائه . ولنفترض أنه يوجد في وعاء كمية من الغاز في درجة ما من الحرارة ، وانه يوجد في داخله مروحة كما في الشكل (٤٦ — ١) ، وان درجة الحرارة واحدة $T_1=T_2=T$. فالمروحة ستهتز من جراء اصطدام جزيئات الغاز بها . ولم يبق علينا سوى بناء دولاب على طرف المحور الآخر ، يمكن أن يدور في اتجاه واحد فقط ، وهذا هو المسنن والكلاّب . فالكلاّب يعارض محاولات المروحة للدوران في احد الاتجاهين وهو يسمح بالدوران في الاتجاه الآخر . فيدور الدولاب الصغير اذن ببطء ؛ ويمكن ، إذا تيسّر ربط برغوث بخيط وتعليقه على بكرة مثبتة على المحور ، رفع هذا البرغوث !



الشكل (٤٦ — ١)
آلة تتألف من مسنّن وكلاّب

أيمكن هذا ياترى؟ إن هذا غير ممكن حسب فرضية كارنو. ولكن يبدو من الانطباع الاولي ان هذا ممكن جداً . وواضح أنه ينبغي دراسة الموضوع بعناية اكبر . وإذا أمعنت النظر ، بالفعل ، في عمل المسنّن والكلاّب ، يتبين ان الامور ليست على هذه البساطة .

فأولاً ، وبالرغم من أن المسنن المبتكر على غاية البساطة فانه يوجد ايضاً الكلاب الذي يفترض وجود نابض صغير تحته . فبعد القفز عن السن السابق ، يترتب على الكلاب أن يعود الى وضعه السابق ، وهكذا لا بد من وجود النابض الصغير .

وهناك خاصة جوهرية أخرى في المسنن والكلاب (لا يمكن اظهارها على الشكل) ، وهي خاصة اساسية . لنفترض أن أجزاء جهازنا مثالية المرونة . فعندما يرتفع الكلاب مع نهاية السن ويبدأ النابض بالعمل يرتطم الكلاب على الدولاب ويبدأ بالقفز ،واذا حصل في هذه الاثناء التأرجح التالي ، فيمكن للمروحة أن تدور في الاتجاه الآخر لأن السن يمكن أن ينزلق تحت الكلاب حينما يكون هذا مرتفعاً قليلاً ! وهذا يعني أنه من المهم بالنسبة لعدم عودة المروحة أن يكون الجهاز قادراً على اخماد قفزات الكلاب . ولكن عند هذا الاخماد تنتقل طاقة الكلاب الى المسنن وتأخذ شكل الطاقة الحرارية . فتشتد حرارة المسنن اكثر فأكثر مع الدوران . وللتبسيط لنترك الغاز حول المسنن يحمل بعيداً قسماً من الحرارة . وعلى كل حال يستمر الغاز نفسه بالسخونة مع المسنن . ثم ماذا ؟ هل سيبقى ذلك مستمراً للابد ? كلا فالمسنن والكلاب بحد ذاتها ، حال وجودهما في درجة حرارة ما T ، يخضعان ايضاً للحركة البراونية . وهذا يعني أنه من وقت لآخر يرتفع الكلاب بالصدفة ويمر بجانب السن في نفس اللحظة التي تحاول حركة المروحة البراونية إعادتها للخلف . وكلما ازدادت درجة الحرارة ارتفاعاً ازداد احتمال وقوع ذلك .

وهذا يفسر لماذا لا تبقى آليتنا في حركة دائمة . وفي بعض الأحيان يرتفع الكلاب من جراء الاصطدامات على أجنحة المروحة فتدور المروحة . ولكنه أحياناً عندما تحاول المروحة أن تدور للخلف يكون الكلاب قد سبق وارتفع (من جراء تأرجحات طرف المحور هذا) فيقوم المسنن بالفعل بالدوران

للخلف ! وفي النهاية لا نجد فعلاً حاصلاً . وليس من الصعب أبداً أن نبين أنه عندما تكون درجة الحرارة في الوعائين متساوية لن يكون هناك دوران وسطي حاصل للدولاب . ويكون هناك بالطبع كثير من الدورانات في كل من الاتجاهين ، إلا أن مانريده من دوران وحيد الجهة لن يحصل .

لندرس سبب هذا . فلكي نرفع الكلاب لأعلى السن ، ينبغي القيام بعمل ضد توتر النابض . لنسم هذا العمل ε ؛ ولتكن θ الزاوية بين الاسنان . يساوي احتمال اختزان الجملة طاقة كافية ε ، كي ترفع الكلاب الى أعلى السن المقدار $\exp(-\varepsilon/kT)$. ولكن احتمال ارتفاع الكلاب بالصدفة هو كذلك $\exp(-\varepsilon/kT)$. وهذا يعني أن عدد المرات التي يرتفع بها الكلاب مصادفة ، متيحاً للمسنن أن يعود بحرية للوراء ، هو نفس عدد المرات التي تصبح فيها الطاقة كافية كي تدور المروحة للأمام والكلاب مضغوط . وينتج من ذلك «التوازن» وليس الدوران المنشود .

٤٦ ــ ٢ : المسنن كآلة the ratchet as an engine

لنذهب الى أبعد من ذلك . ولندرس مثالاً آخر تكون فيه درجة حرارة المروحة T_1 ودرجة حرارة المسنن T_2 ؛ وبحيث تكون T_2 أصغر من T_1 . فبما أن المسنن بارد وتأرجحات الكلاب نادرة نسبياً ، فإنه من الصعب جداً الآن الحصول على الطاقة ε اللازمة للكلاب . ولكن نظراً لأن المروحة ساخنة فإنها تتلقى الطاقة ε . ويبدأ جهازنا ، كما كان من المفروض ، بالدوران بجهة واحدة.

لننظر الآن فيما إذا كان بامكان جهازنا رفع الأثقال . نربط خيطاً الى البكرة ونعلق به ثقلاً صغيراً كالبرغوث مثلاً . ليكن L العزم المتولد عن الثقل . فإذا كان هذا العزم غير كبير جداً فإن آلتنا تستطيع رفع الثقل ، لأن الدورانات في أحد الاتجاهين اكبر احتمالاً ، نتيجة التأرجحات البراونية ،

منها في الاتجاه الآخر . لنحدد الوزن الذي نستطيع رفعه ولنحدد السرعة التي سيرتفع بها الخ . .

لندرس أولاً الحركة إلى الأمام التي هُيء المسنن من أجلها . كم من الطاقة ينبغي أن يستدان من المروحة حتى تتقدم خطوة ؟ فلكي يرفع الكلاب ، تلزم الطاقة ε . ولكي يدور المسنن بزاوية θ معاكساً العزم L تلزم الطاقة $L\theta$. فكل ما ينبغي استدانته هو الطاقة $\varepsilon+L\theta$. واحتمال الحصول على هذه الطاقة يتناسب مع : $\exp[-(\varepsilon+L\theta)/kT]$. وليس الأمر في الواقع في الحصول على هذه الطاقة بحد ذاتها وانما أيضاً في عدد المرات التي تكون فيها تحت تصرفنا . ويتناسب الاحتمال في الثانية مع $\exp[-(\varepsilon+L\theta)/kT_1]$ ، ولنرمز لثابتة التناسب بـ $1/\tau$ (وهي تختصر في نهاية الحسابات) . وبعد كل خطوة الى الأمام يكون العمل المنجز على الثقل مساوياً $L\theta$. والطاقة المأخوذة من المروحة تساوي $\varepsilon+L\theta$. فالطاقة ε تختزن في النابض ، وعندما يعود الكلاّب إلى موضعه بين الاسنان، تتحرر هذه الطاقة «ويطقطق» الكلاّب فتتحول هذه الطاقة إلى حرارة وتذهب كل الطاقة المستدانة لرفع الثقل ولتحريك الكلاّب الذي يسقط بعدئذ ويعطي الحرارة للطرف الآخر (للمسنن) .

لندرس الآن حالة الدوران المعاكس . فماذا يجري هنا ؟ فحتى يعود المسنن للوراء يكفي فقط أن يجهز الكلاب بطاقة تكون كافية لجعل قواه قادرة على الارتفاع وتمرير المسنن . وهذه الطاقة كما سبق ، تساوي ε . والاحتمال (محسوباً في الثانية) في أن يرتفع الكلاب بالمقدار اللازم يساوي الآن $(1/\tau)\exp(-\varepsilon/kT_2)$. فثابت التناسب هو ذاك ذاته ، إنما يوجد في المخرج kT_2 نظراً لأن درجة الحرارة تختلف عما سبق . وعندما يحدث هذا ، أي عندما ينزلق السن للوراء، يتحرر العمل $L\theta$ (فبتحرر سن واحد يتحرر معه

العمل $L\theta$) . والطاقة المأخوذة من جملة المسنن والكلاب ، هي ε ، والطاقة المعطـــاة للغاز في طرف المحور الآخر في درجة الحرارة T_1 ، هي $L\theta + \varepsilon$. ونحتاج إلى بعض التفكير كي نفهم سبب ذلك . لنفرض أن الكلاب قد ارتفع من تلقاء نفسه على حساب التأرجحات. فعندما يهبط الكلاب ويدفعه النابض على السن تتولد قوة تسعى لتدوير الدولاب لأن المستوي الذي اصطدم به الكلاب هو مستو مائل . وهذه القوة تنتج عملاً ، ويمكن قول الشيء ذاته عن قوة الثقل . وتجتمع كلتا القوتين ، وتظهر كل الطاقة المتحررة ببطء على شكل حرارة في ذاك الطرف حيث توجد المروحة . (طبعاً هكذا يجب أن يكون وفق قانون انحفاظ الطاقة ولكننا نحن ملزمون بالتفكير بعناية بكل شيء !) .

ونحن نلاحظ أن هـذه الطاقات جميعاً هي ذاتها كما كانت قبلاً مع تبديل الترتيب فقط . وهكذا اما أن يرتفـع الثقل ببطء أو أن ينخفض ببطء وذلك وفقاً لأي الاحتمالين هو اكبر احتمال الارتفاع أم احتمال الانخفاض وطبعاً هو في واقع الامر يسير إلى هنا وهناك بشكل مستمر ، أي يهتز مرتفعاً تارة ومنخفضاً تارة أخرى ، لكننا نحن نتكلم عن السلوك الوسطي .

لنفترض أنه من أجل وزن معين يكون الاحتمالان متساويين . فعندئـذ نضيف إلى الوزن ثقلاً لامتناهياً في الخفة . فيهبط الثقل ببطء إلى الاسفل ، وتتلقى الآلة عملاً ، وتضخ الطاقة من المسنن وتنتقل الى المروحة . وبالعكس اذا ما نزعنا من الثقل (في حالة التوازن) ثقلاً لامتناهياً في الصغر فان اختلال التوازن يجري بالاتجاه الآخر ويرتفع الثقل وتؤخذ الحرارة من المروحة وتقدم إلى المسنن . فنحن نقع اذن على شروط دورة كارنو المعكوسة نظراً لأن انتخاب الثقل قد تم بحيث يكون الاحتمالان متساويين . وهذا الشرط هو طبعاً : $(\varepsilon + L\theta)/T_1 = \varepsilon/T_2$. ولنفرض ان الآلة ترفع الثقل ببطء نحو الاعلى .

فالطاقة Q_1 تؤخذ من المراوح ، وتعطى الطاقة Q_2 للمسنن ، ونسبة هاتين الطاقتين هي : $(\varepsilon + L\theta)/\varepsilon$. وإذا كان الثقل ينخفض فان لدينا أيضاً : $Q_1/Q_2 = (\varepsilon + L\theta)/\varepsilon$. وهكذا نجد بالنظر الى الجدول (٤٦ - ١) أن :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

وبالاضافة الى ذلك فان نسبة العمل الذي نحصل عليه الى الطاقة المأخوذة من المروحة ، هي كنسبة $L\theta$ الى $L\theta+\varepsilon$ أي كالنسبة : $(T_1 - T_2)/T_1$. فهكذا نرى أن جهازنا ، مع العمل بشكل عكوس ، لا يمكن أن يعطي عملاً أكثر مما تسمح به هذه النسبة ومهما كانت الظروف . وهذه هي النتيجة التي توقعناها بالاستناد الى برهان كارنو وهي في الوقت نفسه ، النتيجة الرئيسية لمحاضرتنا .

إلا أنه يمكن استخدام جهازنا لفهم بعض الظواهر الاخرى أيضاً ، حتى غير التوازنية منها والتي تقع خارج مجال تطبيق الترموديناميك .

دعنا الآن نحسب ، السرعة التي ستدور بها آلتنا وحيدة الجهة ، لو كانت جميع اجزائها في درجة واحدة من الحرارة وكان الحمل الصغير معلقاً بالبكرة . واذا نحن ماشددنا بقوة فائقة فيمكن أن يقع الكثير من المزعجات كأن ينزلق الكلاّب على طول المسنن أو ينكسر النابض أو يحدث أي شيء آخر . ولكننا نفترض أننا نشد بحذر وانتباه بحيث يعمل كل شيء براحة وانسياب . وفي هذه الشروط يكون تحليل احتمالي دوران المسنن الى الامام أو الى الخلف ، الذي سبق ذكره ، تحليلاً صحيحاً .

الجدول (٦٠٤ - ١)

ملخص عمل المسنّن والكلاّب

إلى الأمام : الطاقة المتطلبة $L\theta + \varepsilon$ (من المروحة) ، واحتمال

هذا يساوي $\frac{1}{\tau} \exp[-(L\theta+\varepsilon)/kT_1]$

والمأخوذة من المروحة $L\theta + \varepsilon$

العمل المنتج $L\theta$

الطاقة المنتقلة الى المسنن ε

إلى الخلف : الطاقة المتطلبة ε (للكلاّب) ؛ واحتمال هذا

يساوي $\frac{1}{\tau} \exp(-\varepsilon/kT_2)$

المأخوذة من المسنن ε	نفس المقادير المذكورة اعلاه ولكن باشارة معاكسة
العمل المتحرر $L\theta$	
الطاقة المعطاة للمروحة $L\theta + \varepsilon$	

واذا كانت الجملة عكوسة ، كان الاحتمالان متساويين أي كان لدينا :

$$\frac{\varepsilon + L\theta}{T_1} = \frac{\varepsilon}{T_2}$$

$$\frac{\text{الحرارة الى المسنن}}{\text{الحرارة من المروحة}} = \frac{\varepsilon}{L\theta + \varepsilon}$$

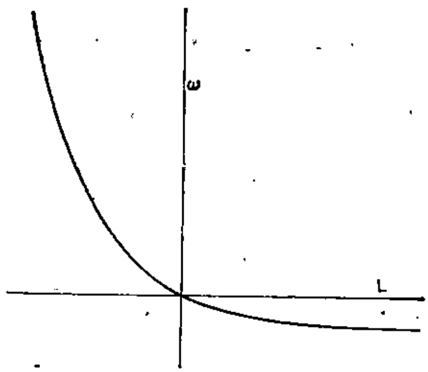
ومنه : $$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

اذا تذكرنا أن درجتي الحرارة متساويتان . وأن المسنن يدور مع كل قفزة زاوية θ وبحيث تكون السرعة الزاوية خلال هذه القفزة مساوية للمقدار θ مضروباً باحتمال احدى هذه القفزات في الثانية . فيدور المحور الى الامام باحتمال $(1/\tau) \exp[-(\varepsilon + L\theta)/kT]$ وهو يدور للخلف باحتمال $(1/\tau)\exp(-\varepsilon/kT)$ فالسرعة الزاوية تساوي :

$$\omega = \frac{\theta}{\tau}\left[e^{-(\varepsilon+L\theta)/kT} - e^{-\varepsilon/kT}\right] = \frac{\theta}{\tau} e^{-\varepsilon/kT}\left(e^{-L\theta/kT} - 1\right) \quad (46\text{—}1)$$

ونرى في الشكل (٤٦ — ٢) منحني تعلق ω بـ L . ونرى منه أنه عندما يكون L موجباً تكون النتيجة مختلفة تماماً عن النتيجة عندما يكون سالباً . فإذا تزايد L وبقي ايجابياً ، كما هو الحال عندما نريد إعادة المسنن للخلف ، فإن سرعة الدوران للخلف تكون قريبة من مقدار ثابت . وعندما يصبح L سالباً، فإن ω تزداد حقاً بسرعة ، ذلك لأن لـ e أساً ضخماً !

وعلى هذا الشكل ، فإن السرعة الزاوية الناشئة عن تأثير القوى المختلفة بعيدة كل البعد عن التناظر . فالدوران في أحد الاتجاهين أمر سهل ، أي نحصل على سرعة زاوية كبيرة من قوة صغيرة . أما الدوران في الاتجاه المعاكس فتلزمه قوة كبيرة ، ومع ذلك يكاد المسنن لا يتحرك .



الشكل (٤٦ — ٢)
سرعة المسنن الزاوية كتابع لعزم التدوير

Angular velocity of the ratchet as a function of torque

electrical Rectifier

وتتولد حالة مماثلة تماماً في المقوّم الكهربائي . وفيه يقوم الحقل الكهربائي مقام القوة ، وتقوم شدة التيار مقام السرعة الزاوية . وليس التوتر ، في حالة المقوّم ايضاً ، متناسباً مع المقاومة ، وتشاهد حالة اللاتناظر نفسها . والتحليل الذي أجريناه من أجل المقوم الميكانيكي ، يصلح من أجل المقوم الكهربائي ايضاً . وشكل العلاقة التي حصلنا عليها قبلاً نموذجي ايضاً بالنسبة لمقدرة إمرار التيار الكهربائي في المقوم بتبعية التوتر .

as function of their voltage

لنبعد الآن كل الأثقال ونعود الى الآلة الأصلية . فلو كانت T_2 ، أصغر من T_1 لتحرك المسنن الى الامام . وهذا يصدقه أي منا . ولكن الذي يصعب تصديقه مباشرة هو الحركة الى الخلف . فإذا كانت T_2 اكبر من T_1 فإن المسنن يدور للخلف ! والمسنن الحركي مع فيض الحرارة في داخله يدور للخلف ، لأن كلاّب المسنن « يقفز » . فاذا كان الكلاب في لحظة ما موجوداً على المستوي المائل ، فانه يدفع هذا المستوي الجهة الارتفاع . ولكن هذا لا يجري كل الوقت لأنه لو حدث ، وكان الكلاب على ارتفاع كاف كي يتخطى نهاية السن فانه سيجد نفسه على مستو مائل آخر . وبكلمة واحدة إن المسنن والكلاب الساخنين مهيأين ، بشكل مثالي ، للدوران في الجهة التي تخالف تلك التي كان من المزمع أصلاً أن يدورا بها !

وكيفما احتلنا في تصميم الآلية «وحيدة الجانب» فإنها لن تميل إلى الدوران، عند تساوي درجتي الحرارة ، في أي من الجهتين أكثر من الجهة الاخرى . فإذا نظرنا إليها في لحظة ما وجدنا أنها يمكن أن تدور في أي من الجهتين ولكن إذا انتظرنا زمناً كافياً فإننا نجد أن دورانها الحاصل يكون معدوماً . والحقيقة القائلة أن دورانها الحاصل يكون معدوماً هي في الحقيقة المبدأ العميق الاساسي الذي يقوم عليه كل مافي الترمودیناميك .

٤٦ ـــ ٣ : العكوسية في الميكانيك Reversibility in mechanics

ما هذا المبدأ الميكانيكي العميق الذي يؤكد أنه عند ثبات درجة الحرارة مع العمل المستمر بقدر كاف لاتدور آلتنا الى الأمام ولا الى الخلف ؟ واضح أننا حصلنا على تأكيد أساسي مفاده أنه لايمكن أن نصمم آلة ، اذا تركت وشأنها زمناً طويلاً ، تدور في جهة واحدة ما . لنحاول أن نستوضح كيف ينتج هذا من قوانين الميكانيك .

تفعل قوانين الميكانيك تقريباً على النحو التالي : القوة هي الكتلة في التسارع ؛ والقوة المؤثرة على جسيم ما هي تابع معقد لمواضع كافة الجسيمات الاخرى . ويحدث أن تكون القوى تابعة للسرعة ، كما في المغناطيسية مثلاً ، ولكن الحديث الآن ليس عن هذا . لنأخذ حالة بسيطة كالثقالة مثلاً ، تتحدد القوى فيها بمواضع الجسيمات فقط . لنفرض أننا حللنا مجموعة معادلاتنا وحصلنا من اجل كل جسيم على مسار محدد x (t) . ومن أجل الجمل المعقدة الى درجة كافية تكون الحلول معقدة جداً ؛ ومع مرور الزمن من الممكن ظهور تشكيلات مختلفة غير متوقعة ، فإذا ما نحن فكرنا في أي تشكيل للجسيمات ، يخطر على بالنا ، وانتظرنا بصبر فان هذا التشكيل سيحدث لا محالة ! وبتتبع الحل خـــلال زمن طويل طولاً كافياً نرى أن أي حل ، من بين الحلول الممكنة واقع لا محالة ، وفي الجمل الابسط ليس هذا ضرورياً ولكن في الجمل المعقدة تعقيداً كافياً والتي تحوي عدداً كبيراً من الذرات ، يحدث هذا الشيء بدون شك .

ولكن الحلول قادرة على أكثر من ذلك . فبحل معادلات الحركة ، يمكن أن نحصل على تابع ما ، ولنقل التابع $t + t^2 + t^3$. ونحن نؤكد أن $-t+t^2-t^3$ هو حل آخر . وبعبارة أخرى إذا نحن وضعنا $-t$ مكان كل t من الحل ، نحصل على حل آخر للمعادلة نفسها . وهذا ينتج من انه عند كتابة $-t$ محل t

في المعادلة التفاضلية الأصلية ، فانه لا يتغير أي شيء ؛ لأنه لا توجد سوى المشتقات الثانية بالنسبة للزمن . ومعنى هذا انه لو روقبت حركة ما فمن الممكن ايضاً وقوع الحركة المعاكسة لها تماماً . وفي التعقيد الهائل الذي يتولد اذا انتظرنا زمناً كافياً نجد أن الحركة تحدث احياناً في جهة وأحياناً اخرى في الجهة المعاكسة. ولا يتميز أي من الاتجاهين عن الآخر . ولذلك ليس في الامكان تصميم آلة يكون فيها ، وبعد العمل الطويل ، اتجاه اكثر احتمالاً من الاتجاه الآخر ، وذلك اذا كانت الآلة على درجة كافية من التعقيد .

يمكن في الحقيقة اختراع آلة يكون فيها هذا القانون غير صحيح حتماً . خذ مثلاً دولاباً وأدره في مكان خال من كل مادة ، فيدور الى الأبد باتجاه واحد . فهناك اذن شروط كانحفاظ الاندفاع الزاوي ، تنتهك حجتنا السابقة . ولكن هذا لا يعني سوى ضرورة صياغة براهيننا بعناية اكبر . فيجب مثلاً أن نأخذ بالحسبان أن الجدران قد تأخذ لنفسها الاندفاع الزاوي ، أو مايشبه ذلك ، بحيث لا تبقى قوانين الانحفاظ الخاصة سارية المفعول . وعندئذ مرة اخرى ، اذا كانت الجملة على درجة كافية من التعقيد فإن الحجة تبقى صحيحة ، اذ أنها تستند الى عكوسية قوانين الميكانيك .

وبودنا أن نبين ، لاعطاء التاريخ حقه ، الأداة التي تصورها مكسويل الذي درس لأول مرة النظرية الحركية للغازات . فلقد رسم هو الصورة التالية : لنفترض وجود وعائين مليئين بالغاز في درجة حرارة واحدة . وانه يوجد ثقب صغير بين الوعائين . وبالقرب منه يجلس شيطان صغير (وبالطبع يمكن ان يكون هذا جهازاً !) . ويوجد باب في هذا الثقب يمكن للشيطان أن يفتحه ويغلقه . فهو يترقب الجزيئات القادمة من اليسار . وحالما يشاهد جزيئة

سريعة ، يفتح لها الباب ، وعندما يشاهد جزيئة بطيئة يترك الباب مغلقاً ! واذا أردنا له أن يكون شيطاناً فريداً من نوعه أمكن أن تكون له عينان اضافيتان على نقرته ، حتى يتصرف مع جزيئات الغاز في الوعاء الآخر بشكل معاكس فيمرر البطيئة نحو اليسار ولا يسمح للسريعة بالمرور . وسرعان مايبرد الوعاء اليساري ويسخن الوعاء اليميني . والسؤال الآن هل تخرق مفاهيم الترموديناميك بوجود هذا الشيطان ؟ .

ويتبين أنه إذا كان الشيطان ذا حجم منته ، فانه يجد ذاته سرعان ما يسخن لدرجة أنه لايعود يرى بشكل واضح ، وأبسط شيطان ممكن هو مثلاً باب صفاق مجهز بنابض . بحيث تمر الجزيئة السريعة عبر الثقب لأنها قادرة على دفع الباب ، في حين أن قدرة الجزيئة البطيئة لاتكفي لذلك فترتد الى اتجاه آخر . وهكذا ، نجد مرة أخرى ، جملة المسنن والكلاب المعروفة لدينا إنما بحلة أخرى ، وبكل بساطة تسخن الآلية في نهاية المطاف . ولا يمكن للشيطان الا أن يسخن طالما أن سعته الحرارية محدودة . ففيه على كل الأحوال عدد محدود من المسننات والدواليب الداخلية ولا يمكنه التخلص من فيض الحرارة الذي يكتسبه أثناء مراقبة الجزيئات . وسرعان مايبدأ بالارتجاف من الحركة البراونية بحيث يصبح عاجزاً عن أن يميز فيما اذا كان هو نفسه مقبلاً أم مدبراً ، ناهيك عن أن يستطيع قول شيئاً عن الجزيئات ، أهي تقترب أم تبتعد ، وبكلمة واحدة لايعود قادراً على العمل .

٤٦ — ٤ : اللاعكوسية Irreversibility

هل جميع قوانين الفيزياء عكوسة ؟ طبعاً لا ! لنحاول مثلا أن نسترجع البيضة من مقلى بيض كما كانت ! أو لندع فيلماً يعرض بالاتجاه

المعاكس ، فسرعان ما يبدأ الناس الموجودون في الصالة بالضحك. فاللاعكوسية هي أوضح صفة من صفات جميع الحوادث .

من أين تأتي اللاعكوسية ؟ انها ليست موجودة في قوانين نيوتن . فما دمنا نعتبر أنه يمكن في نهاية المطاف تفسير أي ظاهرة باستخدام قوانين الفيزياء وما دامت جميع المعادلات تمتلك خاصة خارقة هي اعطاء حل آخر من أجل $t \rightarrow -t$ فان جميع الظواهر عندئذ عكوسة ، ولكن لم والحالة كذلك يكون كل شيء في الظواهر التي تشاهد في الطبيعة غير عكوس ؟ لابد من أن هناك قانوناً أساسياً ما غير معروف لدينا ، لعله في الكهرباء ، أو في فيزياء النيوترينو ؛ بحيث تكون لجهة انسياب الزمن أهمية بالغة في هذا القانون .

لندرس الآن هذا السؤال . لقد أصبحنا نعرف قانوناً واحداً من هذا القبيل ، وهو ينص على أن الأنتروبية في تزايد مستمر . فاذا كان لدينا جسم حار والآخر بارد فإن الحرارة تنتقل من الجسم الحار الى الجسم البارد ، فقانون الأنتروبية هو اذن كهذا القانون الذي نبحث عنه . ولكن نتوقع أن نفهم قانون الانتروبية من وجهة نظر الميكانيك . ولقد تيسر لنا ، باستخدام التصورات الميكانكية الصرفة ، أن نحصل على جميع النتائج من التسليم بأن الحرارة لايمكن أن تسيل في الاتجاه المعاكس ؛ وقد ساعدنا هذا على فهم القانون الثاني . ذلك يعني أن في مقدورنا الحصول على اللاعكوسية من المعادلات العكوسة . ولكن هل استخدمنا نحن عندئذ قوانين الميكانيك لوحدها ؟ لنتفحص ذلك بعمق أكبر .

فطالما أن الحديث قد جرى عن الانتروبية ، يترتب علينا أن نجد وضعها الجهري (الميكروسكوبي) . فعندما نقول أنه توجد في شيء ما (في الغاز

مثلاً) كمية محددة من الطاقة فإن العودة إلى الصورة المجهرية لهـذا الشيء تمكّننا من القول بأن كل ذرة تمتلك طاقـة محددة . والطاقة الكلية هي مجموع طاقات الذرات . وبالشكل نفسه ، لعل لكل ذرة انتروبيتها الخاصة بها . وبالجمع نحصل على الانتروبية الكلية . وفي الحقيقة ليست جميع الامور بهذه السهولة ، لكن ومع ذلك دعنا ننظر ماذا يحصل .

فلنحسب على سبيل المثال الفرق بين انتروبيتي الغاز في درجة حرارة معينة ولكن في حجمين مختلفين . لقد حصلنا في الفصل الرابع والأربعين ، من أجل تغير الانتروبية ، على :

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

إن لطاقة الغاز في مثالنا ، قبل التمدد وبعده ، قيمة واحدة لأن درجة الحرارة لم تتغير . ذلك يعني أنه كي يعوض العمل الذي قام به الغاز ينبغي اعطاؤه مقداراً كافياً من الحرارة . ومن أجل تغيرات الحجم الصغيرة لدينا :

$$dQ = P\,dV .$$

وبوضع هذه مكان dQ نحصل ، كما في الفصل الرابع والأربعين ، على :

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} P \frac{dV}{T} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{NkT}{V} \frac{dV}{T} = Nk \ln \frac{V_2}{V_1}$$

فعند مضاعفة الحجم ، مثلاً ، تتغير الانتروبية بالمقدار $Nk \ln 2$.

لندرس الآن مثالاً هاماً آخر . لتكن لدينا اسطوانة يقسمها حاجز في وسطها ويوجد في أحد جانبيها غاز النيون (جزيئات « سوداء ») وفي

الطرف الآخر غاز الأرغون (جزيئات « بيضاء ») ولننزع الحاجز ونسمح للغازين بالامتزاج . فبكم تتغير الانتروبية ؟ يمكن أن نتصور أنه بدلاً من الحاجز وضعنا مكبسين ؛ مكبس فيه ثقوب تمر عبرها الجزيئات البيضاء ولا تمر الجزيئات السوداء ، ومكبس آخر تمر عبره الجزيئات السوداء دون البيضاء . و بتحريك كل مكبس الى نهاية الاسطوانة المقابلة له ، نرى أنه من السهل أن نفهم أن المسألة تعود من أجل كل من الغازين الى المسألة التي فرغنا من حلها . وعلى هذا الشكل تتغير الانتروبية بالمقدار : Nk ln2 ، وهذا يعني أن الانتروبية تزداد بمقدار k ln 2 لكل جزيئة . وقد ظهر العدد 2 بسبب الحجم الاضافي الذي أصبح للجزيئة . وهذا وضع غريب ! فلم تظهر في تغير الانتروبية خاصة الجزيئة ذاتها بل ظهر المكان الحر حول الجزيئة . ونتج أن الانتروبية تزداد ، في حين أن الطاقة ودرجة الحرارة لم تتغيرا ، وهذا أمر غريب فالشيء الوحيد الذي تغير هو توزع الجزيئات .

ونحن نعلم ، أنه اذا أزيل الحاجز فإن الغازان يمتزجان بعد فترة ما نتيجة تصادم الجزيئات واهتزازها واضطرابها الخ . ويكفي أن نزيل الحاجز حتى تأخذ جزيئة بيضاء ما بالاقتراب من جزيئة سوداء ، وتقترب اخرى سوداء من بيضاء ، وتمر الواحدة عبر الاخرى . وتنفذ بالتدريج جزيئات من البيض بالصدفة في الحجم الذي تشغله الجزيئات السود كما ينفذ بعض السود في مجال البيض ، وبعد زمن ما يحصل المزيج . وهذا وضوحاً تحول غير عكوس في العالم الحقيقي ، وينبغي أن يؤدي الى تزايد الانتروبية .

فأمامنا مثال بسيط عن التحول اللاعكوس الذي يتألف برمته من حوادث عكوسة . وفي كل مرة يحصل فيها تصادم بين جزيئتين تتطاير الجزيئتان في

اتجاهات محددة . واذا نحن أدرنا الفيلم السينمائي الذي صورت عليه التصادمات بالإتجاه المعكوس فإنه لا يظهر أي شيء غير صحيح على الشاشة . لأن احتمال أحد شكلي التصادم كاحتمال التصادم الآخر تماماً . ولذلك فإن الامتزاج تام العكوسية ومع ذلك فهو غير عكوس . والكل يعرف أنه إذا اخذنا جزيئات بيضاء واخرى سوداء ، وكانت منفصلة ، فاننانحصل بعد بضع دقائق على مزيج. وإذا انتظرنا بضع دقائق اخرى فان الجزيئات لا تنفصل ويبقى المزيج مزيجاً . وهذا يعني وجود اللاعكوسية المبنية على ظروف عكوسية. إنما الآن اتضح لنا السبب ايضاً . فلقد بدأنا من وضع منظم ordered إلى حد ما ، ثم اضبح هذا الوضع في فوضى التصادمات غير منظم . والانتقال من التوزع المنظم ordered arrangement الى التوزع غير المنظم disordered هو مصدر اللاعكوسية .

وبالطبع اذا نحن صورنا على فيلم سينمائي هذه الحركة ومن ثم أدرنا الفيلم بالإتجاه المعاكس لرأينا كيف يستتب النظام بالتدريج. ويمكن ان يعترض أحد من الناس ويقول : « ولكن هذا يخالف جميع قوانين الفيزياء ! » وعندئذ ندوّر الفيلم مرة اخرى وندرس كل تصادم من هذه التصادمات لوحده. فنجد أنه لاغبار عليها جميعاً وأن كلاً منها يطيع قوانين الفيزياء . والسبب في ذلك طبعاً هو ان سرعة كل جزيئة تبقى على حالها بكل دقة بحيث إذا تتبعنا طريقها بالمقلوب وصلنا الى الشروط الابتدائية . ولكن هذه الحالة قليلة الاحتمال الى حد بعيد. واذا كنا لا نتعامل مع غاز سبق اعداده ، بل ببساطة مع الجزيئات البيضاء والجزيئات السوداء ، فانه لن يتيسر لنا في أي وقت من الأوقات إعادتها للخلف.

٤٦ ـــ ٥ : النظام والانتروبية order and entropy

وهكذا يترتب علينا الآن أن نناقش ماذا نقصد بعـــدم النظام (أي

الفوضى) وماذا نقصد بالنظام . والأمر ليس في أن النظـــام ممتع والفوضى مجوجة . فغازانا الممتزجان يختلفان عن غازينا غير الممتزجين بما يلي : لنفترض أننا قسمنا المكان الى حجوم عنصرية صغيرة . فبكم طريقـــة يمكن ترتيب الجزيئات البيضاء والسوداء في عناصر الحجم بحيث تبدو البيضاء في جانب واحد والسوداء في الجـانب المقابل ؟ وبكم من الطرق نستطيع توزيع الجزيئات دون هذا التحديد ؟ من الواضح أن عدد الطرق في الحالة الثانية اكبر بكثير . ونحن نقيس «الفوضى» بعدد الطرق ، التي يمكن بها ترتيب الجزيئات في الحجم ، بحيث يبقى مظهره الخارجي دون تغيير . ولغريتم عدد الطرق هذا هو الانتروبية. ففي الاسطوانة والغازين منفصلين يكون عدد الطرق أقل منه والغازين ممتزجين وتكون كذلك الانتروبية اقل . أي تكون فيها « الفوضى » اقل .

وباستخدام هذا التعريف التكنيكي « للفوضى » يمكن ان نفهم قانوننا . فأولاً ، تقيس الأنتروبية « الفوضى » ، وثانياً ينتقل الكون دوماً من «النظام» الى « الفوضى » ، ولهذا تكون الانتروبية في ازدياد مستمر ، والنظـام ليس النظام بمعنى أننا نحب هذا الترتيب ، بل بمعنى أن عدد الطرق المختلفة لتوزيع الجزيئـات ، دون ان يؤدي ذلك الى تغيير المظهر الخارجي ، هو عدد محدود نسبياً . فعندما أدرنا فيلمنا عن امتزاج الغـازات بالاتجاه المعاكس ، لم يكن هنـــاك ذلك الفيض من الفوضى الذي تصورناه . فكل ذرة من الذرات امتلكت على سبيل التحديد السرعة والاتجـاه اللازمين للخروج الى المكان المفروض ! فالانتروبية لم تكن على العموم عالية ، مع أنها بدت كذلك .

وما الذي يمكن قوله الآن عن عكوسية القوانين الفيزيائية الاخرى ؟ فعندمـا درسنا الحقل الكهربائي لشحنة متسارعة ، أشرنا الى أنه ينبغي علينا أن نأخذ الحقل المؤخّر . ففي اللحظة t وعلى البعد r من الشحنة ينبغي أن نأخذ
retarded field

الحقل الناتج عن التسارع في اللحظة t−r/c ، وليس في اللحظة t+r/c . ولذلك فإن قوانين الكهرباء تبـــدو للوهلة الاولى غير عكوسة . ولكن من الغريب جداً ، ان هذه القوانين تنتج من معادلات مكسويل التي هي عكوسة في الحقيقة. وبالاضافة الى ذلك يمكن أن نورد حجة تقول أننا لو استخدمنا الحقل المقدّم فقط ، أي الحقل الموافق للواقع في اللحظة t+r/c ، وقمنا بذلك بشكل متناسق ومطلق ،(أي لو وضعنا في المعادلات الاصلية مكان كل t الزمن t+r/c)، وكان المكان الذي ندرسه معزولاً عزلاً كاملاً عن كل ماسواه ، لجرى كل شيء تماماً كما يجري عنـد استخدام الحقول المؤخّرة ! فاللاعكوسية البادية في نظرية الكهرباء ، على هذا النحو (في حيّز مغلق على الأقل) ليست أبداً لا عكوسية. ونحن نحس بذلك ، بعض الاحساس حتى قبل هذه المناقشة ، لأننا نعلم أنه عندما تُولـّد شحنة مهتزة حقولاً تنعكس على جدران الحيز ، فإنه يستتب اخيراً التوازن الذي لا وجود للجانب الواحد فيه ، (أي الذي لا يميز فيه الماضي عن المستقبل) ، فليس استخدام الحقل المؤخر سوى طريقة مناسبة للحل .

advanced field

وفي حدود معرفتنا فان كل القوانين الفيزيائية الأساسية مثـــل معادلات نيوتن هي عكوسة . فإذن من اين تأتي اللاعكوسية ؟ انها تأتي من تحـول النظام الى الفوضى . ولكن هذا الاقرار ليس مع ذلك مفهوماً مادمنا لا نعلم بعد منبـع النظـــام . ولماذا لا تكون الحالات التي نقع فيها يومياً متوازنة ؟ وها كم تفسيراً ممكناً . لننظر مرة اخــــرى في اسطوانتنا التي تحوي مزيج الجزيئات البيضاء والسوداء . فاذا نحن راقبناها مـدة طويلة كافية يمكن أن يتجمع اكثر الجزيئات البيض عند أحد طرفي الاسطوانة ، وان يتجمع اكثر الجزيئات السود عند طرفها الآخر ، وان يحدث ذلك بالصدفة المحضة فيكون احتماله ضعيفاً جداً ، ولكنه يبقى ممكن الوقوع . ثم تختلط الجزيئات من جديد بمرور الزمن بسبب ما يطرأ عليها من حوادث .

فهناك إذن تفسير ممكن لدرجة النظام العالية المشاهدة في العالم الحالي ، وهو أن هذه الدرجة ليست إلا نتيجة الحظ والمصادفة ، فمن المحتمل انه قد حصل في الكون ، في الماضي ، ترجح ما فصل اجزاءه بعضاً عن بعض ، فصلاً يسوده النظام (كفصل الجزيئات البيض عن السود) ، وان هذه الاجزاء تعود الآن من جديد الى ما كانت عليه من فوضى . وليست هذه النظرية غير متناظرة ؛ لأننا نستطيع أن نسأل كيف يبدو الغاز المنفصل ، في لحظة تسبق الترجح بقليل، وفي لحظة اخرى تليه بقليل. ففي كلتا اللحظتين نرى ، عند الحد الفاصل ، بقعة رمادية ، لأن الجزيئات ستعود للإختلاط من جديد . وكيفما سار الزمن الى الامام أم الى الخلف فان الغاز سيختلط . وعلى هذا الشكل ، وحسب هذه النظرية ، فان اللاعكوسية ليس إلا أمراً طارئاً على الحياة ، ومصادفة من مصادفاتها .

ونرغب الآن في ان نبين أن الأمر ليس كذلك . لنفترض أننا لا ننظر إلى كل الاسطوانة مباشرة بل ننظر الى جزء منها فقط . ولنفرض أننا اكتشفنا في لحظة ما في هذا الجزء درجة محددة من النظام : فكانت الجزيئات البيض فيه منفصلة عن السود . فماذا ينتج عن هذا من اجل الاجزاء التي لم ننظر فيها بعد ؟ فاذا كنا نعتقد حقاً أن النظام ينتج عن الفوضى الكاملة بالترجح فيترتب علينا ان ننظر في أكثر الترجحات احتمالاً من بين الترجحات التي في مقدورها تهيئة النظام في جزئنا . ولكن الترجح الاكبر احتمالاً ليس هو ذلك الذي يجعل النظام يسود باقي الاسطوانة !

وهذا يعني أنه ينتج من الفرضية القائلة ، أن العالم ليس إلا ترجحاً ، أنه عندما ننظر إلى جزء من العالم لم يسبق أن رأيناه ينبغي أن نكتشف فيه فوضى ، لا نظاماً ، خلافاً لجزء العالم الذي سبق أن رأيناه . فلو كان نظامنا ترجحاً

فقط ، لما توقعنا وجود النظام في أي مكان آخر غير المكان الذي لاحظناه فيه .

لنفترض الآن أن الانفصال قد حصل نتيجة لقيام الانتظام في الكون الغابر (ليس بسبب الترجحات بل لأن الأمر كله كان أسود أبيض منفصلين) وتنبئنا هذه النظرية عندئذ أنه يجب أن يكون النظام موجوداً في الأمكنة الأخرى أيضاً ووجوده ليس مجرد صدفة بل لأن درجة الانتظام في الازمنة الغابرة كانت أعلى. وعندئذ يمكن توقع اكتشاف النظام في الامكنة التي لم نرها بعد .

والفلكيون مثلاً لم يرصدوا كل النجوم بعد، وهم يوجهون في كل ليلة نظاراتهم الى نجوم جديدة ويرون أن هذه النجوم تسلك سلوك النجوم القديمة أيضاً . ونخلص من هذا إلى أن الكون ليس ترجحاً (fluctuation) وإلى أن نظامنا هو ذكرى لذلك النظام الذي بدأ منه كل شيء . ونحن لانقول أننا نفهم منطق هذه الحقيقة . فلأسباب مجهولة ، وفي زمن ما ، كان للكون أنتروبية صغيرة جداً ، من أجل مايحويه من طاقة . وهذه الانتروبية تتزايد منذ ذلك الحين . وهذا هو طريق الاتجاه نحو المستقبل . وفي هذا منبع كل اللاعكوسية وهو الذي يولد تحولات النمو وتحولات الانحطاط ، ولهذا السبب بالذات فإننا لانتذكر المستقبل بل نتذكر الماضي ، أي نتذكر الحوادث التي كانت أقرب إلى تلك اللحظة في تاريخ العالم عندما كان النظام أحسن من النظام الحاضر . ولهذا السبب أيضاً لانقدر على تذكر حوادث ذلك الوقت الذي ستكون فيه الفوضى أشد منها في الوقت الحاضر ، هذا الوقت الذي نسميه بالمستقبل .

لقد سبق وقلنا في وقت ما أن كل الكون يتكشف لنا في كأس من الخمر ، فيما إذا نحن نظرنا إليها بعمق أكبر . وكأس الخمر شيء معقد . ففيها الماء ، وفيها الزجاج ، وفيها الضياء ، وأشياء كثيرة أخرى .

وتكمن روعة الفيزياء في شرحها لعمل اشياء بسيطة ومثالية كالمسنّن والكلاّب باعتبارهما جزءاً من الكون . ولا يعمل المسنن والكلاب في اتجاه واحد إلا لأنهما على اتصال وثيق بباقي الكون . ولو نحن وضعنا المسنن والكلاّب في وعاء وعزلناهما مدة كافية من الزمن ، لما فضل الدولاب المسنن جهة للدوران على أخرى . ولكن لأننا متصلون بباقي العالم اتصالاً لاينفصل (أي لأننا نرفع الستائر فيخرج الضوء ، ولأننا نتبرد على سطح الأرض ونتلقى الحرارة من الشمس) ، فان جملة المسنن والكلاّب التي نصنعها لاتدور الا في جهة واحدة ، فوحدانية الجهة مرتبطة بأن المسنن هو جزء من الكون . وهو جزء من الكون ليس بمعنى أنه يطيع قوانين الكون وحسب بل لأن سلوكه الوحيد الجهة يرتبط بالسلوك ذي الجهة الواحدة للكون بأكمله . وهو سلوك لا يمكن فهمه تماماً ، حتى نتمكن من ادراك السر الكامن في بدءتاريخ الكون ، وحتى نتمكن من نقل هذا السر من مجال التكهنات الى مجال الفهم العلمي .

الفصل السابع والأربعون

Sound, the wave equation

الصوت . المعادلة الموجية

٤٧ ــ ١ : الامواج · waves

سنناقش ، في هذا الفصل ، ظاهرة جديدة ، تدعى الامواج . وكثيراً ما يرد ذكر الامواج في الفيزياء . وان اهتمامنا بهذا الموضوع ، ليس مصدره فقط رغبتنا في دراسة حالة خاصة من الامواج ، هي الصوت ، بل لأن ثمة تطبيقات اخرى عديدة للحوادث الموجية في كل مجالات الفيزياء .

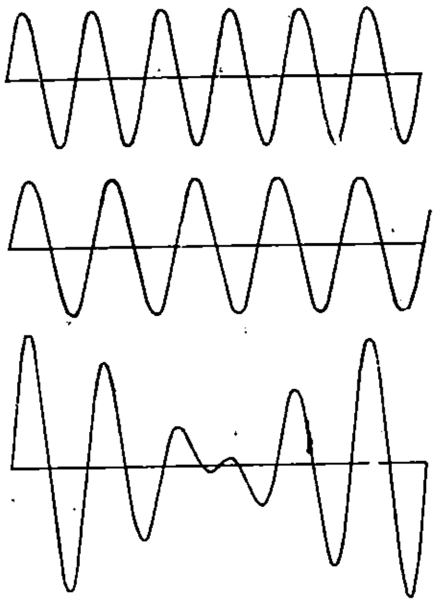
وقد لاحظنا ، عند دراسة الهزازة التوافقية ، ان هناك امثلة عن الجمل المهتزة ليس فقط في المجالات الميكانيكية بل في المجالات الكهربائية ايضاً . فالأمواج مرتبطة ارتباطاً وثيقاً بالجمل المهتزة ، لكنّ الحركة الموجية ليست فقط حركة تابعة للزمان في المكان المفروض ، بل حركة تنتشر في المكان ايضاً.

وفي الواقع ، لقد سبق لنا ان درسنا الأمواج . فعندما تكلمنا عن خواص الضوء الموجية ، كنّا نوجه انتباهاً خاصاً الى التداخل في المكان بين امواج متساوية في التواتر ، وصادرة من منابع مختلفة متوضعة في امكنة متباينة . توجد ايضاً ظاهرتان اثنتان هامتان لم نأت على ذكرهما ، هما خاصتان للضوء ، أي للامواج الكهرطيسية ، ولأي شكل آخر من الامواج . أولاهما هي ظاهرة التداخل في الزمان ، وليس في المكان . فعندما نسمع صوتين صادرين عن

Interference time

منبعين اثنين ، مختلفين قليلاً في التواتر ، تصل الينا معاً ، تارة قمتا الموجتين ، وتارة تصل قمة احدى الموجتين مع قعر الثانية ، انظر الشكل (٤٧–١). فيشتد الصوت قوة ، ثمّ يضعف ، وهكذا على التوالي ، فينشأ الخفقان beats ، او بكلمة اخرى ، يحدث التداخل في الزمان . والظاهرة الثانية ، هي ظاهرة الحركة الموجية في حجم مغلق ، وذلك عندما تنعكس الامواج تارة على جدار أول ، وتارة على الجدار الآخر .

كان بالامكان دراسة هذه الحوادث كلها ، في مثال الامواج الكهرطيسية . ولم نفعل ذلك ، لاننا لا نتلمس ، في مثال واحد ، الطبيعة العامة للظاهرة ، أي الصفة المشتركة بين مختلف الحوادث . وبغية ابراز المفهوم العام للامواج خارج اطار الالكتروديناميك ، سنعالج هنا مثال الامواج الصوتية .



الشكل (٤٧ – ١)
ان تداخل الصوت في الزمان لمنبعين اثنين مختلفين قليلا في التواتر يؤدي الى الخفقان .

وثمّة مثال آخر : هو الامواج المائية الكبيرة التي تلاحظ على الشاطىء ، أو التموجات الصغيرة الناتجة من التوتر السطحي على وجه الماء . وبالاضافة الى ذلك ، يوجد نوعان من الامواج المرنة في الاجسام الصلبة : امواج الانضغاط (أي الامواج الطولية) ، حيث تهتز أجزاء الجسم الى الامام والى الوراء في

اتجاه انتشار الامواج (والامواج الصوتية في الغاز هي من هـذا النوع) ، والامواج العرضية ، عندما تهتز اجزاء الجسم عمودياً على اتجاه حركة الامواج . وتتولد اثناء الزلازل الارضية ، التي تنتج عن حركة جزء من القشرة الارضية ، أمواج مرنة تحوي كل نوع من هذين النوعين .

واخيراً ، يوجد نوع ايضاً من الامواج ، تقدمه الفيزياء الحديثة . وكُنّا قد ذكرنا هذه الامواج ، التي تعين سعة احتمال وجود الجسيم في مكان مفروض ، اي « الامواج المادية » . وتتناسب تواترات هـذه الامواج مع الطاقة ، بينما يتناسب عددها الموجي مع الاندفاع . ونلقى هـــذه الامواج في الميكانيك الكوانتي .

سنقتصر في هذا الفصل على دراسة الامواج التي لا تتعلق سرعتها بطول الموجـة . ومثال ذلك انتشار الضوء في الخلاء . ففي هذه الحالة ، تكون سرعة الضوء واحدة للامواج الراديوية ، وللضوءين الازرق والاخضر ، بل لأي ضوء مهما كان طول موجته . لهذا السبب بالتحديد ، لم نلحظ واقـع انتشار الامواج ، عندما اخذنا بصياغة الظواهر الموجية . وقلنا ، بدلا من ذلك ، انه اذا ما تحركت شحنة في نقطة ما ، كان الحقل الكهربائي ، على بعد x ، متناسباً مع تسارع الشحنة ، في اللحظة الزمنية $t - \frac{x}{c}$ ، التي تسبق اللحظة الزمنية t . لذا ، فان توزع الحقل الكهربائي في المكان وفي لحظة زمنية معينة ، وهو التوزع المبين على الشكل (٤٧ – ٢) ، ينتقل ، بعد مرور الزمن $\bar{t}$ ، المسافة ct المبينة على الشكل ايضاً . ونعبر عن ذلك رياضياً ، في الحالة وحيدة البعد التي نعالجها ، بأن نقول إن الحقل الكهربائي تابع لـ $x - ct$. من هنا ، يبدو في اللحظـة الزمنية $t = 0$ ، ان الحقل الكهربائي تابع فقط لـ x . فاذا اخذنا لحظة زمنية تالية ، يكفي ان نُزاد x زيادة مناسبة لكي نحصـل على القيمة نفسها للحقل .

فمثلاً ، اذا كانت النهاية العظمى للحقل ، في اللحظة $t=0$ واقعة في النقطة $x=3$ ، فاننا نحصل على موضع النهاية العظمى في اللحظة الزمنية t من علاقة التساوي :

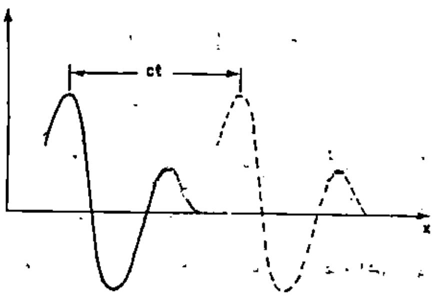
$$x - ct = 3 \quad \text{أو :} \quad x = 3 + ct$$

ونجد ، ان هذا التابع يمثل انتشار الموجة .

وعليه ، فالتابع $f(x - ct)$ ، يمثل الموجة . ويمكننا ان نصيغ كل ما ذكر باختصار كما يلي :

$$f(x-ct) = f[x + \Delta x - c(t + \Delta t)] ,$$

حيث $\Delta x = c\Delta t$. ومما لاشك فيه ، انه توجد امكانية اخرى ايضاً ، وهي تظهر عندما لا يشع المنبع الأمواج نحو اليمين ، كما هو مبين على الشكل (٤٧-٢) ، بل نحو اليسار ، بحيث تتحرك الامواج في الجهة السالبة لـ x . وعندئذ ، يمثّل انتشار الموجة بالتابع $g(x+ct)$.



الشكل (٤٧ - ٢)
مثال عن توزع الحقل الكهربائي في لحظة زمنية ما (المنحني المستمر) ، وفي لحظة زمنية تالية t (المنحني المتقطع).

ويمكن أن يحدث أيضاً في المكان ، ان يتحرك حقلان معاً ، وأن ينتشرا مستقلين عن بعضها ، فيكون الحقل الكهربائي عندئذ مجموع الحقلين . ويمكن التعبير عن خاصة الحقول الكهربائية هذه كما يلي : ليكن $f_1(x - ct)$ ممثلاً احدى الموجتين ، و $f_2(x - ct)$ ممثلاً الموجة الثانية ، عندئذ يكون

مجموعها موجة أيضاً . وتدعى هذه الحقيقة مبدأ الانضمام . وهو صحيح في الامواج الصوتية أيضاً .

نعلم جيداً ، أن التأثر بالأصوت يحصل في الترتيب نفسه الذي تولدت بـه الاصوات عند المنبـع . ولو كانت التواترات العالية تنتشر بسرعة اكبر من المنخفضة ، لسمعنا ضجيجاً قصيراً حاداً ، وكأنه سلسلة من الأصوات الموسيقية . وكذلك لو كان الضوء الاحمر أسرع من الازرق ، لرأينا ومضة الضوء الابيض ، حمراء بادىء ذي بدء ، ثم بيضاء واخيراً زرقاء . ونحن نعلم جيداً ، أن هذه الظاهرة لا تحدث في الواقع ، بل ينتشر الصوت والضوء في الهواء بسرعة مستقلة عن التواتر تقريباً . ولكننا سندرس في الفصل الثامن والأربعين امثلة عن الحركة الموجية ، لايتحقق فيها هذا الاستقلال .

كنا حصلنا من أجل الضوء (أي الامواج الكهرطيسية) على صيغة ،يتعين بها في نقطة مفروضة ، الحقل الكهربائي ، الذي يتولد بفعل تسارع الشحنة . والآن ، قد يتبادر الى ذهننا ، انه علينا ، بالمشابهة ، تحديـد خاصة ما للهواء ، كالضغط على بعد مفروض عن المنبـع ، بدلالة حركة هذا المنبـع ، ومن ثم حساب التأخير الناشيء عن انتشار الصوت . لقد أخذنا بهذه الطريقة لدى دراسة الضوء ، لأن كل مانعلمه في هذا المجال كان مقتصراً على ان شحنة موجودة في مكان مفروض تؤثر بقوة معينة في شحنة موجودة في مكان آخر ؛ ولم تكن تفاصيل انتشار التفاعل من نقطة إلى اخرى ذات أهمية أساسية . أما الصوت ، فانه ينتشر ، كما هو معلوم ، في الهواء من المنبـع الى الاذن ، فمن الطبيعي ، والحالة هذه ، ان نتساءل عن قيمة الضغط في كل لحظة مفروضة ، وأن نرغب أيضاً ، في معرفة التفاصيل الدقيقـة لحركة الهواء . هذا ، وكان بامكاننا في حالة الكهرباء ، اعتماد هذه القاعدة ، وحجتنا في ذلك هي أننا لم

ندرس بعد قوانين الكهرباء. أما بالنسبة إلى الصوت فهذه الحجة غير صحيحة ؛ ولا ترضينا قاعدة تعطينا انتشار ضغط الصوت في الهواء بل ينبغي أن نستطيع فهم هذه الحادثة استناداً إلى قوانين الميكانيك . ونقول اختصاراً أن الصوت جزء من الميكانيك ، وعليه ينبغي فهمه في ضوء قوانين نيوتن . فانتشار الصوت من نقطة الى أخرى ، ليس إلا نتيجة من نتائج علم الميكانيك وخواص الغازات ، فيما اذا انتشر الصوت في الغاز ، أو خواص السوائل والاجسام الصلبة ، فيما إذا انتشر في هذه الاوساط ، كما اننا سنستخرج بطريقة مشابهة ، فيما بعد ، خواص الضوء وحركته الموجية من قوانين الالكترودیناميك .

٤٧ ـــ ٢ : انتشار الصوت the propagation of sound

والآن لنستخرج خواص انتشار الصوت بين المنبع وبين المستقبل ، معتمدين على قوانين نيوتن ، وبدون التعرض إلى التفاعل بين الصوت من جهة وبين المنبع أو المستقبل من جهة أخرى. نحن نؤكد عادة في دراستنا على النتيجة وليس على طريقة استخراجها . ولكننا سنسلك في هذا الفصل نهجاً مغايراً : فنهتم بطريقة الاستخراج نفسها . ومن المعلوم أن طريقة شرح الظواهر الجديدة بدلالة القديمة منها ، التي نعرف قوانينها ، هو فن من أرفع فنون الفيزياء الرياضية ، والفيزياء الرياضية تعالج مسألتين اثنتين هما : مسألة البحث عن حل لمعادلة قد سبق إيجادها ، ومسألة ايجاد المعادلة ، التي تصف ظاهرة جديدة. إن ما سنتعرض له في بحثنا هذا هو المسألة الثانية .

لننظر في أبسط الامثلة عن انتشار الصوت ، ولكن انتشاره في وسط ذي بعد واحد . من الضروري ، بادىء ذي بدء ، ادراك واقع مايجري ..

تقوم الظاهرة على الواقع التالي : عندما يتحرك جسم في الهواء ، يتولد اضطراب ، ينتشر في الهواء . واذا سئلنا عن ماهية هذا الاضطراب أمكننا أن نقول : إننا نتوقع أن تولّد حركة الجسم تغيراً في الضغط . فاذا كانت حركة الجسم بطيئة ، سال الهواء حوله فقط ، دون أن يتولد تغير في الضغط ، أما اذا كانت حركة الجسم سريعة ، فلا يكون لدى الهواء متسع من الوقت ليسيل مثل هذا السيلان . فينضغط الهواء ، في هذه الشروط ، اثناء حركة الجسم ويتولد بذلك تغير في الضغط ، يعمل على دفع طبقات الهواء المجاورة . ثم تنضغط هذه الطبقات بدورها ، فيتولد ضغط اضافي جديد، وهكذا تنتشر الموجة .

سنصيغ هذه الحادثة بلغة الرياضيات . لكن ، قبل ذلك علينا أن نحدد المتحولات التي نحتاج اليها . يبدو ، من الضروري في مسألتنا ، أن نعرف مبلغ حركة الهواء ، لذا فإن انتقال الهواء في الموجةالصوتية هو أول المتحولات التي سنعتمدها . ويبدو أيضاً ، أنه يحسن أن نعرف كيف تتغير كثافة الهواء عند انتقاله ، وكيف يتغير ضغطه أيضاً . ولما كان الهواء يتحرك بسرعة معينة ، فينبغي أيضاً أن نستطيع حساب سرعة جسيمات الهواء وتسارعها أيضاً ، إلا أن السرعة والتسارع تتعينان فيما اذا تبين الانتقال بتابعية الزمن .

وكما تقدم ذكره ، فنحن ندرس انتشار الموجة في بعد واحد . وهذا مانلجأ اليه لدى وجودنا على بعد كاف من المنبع ، بحيث لاتختلف جبهة الموجة إلا قليلاً جداً عن السطح المستوي . وتصبح المحاكمة في هذا المثال ابسط ما يمكن ، لانه يمكن القول ، أن الانزياح χ تابع فقط لـ x و t ، وليس تابعاً لـ y و z . لذا كان التابع $\chi(x,t)$ ، هو الذي يصف حالة الهواء .

وهل هذا الوصف كامل ؟ يبدو انه بعيد جداً عن الكمال ، لاننا نجهل بالتفصيل حركة جزيئات الهواء التي تتحرك في كل المناحي ، وهذا امر غير ممثل في التابع $\chi(x,t)$. فبحسب النظرية الحركية للغازات ، اذا ازدادت كثافة الجزيئات في مكان ما ، عما هي عليه في مكان آخر مجاور ، انتقلت هذه الجزيئات من المنطقة ذات الكثافة الاكبر الى المنطقة ذات الكثافة الأقل ، حتى تتساوى الكثافتان . ومن الواضح ، في هذه الحالة، انه لا تحدث اهتزازات من أي نوع ، فلا يتولد صوت ما . فمن اجل الحصول على موجة صوتية ، ينبغي ان تعمل الجزيئات ، عند انتقالها من المنطقة الاكثر كثافة والاشد ضغطاً ، على دفع الجزيئات الاخرى ، الموجودة في المنطقة المتخلخلة . ويتولد الصوت فيما اذا كانت ابعاد المنطقة التي تتغير كثافتها وضغطها اكبر بكثير من المسافة، التي تقطعها الجزيئات بين اصطدامين اثنين متتاليين لها بجزيئات اخرى . هذه المسافة هي المسار الحر الوسطي ، فينبغي اذن ان يكون هذا المسار الحر الوسطي اصغر بكثير من المسافة بين قمة موجة الضغط وبين قعرها . وفي الحالة المعاكسة ، اي عندما لا يتحقق هذا الشرط ، تنتقل الجزيئات من قمة موجة الضغط الى قعرها ، فتنمحي الموجة آنيا .

فمن الطبيعي والحالة هذه ، ان نتقصى حالة الغاز في مجال اكبر من المسار الحر الوسطي ، بحيث لا تتعين خواص الغاز بسلوك الجزيئات فرادى . فنعتبر الانتقال مثلاً ، هو انتقال مركز كتلة حجم صغير من الغاز ، والى هذا الحجم ينسب الضغط والكثافة . سنرمز الى الضغط بـ P ، والى الكثافة بـ ρ ، وهما تابعان لـ x و t . هذا ومن الواجب ان نتذكر بالضرورة ، ان وصفنا هذا ، لما يجري ، عند انتشار الموجة ، هو وصف تقريبي ، ولا يصح الأخذ به إلا عندما تتغير خواص الغاز بسرعة كبيرة جداً بتغير المسافة .

٤٧ ـــ ٣ : المعادلة الموجية the wave equation

نخلص مما تقدم ، الى ان الظواهر الفيزيائيـة التي تحدث في الموجة الصوتية ، تتمتع بالخواص الثلاث التالية :

I ـ يتحرك الغاز ، فتتغير كثافته ،

II ـ تتغير كثافة الغاز ، فيتغير ضغطه ،

III ـ يولد التوزع غير المنتظم للضغط ، حركة في الغاز .

سننظر اولا في الخاصة الثانية . من المعلوم ان الضغط تابـع لكثافة الغاز او المائع او الجسم الصلب . وقبـل وصول الموجة الصوتية الى مكان معين من هذه الاجسام تكون حالته متوازنة ، ويساوي الضغط فيه P_0 والكثافة ρ_0 . ولما كان الضغط P يتعلق بكثافة الوسط ، أي $P = f(\rho)$ ، يكون لدينا في حالة التوازن $P_0 = f(\rho_0)$. ان انحراف قيمـة الضغط عن قيمة التوازن صغير جداً في الموجـة الصوتية . ومن المستحسن قياس الضغط بالوحـدة المسماة بار $(1\ \text{bar} = 10^5 \text{N/m}^2)$. ويساوي ضغط الجو النظامي باراً واحداً تقريباً $(1\ \text{atm} = 1.0133\ \text{bar})$. هذا ويستعمل عادة في قياس شدة الصوت السلم اللغريتمي ، وذلك لأن حساسية الاذن بشدة الصوت لغريتمية تقريباً . وفي هـذا السلم يستعمل لدسيبل لتقدير سوية ضغط الصوت I ، وفيه ترتبط هذه السوية بسعة موجة الضغط الصوتية بالعلاقة :

$$I = 20 \log_{10} \left(\frac{P}{P_{ref}} \right) \text{db} \qquad (47-1)$$

حيث ينسب الضغط إلى ضغط المقارنة الذي يساوي $P_{ref} = 2\times10^{-10}$ bar . إن

الصوت ذو الضغط $P = 10^{3}P_{ref} = 2\times10^{-7}$ bar* ، هو صوت قوي ، ويساوي 60 db . نرى أن تغير الضغط في الموجة الصوتية صغير جداً بالنسبة إلى ضغط التوازن ، الذي يساوي 1 atm . وكذلك يكون الانتقال وتغير الكثافة صغيرين جداً . أما عند الانفجارات ، فلا تكون التغيرات صغيرة بهذا القدر ، وعندئذ ، قد يفوق الضغط الاضافي للصوت 1 atm ، وتقود هذه التغيرات الكبيرة في الضغط إلى ظواهر جديدة ، سندرسها فيما بعد . هذا ، ونادراً ما نلقى في الامواج الصوتية ، صوتاً بقوة تفوق سويتها 100 db ؛ علماً بأن قوة صوت بسوية 120 db ، تؤلم الاذن . وعليه اذا كتبنا في حالة الامواج الصوتية ، ان :

$$P = P_0 + P_e \quad , \quad \rho = \rho_0 + \rho_e \qquad (47\text{—}2)$$

امكننا ، اعتبار تغير الضغط P_e صغيراً جداً بالنسبة الى P_0 ، وتغير الكثافة ρ_e صغيراً جداً بالنسبة الى ρ_0 . فيكون لدينا :

$$P_0 + P_e = f(\rho_0 + \rho_e) = f(\rho_0) + \rho_e f'(\rho_0) \qquad (47\text{—}3)$$

حيث $P_0 = f(\rho_0)$ ، و $f'(\rho_0)$ هي قيمة مشتق $f(\rho)$ من أجل $\rho = \rho_0$. وتصح هنا ، كتابة علاقة التساوي الثانية ، لان ρ_e صغير جداً . وهكذا نجد أن تزايد الضغط P_e يتناسب مع تزايد الكثافة ρ_e ؛ فاذا رمزنا إلى عامل التناسب بينهما بـ K كان :

$$(II) \qquad P_e = K\rho_e \qquad (47\text{—}4)$$

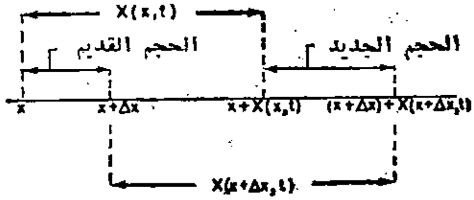
---

* بهذا الاختيار لـ P_{ref} ، لاتكون P السعة العظمى لضغط الصوت ، بل هي جذر وسطي المربعات ، التي تساوي القيمة العظمى مقسومة على $\sqrt{2}$.

حيث : $K = f'(\rho_0) = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0$

انها فعلاً علاقة بسيطة جداً ، وتتضمن بدقة مضمون الخاصة الثانية .

والآن لننتقل الى دراسة الخاصة الأولى . لنفرض أن موضع عنصر من حجم الهواء قبل أن يضطرب العنصر بالموجة الصوتية هو x ، وأن الصوت ينقله في اللحظة الزمنية t مسافة $\chi(x,t)$ ، بحيث يكون موضعه الجديد $x + \chi(x,t)$ ، كما هو ظاهر على الشكل (٤٧ — ٣) . وليكن موضع العنصر المجاور من الحجم هو $x+\Delta x$ ، وموضعـه الجديـد $x+\Delta x+\chi(x+\Delta x,t)$. والآن بالامكان ايجاد تغير الكثافة. لما كنا ندرس الموجـة المستوية ، فمن المستحسن اخذ وحدة السطح عمودية على المحور x ، أي عمودية على منحى انتشار الموجة . ان كمية الهواء ، بوحدة السطح في المجال Δx ، تساوي $\rho_0 \Delta x$ ، حيث يرمز ρ_0 الى كثافة الهواء غير المضطرب أي المتوازن. تنقل الموجة الصوتية هذه الشطيرة من الهواء، فتقع عندئذٍ بين $x + \chi(x,t)$ وبين $x + \Delta x + \chi(x+\Delta x,t)$ ، وتظل كمية الهواء التي تشغل هذا المجال ، الكميـة ذاتها الـتي كانت تشغل المجال Δx قبل ان تصل اليه الموجة . فاذا رمزت ρ الى الكثافة الجديدة ، كان :



الشكل (٤٧ — ٣) .ان انزياح الهواء في النقطة x يساوي $\chi(x,t)$ ، وفي النقطة $x+\Delta x$ يساوي $\chi(x+\Delta x,t)$. ان الحجم البدائي ، منسوباً الى وحدة السطح ، في الموجة الصوتية المستويـة، يساوي Δx ، ويساوي الحجم الجديد $\Delta x + \chi(x+\Delta x,t) - \chi(x,t)$.

$$\rho_0 \Delta x = \rho\,[x + \Delta x + \chi(x+\Delta x,t) - x - \chi(x,t)] \qquad (47-5)$$

ولما كان Δx صغيراً ، امكن كتابة $\chi(x+\Delta x,t) - \chi(x,t) = (\partial\chi/\partial x).\Delta x$.
وهنا يظهر المشتق الجزئي ، لأن χ تابع لكل من المتحولين x و t .
وتأخذ المعادلة الشكل التالي :

$$\rho_0 \Delta x = \rho\left(\frac{\partial \chi}{\partial x}\Delta x + \Delta x\right), \qquad (47-6)$$

او الشكل :

$$\rho_0 = (\rho_0 + \rho_e)\frac{\partial \chi}{\partial x} + \rho_0 + \rho_e \qquad (47-7)$$

هذا ولما كانت التغيرات التي تحدث في الموجة الصوتية ، صغيرة كلها ، فان ρ_e ، و χ ، و $\frac{\partial \chi}{\partial x}$ مقادير صغيرة. لذا ، كان بالامكان اهمال $\rho_e \frac{\partial \chi}{\partial x}$ بالنسبة الى $\rho_0 \frac{\partial \chi}{\partial x}$ في المعادلة ، التي اتينا على كتابتها قبل قليل أي في :

$$\rho_e = -\rho_0 \frac{\partial \chi}{\partial x} - \rho_e \frac{\partial \chi}{\partial x} \qquad (47-8)$$

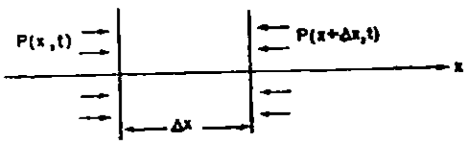
وهكذا نكون قد توصلنا الى العلاقة المطلوبة بحسب الخاصة الاولى ، وهي :

$$\text{(I)} \qquad \rho_e = -\rho_0 \frac{\partial \chi}{\partial x} \qquad (47-9)$$

ان هذا الشكل للمعادلة هو الذي نتوقعه ، فيما لو انطلقنا من اعتبارات فيزيائية صرفة . وفي الواقع اذا تغيرت قيمة الانتقال بتغير x ، تغيرت الكثافة . والاشارة صحيحة ايضاً : لانه اذا ازداد الانتقال χ بتزايد x ، بحيث يتمدد الهواء ، فانه ينبغي ان تتناقص الكثافة .

والآن ، علينا ايجاد المعادلة الثالثة أي معادلة الحركة المتولدة بفعل الضغط . فاذا عرفنا العلاقة بين القوة وبين الضغط ، امكننا الحصول على معادلة الحركة . لنأخذ شطيرة رقيقة من الهواء طولها Δx ، وذات سطح عمودي على x مساحته وحدة السطح . تساوي عندئذ كتلة الهواء في هذا الحجم $\rho_0 \Delta x$ ، ويساوي تسارع الهواء $\partial^2\chi / \partial t^2$ ، بحيث يساوي جداء كتلة هذه الشطيرة في تسارعها $\rho_0 \Delta x (\partial^2\chi/\partial t^2)$. (اذا كان Δx صغيراً ، فلا فرق بين ان نأخذ التسارع عند حافة الشطيرة أو في اية نقطة واقعة داخلها) . ان القوة ، التي تؤثر في وحدة السطح من هذه الشطيرة ، التي قاعدتها عمودية على المحور x ، يجب ان تساوي $\rho_0 \Delta x(\partial^2\chi/\partial t^2)$. لدينا في النقطة x القوة $P(x,t)$ ، التي تؤثر في وحدة السطح ، والتي تتجه في الاتجاه الموجب لـ x ، بينما تتولد في النقطة $x+\Delta x$ قوة بالاتجاه المعاكس ، وتساوي قيمتها $P(x+\Delta x)$ ، نظر الشكل (٤٧ - ٤) وتكون القوة المحصلة :

$$P(x,t) - P(x+\Delta x,t) = -\frac{\partial P}{\partial x}\Delta x = -\frac{\partial P_e}{\partial x}\Delta x . \qquad (47-10)$$



الشكل (٤٧ - ٤)
ان اتجاه القوة المحصلة هو اتجاه المحور x . وتتولد هذه القوة بفعل الضغط على وحدة السطح العمودية على المحور x ، وتساوي $\Delta x(\partial P/\partial x)$-.

لقد افترضنا ، ان Δx صغير وان الضغط الاضافي p_e هو الذي يتغير فقط بتغير x . وهكذا نحصل وفق الخاصة الثالثة على العلاقة :

$$\text{(III)} \qquad \rho_0 \frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = -\frac{\partial P_e}{\partial x} \qquad (47-11)$$

ويبدو الآن ، ان المعادلات كافية لربط مختلف المقادير بعضاً ببعض ، ممّا يمكننا من الاقتصار على تابع وحيد ، وليكن χ : فبالامكان ان نحذف P_e من المعادلة (11 — 47) بفضل المعادلة (4—47) ، فنجد :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = - K \frac{\partial \rho_e}{\partial x} \qquad (47—12)$$

وبعد ذلك بالامكان حذف ρ_e باستخدام المعادلة (9 — 47) . فنختصر عندئذ ρ_0 وتبقى لدينا المعادلة :

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = K \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \qquad (47-13)$$

واذا اعتمدنا الرمز $c_s^2 = K$ ، امكننا ان نكتب :

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \qquad (47—14)$$

وهذه هي المعادلة الموجية ، التي تمثل انتشار الصوت في وسط ما .

٤٧ — ٤ : حلول المعادلة الموجية Solutions of the wave equation

والآن لننظر فيما اذا كانت المعادلة الموجية تمثل حقاً الخواص الاساسية للامواج الصوتية في وسط ما . نريد اولاً ان نتبين ، فيما اذا كانت النبضة الصوتية ، او الاضطراب ، تنتشر بسرعة ثابتة . وينبغي بالاضافة الى ذلك ، ان نبرهن ان نبضتين مختلفتين تعبر احداهما الاخرى بحرية ، أي ان نتحقق من صحة مبدأ الانضمام ، ونرغب ايضاً في ان نتأكد من ان الصوت يمكن ان ينتشر نحو اليمين أو نحو اليسار على حد سواء . هذا ، وينبغي ان تتضمن المعادلة الموجية الوحيدة هذه الخواص كلها .

لقد لاحظنا سابقاً ، ان التابع $f(x-vt)$ يمثل اي اضطراب على شكل موجة مستوية تنتشر بسرعة ثابتة v . لنتحقق الآن ، فيما اذا كان التابع $\chi(x,t)=f(x-vt)$ هو حل المعادلة الموجية . لنحسب $\partial\chi/\partial x$ ، فنحصل على مشتق التابع $\partial\chi/\partial x=f'(x-vt)$. وبمفاضلة النتيجة مرة ثانية ، نجد :

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}=f''(x-vt) \qquad (47-15)$$

لنفاضل هذا التابع χ بالنسبة الى t ، فنجد: $\partial\chi/\partial t=-vf'(x-vt)$ ؛ ويعطي المشتق الثاني بالنسبة الى الزمن :

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=v^2 f''(x-vt) \qquad (47-16)$$

من الواضح ، ان التابع $f(x-vt)$ يحقق المعادلة الموجية ، فيما اذا كانت v تساوي c_s .

وهكذا ، فاننا نجد من قوانين الميكانيك ، ان الاضطراب الصوتي ينتشر بالسرعة c_s ، كما ان :

$$c_s=K^{1/2}=\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0^{1/2}$$

وبهذا ، نكون قد ربطنا سرعة الامواج الصوتية بخاصة من خواص الوسط .

ومن السهل أن نتبين ، انه بامكان الموجة الصوتية الانتشار أيضاً في الاتجاه السالب للمحور x ، أي أن الاضطراب الصوتي من الشكل $\chi(x,t)=g(x+vt)$ يحقق أيضاً المعادلة الموجية . ان الفرق الوحيد بين هذه الموجة ، وبين تلك التي تنتشر من اليسار الى اليمين ، يكمن في اشارة v ،

لكن اشارة $\partial^2\chi/\partial t^2$ لاتتغير سواء أكان لدينا $x+vt$ أو $x-vt$ ، لأن ما يدخل في هذا المشتق هو v^2 فقط . من هنا ينتج ، أن حل المعادلة يمثل امواجاً تنتشر في كلا الاتجاهين بالسرعة c_s نفسها .

ويلعب مبدأ انضمام الحلول دوراً هاماً . لنفترض اننا وجدنا حلاً للمعادلة الموجية ، وليكن χ_1 . وهذا يعني ، أن المشتق الثاني لـ χ_1 بالنسبة الى x يساوي جداء المشتق الثـاني لـ χ_1 بالنسبة الى t ، في $1/c_s^2$. لنفرض أن ثمة حلاً ثانياً χ_2 يتمتع بالخاصة ذاتها . نضم هذين الحلين معاً ، فنجد :

$$\chi(x,t) = \chi_1(x,t) + \chi_2(x,t) \qquad (47-17)$$

والآن ، نريد ان نتأكد ، ان $\chi(x,t)$ يمثل أيضاً موجة ، أي أن χ يحقق المعادلة الموجية . ومن السهل جداً البرهان على صحة ذلك ، لان :

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2\chi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\chi_2}{\partial x^2} \qquad (47-18)$$

كما أن :

$$\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\chi_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2\chi_2}{\partial t^2} \qquad (47-19)$$

ومن هنا ينتج ان : $\partial^2\chi/\partial x^2 = (1/c_s^2)\,\partial^2\chi/\partial t^2$ ، وهكذا نكون قد تحققنا من صحة مبدأ الانضمام . ان البرهان على صحة مبدأ الانضمام يستند الى ان المعادلة الموجية خطية بالنسبة الى χ .

والآن نستطيع ان نتوقع انه اذا كانت لدينا موجة ضوئية مستوية ، منتشرة في منحى المحور x ، ومستقطبة استقطاباً يكون فيه الحقل الكهربائي في

منحى المحور y ، فإن هذه الموجة تحقق المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad (47-20)$$

حيث يرمز c الى سرعة الضوء . ان هـذه المعادلة الموجية للموجة الضوئية هي احدى نتائج معادلات مكسويل . وهكذا تقود معادلات الالكتروديناميك الى معادلة الضوء الموجيـــة ، تماماً كما تقود معادلات الميكانيك الى معادلة الصوت الموجية .

٤٧ ـــ ٥ : سرعة الصوت The speed of Sound

حصلنا ، لدى استخراج معادلة الصوت الموجية على الصيغة التي تربط بين سرعة الموجة وبين معدل تغير الضغط بتغير الكثافة هي :

$$c_s^2 = \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0 \qquad (47-21)$$

مع العلم ان المعدل $\frac{dP}{d\rho}$ يجب ان يحسب عند الضغط النظامي P_0 . ولتقدير معدل تغير الضغط هذا ينبغي ان نعرف كيف تتغير درجة الحرارة عند الانضغاط . ومن الممكن ان يتوقـع ، ارتفاع درجة الحرارة في امكنة تكاثف الموجـة الصوتية ، وانخفاضها في امكنة التخلخل . وقد كان نيوتن اول من حسب معدل تغير الضغط بتغير الكثافة ، وقد افترض ، ان درجة الحرارة لا تتغير عند الانضغاط . وكانت حجته في ذلك ، ان الحرارة تنتقل من منطقة من موجة الصوت الى منطقة اخرى بسرعة كبيرة كبراً يمنع درجة الحرارة من ان تزداد أو ان تنقص . وتعطي طريقة نيوتن هذه السرعة المتساوية الدرجة للصوت ، وهـــذا مخالف للواقع . وفي وقت لاحق أجرى لابلاس الحســـاب

الصحيح ، مخالفاً نيوتن ، عندما افترض ان الضغط ودرجة الحرارة يتغيران تغيراً كظوماً في موجة الصوت . فلايكون تدفق الحرارة من منطقة التكاثف الى منطقة التخلخل صغيراً لدرجة الاهمال ، إلا إذا كان طول الموجة كبيراً بالمقارنة مع المسار الحر الوسطي . ففي هذه الشروط ، لا تؤثر الحرارة القليلة المتسربة في سرعة الصوت ، على الرغم من انها تؤدي الى امتصاص قليل للطاقة الصوتية . هذا ، وبامكاننا ان نتوقع ، تزايداً في امتصاص الطاقة ، عندما يقترب طول الموجة من المسار الحر الوسطي ، غير ان هذه الاطوال الموجية اصغر بمليون مرة تقريباً من أطوال موجات الصوت المسموع .

إن التغير الفعلي للضغط بدلالة تغير الكثافة في الموجة الصوتية هو التغير الذي لا يسمح للحرارة بالتسرب . وهذا مايوافق تغير الضغط تغيراً كظوماً . وقد وجدنا في هذه الحالة ،ان: $PV^{\gamma} =$ (ثابت) ، حيث يرمز V الى الحجم . ولما كانت الكثافة ρ تتناسب عكساً مع الحجم ،فتعطى عندئذ العلاقة بين P و ρ في الحوادث الكظومة بالمعادلة :

$$P = (\text{ثابت}) \cdot \rho^{\gamma} , \qquad (47\text{—}22)$$

ومن هنا نجد ان $dP/d\rho = \gamma P/\rho$. وهكذا نجد لسرعة الصوت العلاقة التالية :

$$c_s^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \qquad (47\text{—}23)$$

ويمكن ايضاً كتابة هذه العلاقة على الشكل $c_s^2 = \gamma PV/\rho V$ ، ثم الاعتماد على العلاقة $PV=NkT$. ونرى ان ρV ، تمثل كتلة الغاز ، التي يمكن كتابتها على الشكل Nm أو μ ، حيث يرمز m الى كتلة الجزيء ، و μ الى الكتلة الجزيئية . وهكذا ، نجد ان :

$$c_s^2 = \frac{\gamma kT}{m} = \frac{\gamma RT}{\mu} \qquad (47\text{—}24)$$

ومن هنا ، يبدو ان سرعة الصوت تتبع درجة حرارة الغاز فقط ، ولا تتبع الضغط او الكثافة . هذا ، وكنا لاحظنا ان :

$$kT = \frac{1}{3} m < v^2 > , \qquad (47—25)$$

حيث يرمز $< v^2 >$ الى وسطي مربعات سرعات الجزيئات . من هنا ينتج ، ان : $c_s^2 = (\gamma/3) < v^2 >$ أو :

$$c_s = \left(\frac{\gamma}{3} ^{1/2} \right) v_{av} \qquad (47-26)$$

تنص هذه المعادلة على ان سرعة الصوت هي جداء السرعة المتوسطة للجزيئات $v_{av.}$ (أي جذر وسطي مربعات سرعات الجزيئات) في عدد يساوي تقريباً $1/\sqrt{3}$. وبعبارة اخرى نقول ،ان سرعة الصوت هي من مرتبة سرعة الجزيئات ، إلا أنها في الواقع أقل بقليل من السرعة الوسطى للجزيئات .

هذا ، وكان بالامكان ان نتوقع ذلك ، لان الاضطراب ، كتغير الكثافة مثلاً ، ينتقل بحركة الجزيئات . إلا أن هذه المحاكمة لا تنبئنا بالقيمة الدقيقة لسرعة الانتشار ، وقد كان من الممكن مبدئياً ان تكون اسرع الجزيئات هي التي تحمل القسط الأعظم من مهمة نقل الصوت ، او كان من الممكن ، على العكس ، ان تقوم بذلك ابطأ الجزيئات . وانه لمما يرضينا ان نجد ان سرعة الصوت قريبة جداً من نصف السرعة الجزيئية الوسطى $v_{av.}$.

* * *

عيسى يوسف الرويثي

مسائل وتمارين

٤٧ - ١ : أوجد نسبة سرعة الصوت في الهليوم إلى سرعته في الهدروجين في درجة الحرارة نفسها .

٤٧ - ٢ : ينفخ في صفارتين لهما طول واحد :

(أ) بواسطة الهواء المبرّد إلى درجة الهواء المائع (180C -) .

(ب) بواسطة الهواء الساخن . فتعطي إحدى الصفارتين صوتاً أعلى بثمانيّة واحدة من صوت الأخرى (أي صوتاً له ضعف تواتر صوت الأخرى) . ماذا ينبغي أن تكون درجة حرارة الهواء المنفوخ في الحالة (ب) ؟

٤٧ - ٣ : إذا استنشق شخص الهليوم وتكلم ، فإن صوته يبدو غير طبيعي ، كما يزداد تواتر صوته . فاذا ملئت كل الاجواف التجاوبية لديك (« الاجزاء الفارغة من رأسك ») بالهليوم بدلاً من الهواء ، فما هو العامل الذي يزداد به كل تواتر تجاوبي ؟ ولو كنت ستغني لحناً ما ، فما هو الاثر الذي سيتركه الهليوم على المفتاح الذي تغني عليه ؟ ناقش ذلك .

٤٧ - ٤ : لننظر في موجة صوتية مستوية مستقرة ، ذات تواتر يساوي 1000 هزة في الثانية ، ولنفرض أن ذروتي الضغط تختلفان بمقدار $\pm 1\ dyne.cm^{-2}$ عن الضغط الجوي السائد الذي يساوي $1 \times 10^6\ dyne\ cm^{-2}$. والمطلوب :

(أ) ماهو التغير في الكثافة الذي يرافق موجة كهذه ؟

(ب) ماهو انزياح الجسيم الأعظمي χ_m ؟

(ح) ماهي الشدة ؟

(اعتبر أن سرعة الصوت هي 340 m/sec) .

٤٧ - ٥ : اقرص شريطاً مطاطياً ، غير مزدوج ، طوله 5 cm بين أظافر أصابع يدك الاثنتين ، ثم افلته واستمع الى تواتر الصوت الصادر ، ثم مطه ليصبح طوله ضعف أو ثلاثة أضعاف ، أو أربعة أضعاف ، أو خمسة أضعاف ، طوله الاصلي دون أن تغير كتلة الشريط التي بين أظافر أصابعك ، ثم أفلته في كل مرة . ناقش النتائج الملاحظة . لماذا لايفعل وتر الكمان الشيء نفسه ؟

٤٧ - ٦ : لدينا وتر تام المرونة ومنتظم ، كتلة وحدة الطول منه تساوي (kg/m) . وهو مشدود بتوتر قدره T . استخرج معادلة الموجة التي تعطي الانزياح العرضاني y ، واستنتج سرعة الانتشار لاضطراب على طول الوتر . أفرض أن $\partial y/\partial x \ll 1$ عند كل النقاط والازمنة ، وانظر في الاهتزازات الواقعة في المستوي فقط . لاحظ أن مركبة توتر الوتر في الاتجاه العرضاني قريبة جداً من $T\,\partial y/\partial x$.

٤٧ - ٧ : بين أن $u = Ae^{i(\omega t-kx)}$ تحقق المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = (1/v^2)\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

شريطة أن يحقق ω و k العلاقة $\omega = vk$.

* * *

محمد يوسف الكويتي

الفصل الثامن والأربعون

Beats

الخفقان

٤٨ ــ ١ : جمع موجتين Adding two waves

لقد سبق لنا ، وليس من وقت بعيد ، أن ناقشنا بالتفصيل خواص الامواج الضوئية وتداخلها ، أي اثر انضمام موجتين صادرتين من منبعين مختلفين . وقد افترضنا آنذاك ، أن تواتري المنبعين متساويان . سنقف في هذا الفصل على بعض ظواهر التداخل التي تتولد بفعل منبعين مختلفين في التواتر .

وليس صعباً علينا أن نتنبأ ، عما يحدث في هذه الحالة . فقياساً على نهجنا السابق ، نفترض وجود منبعي اهتزاز متشابهين ومتساويين في التواتر ، وننتخب طوريهما بحيث تمر الاهتزازتان في النقطة P ، في طور واحد . فاذا كانت الظاهرة ضوءاً ، سطع الضوء بقوة في هذه النقطة ؛ واذا كانت الظاهرة صوتاً سمع شديداً جداً فيها ، أما إذا كانت الظاهرة الكترونات فستتجمع الكترونات كثيرة . ومن الوجهة الاخرى ، اذا اختلف طورا الموجتين الواردتين بـ 180° في النقطة P ، لم نجد فيها أية اشارة ، لأن سعة المحصلة ستكون صغرى في هذه النقطة . والآن لنفرض أن هناك من يُغيِّر بانتظام طور احد المنبعين ، فيتغير الطور في النقطة P ، تارة باتجاه ، وتارة بالاتجاه

وتارة بالاتجاه المعاكس ، فيجعل الطور هذا ، في البدء صفراً ، مثلاً ، ثم يجعله مساوياً 180° ، وهكذا دواليك . ومما لاشك فيه ، عندئذ ، أن تتغير أيضاً قوة الاشارة في هذه النقطة . ومن الواضح الآن ، اذا كان طور احد المنبعين يتغير تغيراً بطيئاً ومنتظماً بالنسبة الى طور المنبع الآخر ، بحيث يبدأ فرق الطور من الصفر ، مثلاً ، ثم يتزايد شيئاً فشيئاً ، فيبلغ على الترتيب 10° ، و 20° ، و 30° ، و 40° وإلى آخره ، فاننا نرى في النقطة P سلسلة من « النبضات » الضعيفة والقوية ، وذلك لأن السعة تعود الى قيمتها العظمى عندما يتغير الطور بمقدار 360° . وبالطبع فقولنا أن أحد المنبعين يغير طوره بسرعة ثابتة بالنسبة الى طور المنبع الثاني ، يكافيء تماماً القول ، ان المنبعين يختلفان قليلاً في عدد اهتزازاتهما بالثانية الواحدة .

والآن ، اليكم الجواب عما يحدث نتيجة جمع اهتزازتين صادرتين من منبعين مختلفين قليلاً في التواتر : انما يحدث هو اهتزازة ذات شدة تنبض نبضاناً بطيئاً . وهذا هو كل الموضوع .

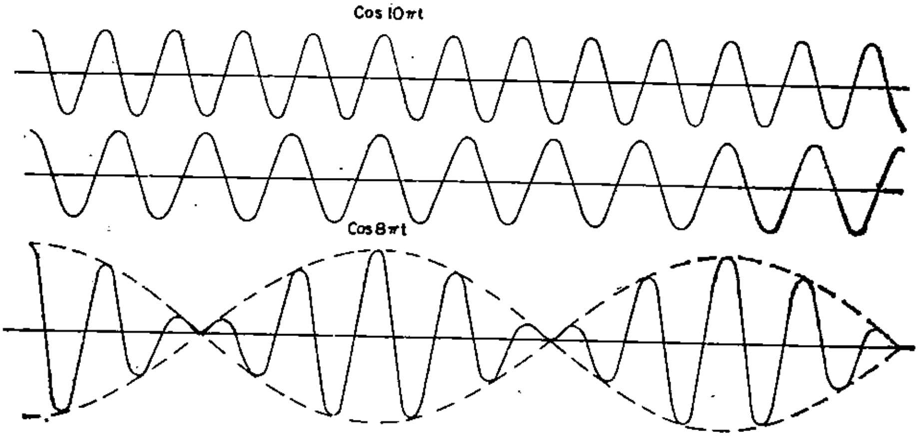
ومن السهل الحصول على النتيجة التي انتهيت اليها أيضاً بطريقة رياضية . فنفترض لذلك ، على سبيل المثال ، أن لدينا موجتين ، ولندع جانباً لبعض الوقت ، العلاقات المكانية كلها ، فننظر فقط في مايحدث في النقطة P . ليكن احد المنبعين يصدر الموجة $\cos \omega_1 t$ ، والمنبع الآخر يصدر الموجة $\cos \omega_2 t$ ، والمقداران ω_1 و ω_2 غير متساويين بدقة . ومما لاشك فيه ، انه يمكن ان تكون أيضاً سعتا الموجتين مختلفتين ، غير أننا سنفترض ، أولاً ، أن السعتين متساويتان . وسندرس المسألة العامة فيما بعد . وفي حالة تساوي السعتين ، فان السعة الخاصة في النقطة P هي مجموع جيبي تمام . فاذا رسمنا المنحني البياني ، الذي يمثل تابعية السعة للزمن ، كما هو مبين على الشكل (٤٨-١) ، يتبين ، انه عندما تتطابق قمتا الموجتين ، يكون الانحراف

اعظمياً ، وعندما تتطابق قمةاحدى الموجتين وقعر الموجة الاخرى ، يكون الانحراف معدوماً عملياً ، وعندما تعود القمتان الى التطابق تحصل من جديد موجة كبيرة .

ومن الناحية الرياضية، ينبغي أن نأخذ مجموع جيبي تمام ،ونحصلهابطريقة ما. ومن أجل ذلك ، نحتاج الى بعض العلاقات المفيدة بين جيوب التمام . لنجد اذن هذه العلاقات ، فمن المعلوم ان :

$$e^{i(a+b)} = e^{ia} \cdot e^{ib} \qquad (48-1)$$

وان القسم الحقيقي من التابع الاسي e^{ia} يساوي cos a ، وان القسم الخيالي يساوي sin a . فإذا اخذنا القسم الحقيقي من التابع exp [i(a+b)] حصلنا على cos (a+b) ، أما في حالة الجداءفيكون :



$Cos(5\pi t/2) + Cos\,2\pi t = 2Cos(\pi t/4) \cdot Cos(9\pi t/4)$

الشكل (٤٨ — ١)

يمثل انضمام موجتين تجيبيتين في الحالة التي تساوي فيها نسبة تواتريهما (8:10) . ان شكل الاهتزازات داخل كل خفقة هنا ليس نموذجاً يحتذى به في الحالة العامة .

$$e^{ia}\, e^{ib} = (\cos a + i \sin a)(\cos b + i \sin b)$$

ونحصل على $\cos a \cos b - \sin a \sin b$ بالاضافة الى قسم خيـالي . غير اننـا الآن ، نحتاج في تحليلنا الى القسم الحقيقي فقط . وعليه فإن :

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \qquad (48-2)$$

والآن اذا غيرّنا اشارة المقـدار b ؛ فان اشارة جيب التام لا تتغير ، بينما تتغير اشارة الجيب ، وعليه نحصل على صيغة مشابهة من اجل جيب تمام الفضل أي أن:

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \qquad (48-3)$$

وبعد جمع هاتين المعادلتين ، يختصر جداء الجيبين ، ونجد أخيراً ، ان جـداء جيبي تمام يساوي نصف جيب تمام المجموع مضافاً اليه نصف جيب تمام الفضل أي :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\cos(a+b) + \frac{1}{2}\cos(a-b) \qquad (48-4)$$

والآن يمكن الاستفادة من هذه العبارة والحصول على صيغة لـ $\cos\alpha + \cos\beta$ وذلك بأن نفترض ان $\alpha = a+b$ ، و $\beta = a-b$ ، أي ان $a = \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ ، و $b = \frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ فنجد .

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta) . \qquad (48-5)$$

والآن ، لنعد الى المسألة الأصلية . ان مجموع $\cos\omega_1 t$ و $\cos\omega_2 t$ يساوي:

$$\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t = 2\cos\frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t\cos\frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t \qquad (48-6)$$

لنفرض الآن ، ان التواترين متساويان تقريبـاً ، بحيث يسـاوي

$^1/_2(\omega_1+\omega_2)$ ، قيمةُ التواتر المتوسط ، الذي يساوي على وجه التقريب كُلاً من هذين التواترين . غير ان الفضل $\omega_1-\omega_2$ اصغر بكثير من ω_1 و ω_2 ، لأن ω_1 و ω_2 كما افترضنا متساويان تقريباً . وهـذا يعني ، انه يمكن ان ننظر الى محصلة الموجتين ،على انها موجة لهاشكل جيب التام ، بتواتر يساوي على وجه التقريب التواترين الأولين ، وبسعة تتغير تغيراً بطيئاً : فيقال عنـدئذ ان الموجة تنبض بتواتر يساوي $^1/_2(\omega_1-\omega_2)$. هل بهذا التواتر نسمع الخفقان ، أم بغيره ؟ تنص المعادلة (6 — 48) ، على ان السعة تتغير كالتابـع ($\cos {}^1/_2(\omega_1-\omega_2)$ ، وينبغي ان يفهم هذا النص ، على ان الاهتزازات عاليـة التواتر تقع بين تجيبين اثنين باشارتين متعاكستين ، وهما المنحنيان المنقطان على الشكل (٤٨ — ١) . هذا ولئن تغيرت السعة ، فعلاً ، بالتواتر $^1/_2(\omega_1-\omega_2)$ ، فانه ينبغي علينـا ، عند الكلام في شدة الموجة ، ان نأخذ التواتر مرتين اكبر . وبكلمة اخرى نقول ، ان تكييف السعة (ونعني شدة السعة) يحدث بالتواتر $\omega_1-\omega_2$ ، على الرغم من ان المضروب هو تجيب نصف هذا التواتر . ان الاساس الرياضي لهذا هو انه في الموجة ذات التواتر العالي تكون علاقة الطور مختلفة قليلاً في نصف الدورة الثاني عما هي عليه في النصف الاول .

وباهمال هـــذه التعقيدات ، يمكننـــا ألى نخلص ، ان ان نتاج انضمام موجتين بالتواترين ω_1 و ω_2 ، هو موجـــة : يساوي تواترها التواتر المتوسط $^1/_2(\omega_1+\omega_2)$ ، وتهتز بالتواتر $\omega_1-\omega_2$.

هذا ،واذا كانت سعتا الموجتين مختلفتين ، يمكننا ، وبدون أي شك ، تكرار الحساب كله ؛ فنضرب ،اولاً ،جيبي التام في السعتين المختلفتين A_1 و A_2 ثم نجري العمليات الحسابية كلها ، وذلك باستعمال معادلات شبيهة بالمعادلات (2 — 48) حتى (5 — 48) . غير انه توجد طريقة اخرى اسهل من هذه لاجراء

هـذا التحليل . فمن المعلوم ، مثلاً ، ان العمل بتوابـع أسية اسهل بكثير من العمل بتوابـع جيبية وتجيبية ، لذا يمكن تمثيل $A_1 \cos \omega t$ بالقسم الحقيقي من التابـع الاسي $A_1 \exp(i\omega_1 t)$. وقياساً على ذلك تكون الموجـة الثانية هي القسم الحقيقي من $A_2 \exp(i\omega_2 t)$. نجمـع هذين التـابعين الاسيين $A_1 \exp(i\omega_1 t) + A_2 \exp(i\omega_2 t)$ ثمّ نخرج ، كعامل مشترك ، التابـع الاسي ذا التواتر المتوسط ، فنجد :

$$A_1 e^{i\omega_1 t} + A_2 e^{i\omega_2 t} = e^{\frac{i}{2}(\omega_1+\omega_2)t} \left[A_1 e^{\frac{i}{2}(\omega_1-\omega_2)t} + A_2 e^{\frac{i}{2}(\omega_1-\omega_2 t)} \right] \qquad (48\text{–}7)$$

وهكذا ، يتبين لنا ثانية ، ان الموجة عالية التواتر تتكـيّف بحسب الموجة منخفضة التواتر .

٤٨ ـــ ٢ : الخفقان والتكييف Beat notes and modulation

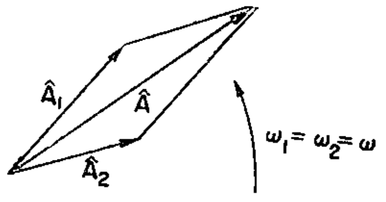
والآن لنفترض ، ان ما نهتم به هو شدة الموجة التي تمثلها المعادلة (7– 48) ، فمن اجل الحصول على هذه الشدة ، ينبغي اخـذ مربـع القيمة المطلقة للطرف الايمن من المعادلة (7–48) أو لطرفها الايسر . لنأخذ الطرف الأيسر من هذه المعادلة . فتساوي الشدة عندئذ :

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t \qquad (48\text{–}8)$$

وترون ان الشدة تتزايد وتتناقص بالتواتر $(\omega_1 - \omega_2)$ ، فتتغير بين الحدين $(A_1+A_2)^2$ و $(A_1-A_2)^2$. فاذا كانت $A_1 \neq A_2$ فان الشـــدة الصغرى غير معدومة .

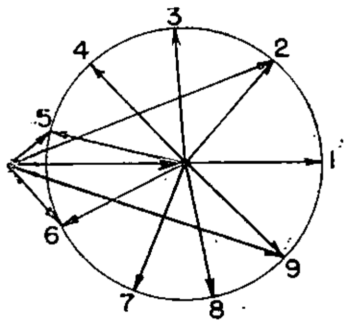
هذا ، وبالإمكان ان نحصل على هذه النتائج بعينها بطريقة اخرى ، وذلك

بتمثيل هندسي ، شبيه بالتمثيل المبين على الشكل (٤٨-٢) . لذا نمثل في المستوي العقدي احدى الموجتين بمتجهة طولها A_1 وتدور بالسرعة الزاوية ω_1 . ونمثل الموجة الثانية بمتجهة طولها A_2 وسرعتها الزاوية في الدوران ω_2 . فاذا كان هذان التواتران متساويين ، حصلنا على متجهة تدور دائماً بطول ثابت . وعليه كانت الشدة في هذه الحالة دائماً مقداراً ثابتاً . أما اذا كان التواتران مختلفين ، ولو قليلاً ، دارت هاتان المتجهتان العقديتان بسرعتين مختلفتين .



الشكل (٨٤ - ٢)
محصلة متجهتين عقديتين
بتواترين متساويين

تظهر على الشكل (٤٨ - ٣) ، الصورة الكاملة ، كما تبدو « من وجهة نظر » المتجهة $A_1 \exp(i\omega_1 t)$. نرى ، أن المتجهة A_2 « تبتعد » ببطء



الشكل (٤٨ - ٣)

محصلة متجهتين عقديتين ، تواتراهما مختلفان ، وذلك كما ترى في جملة المقارنة الدائرة لاحدى المتجهتين ، ويبين الشكل تسعة مواضع متتالية للمتجهة الدائرة ببطء .

عن المتجهة A_1 ، وأن سعة محصلة هاتين المتجهتين ، كبيرة في البدء ، وصغيرة جداً عندما « تبتعد » المتجهة الثانية كلياً في الجهة المقابلة ، أي عندما

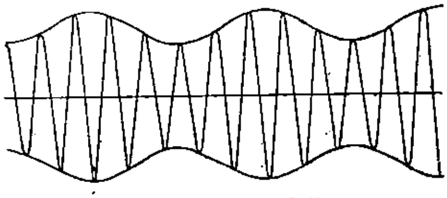
تصبح الزاوية بينهما 180° ، وهكـذا دواليك . فتدور المتجهة A_2 ، وتكون سعة مجموع المتجهتين تارة كبرى ، وتارة صغرى ، فتنبض السعة. أن الفكرة بسيطة نسبياً ، ويمكن تمثيلها عملياً بعدد كبـــير من الطرائق المختلفة . ومن السهل جداً مشاهدة هذه الظاهرة تجريبياً . ليكن لدينا ، على سبيل المثال ، مكبرا صوت ، يتصل كل منهما بمولد اهتزازات خاص به ، ويصدر طابعه المميز. وعليه فاننا نتلقى اشارة من المنبع الاول ، واشارة اخرى من الثاني . فاذا كان تواترا هاتين الاشارتين متساويين تماماً ، حصلنا في النتيجة ، في كل نقطة من المكان ، على أثر بقوة معينة . لكن إذا اختلف تواتر المولدين إختلافاً طفيفاً ، فاننا نسمع بعض التغير في شدة الصوت . وكلما ازداد الفرق بين التواترين ، كان تغير شدة الصوت اسرع . ولكن يصعب على الاذن ان تتابع التغيرات ، التي تفوق سرعتها عشر اهتزازات بالثانية الواحدة أو تقرب منها .

هذا ، ويمكن مشاهدة الاثر نفسه على راسم الاهـــتزاز أيضاً ، الذي يرينا فقط مجموع التيارين الذاهبين الى مكبري الصوت . فاذا كان تواتر النبضات صغيراً نسبياً ، فاننا نشاهد على الشاشة ، الامواج الجيبية ، وهي تمر أمامنا ، وسعتها تنبض ، أما إذا جعلنا سرعة النبضات أكبر ، شاهدنا صورة تشبـه ما هو مبين على الشكل (٤٨ ـ ١) . وكلما ازداد الفرق بـين التواترين ، تقاربت « النهايات » اكثر فاكثر . واذا لم تتساو السعتان ، أي إذا جعلنا احد الصوتين اضعف من الآخر ، تشكلت موجة ، لاتنعدم أبداً، كما هو منتظر . وهذا ما يجب حدوثه ، سواء كانت الظاهرة كهربائيـة أو كانت صوتية .

ولكن الظاهرة المعاكسة تحدث أيضاً ! من المعلوم ، انه تستعمل في

البث الراديوي ظاهرة تدعى « تكييف السعة » ، ورمزها A.M . فاليك ما يحصل هنا. يولد جهاز البث الراديوي ، اهتزازات كهربائية عالية التواتر جداً ، مثلًا اهتزازات بتواتر 800 كيلو هرتز . فاذا جرت هذه الاشارة الحاملة في جهاز البث ، أشع هذا الجهاز امواجاً بتواتر 800 000 اهتزازة بالثانيـة وذات سعة ثابتة . أما « الخـــبر » الاذاعي (وغالباً ما يكون بدون فائدة ، مثلًا الاعــــلان عن نوع السيارة التي ينبغي ان تُشترى) فانــه ينقل بالطريقـة التالية : يتكلم أحدهم أمام المكروفون ، فتتغير ، تبعاً لذلك ، سعة الاشارة الحاملة على خُطى اهتزازات الصوت ، الذي يرد إلى المكروفون .

لنأخذ اسهل الحالات من وجهة النظر الرياضية ، وهي عندما تأخذ مغنية باداء نغمة صافية ، تهتز عند ادائها حبالها الصوتية اهتزازات جيبية كاملة ،فعندئذ تكون الاشارة الحاصلة ذات قوة متغيرة ، كما هو مبين على الشكل (٤٨-٤) . وبعد ذلك يتلقى جهاز الراديو المستقبل تغيرات التواترات المسموعة ،فنتخلص من الموجة الحاملة وننظر فقط الى مغلفها ، الذي يمثل اهتزازات الحبال الصوتية ، أي صوت المغنية . ويصدر مكبّر الصوت أيضاً ، في الهواء ، الاهتزازات ذاتهـا وبالتواتر نفسه ، فلا يستطيع المرء ، من حيث المبدأ ، الكشف عن تباين بين الصوت الحقيقي للمغنية وبين الصوت المـذاع ، الذي يسمـع بالراديو . غير انه ، بسبب بعض التشوهات التي تصيب الصوت الصادر من الراديو ، وبسبب الآثار الطفيفـة الاخرى التي تلحق به ، يمكن التمييز بين الصوت المسموع بالراديو وبين الصوت « الحي » ، اي صوت المغنية ، أما في ما عدا ذلك ، فالامر كلـه يجري كما تقدم وصفه .



الشكل (٤٨ – ٤)
الحاملة المتكيفــة . لدينا في هذا الرسم المبسط $\omega_c/\omega_m = 5$ ، بينما في الموجة الراديوية الحقيقية $\omega_c/\omega_m \approx 100$.

٤٨ ـــ ٣ : العصابتان الجانبيتان Side bands

يمكن ، صياغة الموجة المتكيفة ، التي أتينا على وصفهـــا قبل قليل ، على الشكل التالي :

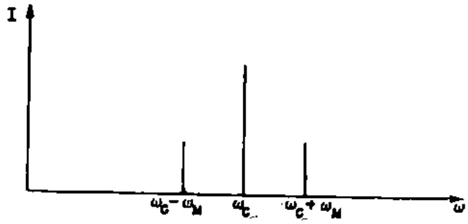
$$S = (1 + b \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \qquad (48—9)$$

حيث يرمز ω_c الى التواتر الحـامل ، و ω_m الى تواتر الصوت المسموع وبالاعتماد على دعوى التوابع التجيبيـة ، أو على خواص التابـع الاسي $\exp(i\theta)$ (لايوجد هنا اي اختلاف بين استعمال هذين النوعين من التوابـع ، لكن الدراسة بالتابع الاسي اسهل) ، نجد أن :

$$S = \cos \omega_c t + \frac{1}{2} b \cos(\omega_c + \omega_m) t + \frac{1}{2} b \cos(\omega_c - \omega_m) t \qquad (48—10)$$

وهكذا ، يمكن القول من وجهة نظر أخرى ، ان الموجة الحاصلة تتألف من انضمام ثلاث موجات هي : الموجة العادية وتواترها ω_c ، أي التواتر الحامل ، وموجتان جديدتان بتواترين آخرين يساوي احـدهما مجموع التواتر الحامل والتواتر المكيِّف ، ويساوي الثاني الفضل بين هذين التواترين الاخيرين . فاذا انشأنا مخططاً بيانياً يمثل شدة إشعاع المولد بتابعيه التواتر ، كان من الطبيعي ان نكتشف أولاً شدة كبيرة عند التواتر الحامل ω_c ، ثم وبعد ان تبدأ المغنية بالغناء مباشرة ، نكتشف فجأة وبدون أي توقع شدة تتناسب مـع قوة صوت المغنيـة b^2 عنـد التواترين $\omega_m + \omega_c$ و ($\omega_c - \omega_m$) ؛ كما هو مبين على الشكل (٤٨ ـ ٥) . ندعو هذين التواترين : العُصابتين الجانبيتين . والحالة هذه ،اذا انطلقت من مذياع اشارة متكيفة ، كانت هناك عُصابتان جانبيتان . فاذا كانت تذاع معاً نغمتان ، بالتواترين ω_m و $\omega_{m'}$ مثلاً ، أي كان هناك من

يعزف على آلتين ، او إذا كانت تذاع موجة معقدة، فانه يتضح من دراسات رياضية ، أننا نحصل على موجتين موافقتين للتواترين $\omega_c \pm \omega_m$.



الشكل (٤٨ – ٥)
طيف تواترات الموجة الحاملة ω_c ، المتكيفة بحسب موجة تجيبية واحدة ω_m

وهكذا ، اذا حـــدث تكييف معقد ، بحيث يمكن تمثيله على شكل مجموع توابع تجيبية* ، فان جهاز البث يعمل ، فعلاً ، في مجال من التواترات ، حدّاه هما : أولاً ، مجموع التواتر الحامل والتواتر الاعظمي ، الموجود في الاشارة المكيّفة ، وثانياً الفضل بين هذين التواترين .

ولئن تمكنّا ان نسلم ، باديء ذي بدء ، بأن جهـاز البث الراديوي يعمل بتواتر حامل وحيد خاص به ، لان فيه هزازة بلورية عالية الاستقرار جداً ، ولأن مكونات الهزازة كلها انتخبت بحيث يساوي تواتر الهزازة بدقة 800 كيلو هرتز فانه في اللحظة ، التي يعلن فيها المذيع ، ان مركز البث يعمل على التواتر

* ينبغي هنا ان نذكر ملاحظة جانبية طفيفة ، فيا يختص بالحالات ، التي يمكن فيها تمثيل منحن على شكل مجموع عدد من التوابع التجيبية . وفي الواقع ، يصح هذا التمثيل دائما ، على وجه التقريب ، ويشذ عن هذه القـاعدة ، عدد غير كبير من الحالات ، التي لا يمكن ان نتبينها إلا بالتحليل الرياضي . فما لاشك فيه ، انه ينبغي ان يكون لأية نقطة من المنحني قيمة وحيدة فقط ، كما يجب ألا يكون المنحني بدون معنى كأن يحوي عدداً غير محدود من الانقطاعات في مجال زمني لا متناه في الصغر ، أو مايشبه ذلك . فاذا تحققت هذه الشروط ، كان بالامكان دائماً ، ان يمثل اي منحن معقول (خاصة المنحني الذي ينتج عند اهتزاز الحبال الصوتية للمغنية) على شكل مجموع امواج تجيبية .

800 كيلو هرتز ، يكيّف بنفسه هـذا التواتر ، فلا تعمل بعدئذٍ ، الاذاعـة على هذا التواتر . لنفرض ان المضخمات انشئت لتمرر عُصابة عريضة من التواترات ، التي تحسُّ بها الاذن ؛ (تستطيـع الاذن ان تسمع من التواترات لغاية 20000 هرتز إلا ان المستقبل الراديوي وجهاز البث الراديوي يعملان عادة من اجل تواترات اقل من 10 000 هرتز ، فلا نسمع تواترات اعلى بالراديو) . ولما كان صوت المذيع عندما يتكلم بالراديو ، يمكن ان يحوي تواترات حتى 10 000 هرتز ، فان جهاز البث يُشع تواترات تقع في المجال المحصور بين 790 وبين 810 كيلو هرتز . فاذا كانت ثمة محطة راديوية اخرى ، تذيع بالتواتر 795 كيلو هرتز مثلاً ، تولد تشويش قوي . فاذا جعلنا المستقبل حساساً ، لدرجة لا يلتقط فيها إلا التواتر 800 كيلو هرتز فقط ، ولا يلتقط الـ 10 كيلو هرتز الواقعـة على جانبي هذا التواتر ، فاننا لا نسمع ، مايقوله المذيـع ، ولا غرابة في ذلك ، لأن الخبر ينتقل بالتواترات الجانبية التي لا يلتقطها ! لذا كان مهماً جداً ، ان يفصل مابين تواترات مراكز البث المختلفة مجالات معينة من التواترات ، والا تراكبت التواترات الجانبية ، فتغطي احداها الاخرى بعض الشيء ، كما ينبغي الا يكون اصطفاء المستقبل كبيراً ، وذلك حتى يتمكن من التقاط العُصابتين الجانبيتين مع التواتر الحامل . الا ان هذه المسألة لا تثير صعوبات كبيرة لدى الاذاعات الراديوية . فنحن نسمـع في المجال 20 ± كيلو هرتز ، بينما تمتد منطقـة تواتر الاذاعات الراديوية عـادة من 500 حتى 1500 كيلو هرتز ، وعليه فان هذه المنطقة قادرة على ان تستوعب عدداً كبيراً من الاذاعات .

أما مسألة البث التلفزيوني فأصعب بكثير . فعندما تعدو الحزمـة الالكترونية على شاشة الانبوبة التلفزيونية ، تولد نقاطاً عديدة مضيئة ومظلمة ، وتشكل هذه النقاط المضيئة والمظلمة « الاشارة » . ومن أجل مشاهدة الصورة بكاملها ، يجب على الحزمة أن تعدو في جزء واحد من ثلاثـين جزء من

الثانية الواحدة خمسمائة سطراً . ليكن التحليل وفق الخطين الافقي والشاقولي واحداً تقريباً ، وهذا يعني أن مانلقاه من النقاط في المليتر الواحد من أي سطر يساوي ما نلقاه من الاسطر في المليتر الواحد من أي عمود . هـــذا وينبغي أن نميز تتالي الاضاءة والظلمة ، ثم الاضاءة والظلمة ، وهكـذا على طول خمسمائة خط . وبغية تحقيق ذلك بموجة لها شكل جيب التام ، يلزم أن يكون طول الموجة ، (أي المسافة من النهاية العظمى الى النهاية الصغرى) ، موافقاً طول 1/250 جزء من طول الشاشة . وهكذا ، نحصل على 30×500×250 « وحدة اخبارية » في الثانية الواحدة ، لذا ، نجدأن أعلى تواتر ، ينبغي أن نحمله ، يساوي 4 ميغا هرتز تقريباً . وفي الواقع ،فانه ، لفصل المراكز التلفزيونية بعضها عن بعض ، ينبغي استعمال عصابة من التواترات اعرض بعض الشيء ، أي 6 ميغا هرتز . فيستعمل جزء منها لنقل الصوت المرافق ولنقل اشارة أخرى . وهكذا يكون عرض القناة الواحدة 6 ميغا هرتز . ومما لاشك فيه ، انه يستحيل تكييف الاهتزازة الحاملة بتواتر اكبر منها ، لذا ، كان من المستحيل اجراء البث التلفزيوني بتواتر ، 800 كيلو هرتز ، مثلاً .

وعلى كل حال ، تبدأ عُصابة التواترات التلفزيونية من التواتر 54 ميغاهرتز وتعمل القناة التلفزيونيـة الاولى في الولايات المتحدة الامريكية في عُصابة تبدأ من 54 ميغا هرتز ، وتنتهي عند 60 ميغا هرتز ، وهذا يعني أن عرضها يساوي 6 ميغاهرتز . « وهنا قـد يعترض البعض سبيلنا ، قائلاً ، لقد برهنتم قبل قليل أنه ينبغي أن تكون العصابتان الجانبيتان على طرفي التواتر الحامل ، وعليه ينبغي أن يكون عرض العصابة اكبر بمرتين اثنتين » . إلا أن المهندسين الراديويين بارعون . فعند تحليل الاشارة المتكيفة ، اذا لم يستعمل تابـع جيب التام

فقط ، بل أستعمل التابعان الجيبي وجيب التام ، وذلك بغية حساب فرق الطور ، فانه يتبين وجود علاقة معينة و ثابتة بين عصابتي التواترات العالية والمنخفضة . وبهذا ، نرغب في القول ، أن العصابة الجانبية الثانية لاتحوي أي خبر جديد بالمقارنة مع الاولى ، بحيث يمكن حذف احداهما تماماً . هذا ويصنع المستقبل بحيث ، يتشكل فيه من جديد الخبر المحذوف ، وذلك من التواتر الحامل واحدى العصابتين الجانبيتين . إن البث بمساعدة احدى العصابتين الجانبيتين ، لهو طريقة طريفة لتصغير عرض العصابة اللازمة لبث الخبر .

٤٨ ـــ ٤ : قطار الامواج المتوضع Localized wave trains

ان السؤال التالي ، الذي نرغب في مناقشته ، هو تداخل الامواج ، في المكان ، وفي الزمان أيضاً . لنفترض ، انه تنتشر في المكان موجتان . من المعلوم ، أنه يمكن صياغة انتشار الامواج في المكان بالتابع الأسي $\exp[i(\omega t-kx)]$. قد يمثّل هذا التابع مثلا الإنزياح في موجة صوتية . ويحقق هذا التابع الاسي المعادلة الموجية فيما إذا تحقق الشرط ، $\omega^2=k^2c^2$ ، حيث يرمز c إلى سرعة انتشار الموجة . وفي هذه الحالة يمكن كتابة التابع الاسي على الشكل $\exp[ik(x-ct)]$ ، وهو حالة خاصة من الحل العام $f(x-ct)$. وينبغي على هذا التابع الاسي أن يمثل موجة ، تنتشر بسرعة ω/k ، مساوية c ، وهذا ما هو محقق هنا .

لنعمل الآن على جمع موجتين اثنتين شبيهتين لتلك الموجة . ولتكن الموجة الاولى تنتشر بتواتر يختلف عن التواتر الذي تنتشر به الموجة الثانية . وسنترك لكم أن تعالجوا بانفسكم حالة عدم تساوي سعتي الموجتين ،

وذلك بالرغم من عدم وجود اختلاف جوهري بين هذه الحالة وبين حالة تساوي السعتين ، التي سنعالجها هنا . وهكذا ، نريد أن نحصّل $\exp\ [\ i\ (\omega_1 t - k_1 x)\ ] + \exp\ [\ i\ (\omega_2 t - k_2 x)\ ]$. فيمكن اجراء هذا الجمع رياضياً ، بطريقة تشبه تلك التي استعملناها عند جمع اشارتين اثنتين . فاذا كانت سرعة الموجتين واحدة ، سهل جداً تحصيل هذا الجمع ، وإن استثنينا استبدال $t' = t - x/c$ بالزمن t ، يصبح هذا التحصيل عينه الذي قمنا به قبل قليل ونجد :

$$e^{i\omega_1\left(t-\frac{x}{c}\right)} + e^{i\omega_2\left(t-\frac{x}{c}\right)} = e^{i\omega_1 t'} + e^{i\omega_2 t'} \qquad (48-11)$$

وعندئذ ، فمن الطبيعي ، أن نجد حوادث تكييف تشبه تماماً تلك التي سبق لنا ان ناقشناها ، غير أنها هنا ، تتحرك مع الموجة . وبعبارة اخرى نقول ، إذا جمعنا موجتين اثنتين ، لاتهتزان فقط ، بل تنتقلان أيضاً في المكان ، نتجت موجة تتحرك أيضاً بالسرعة ذاتها .

من المرغوب فيه تعميم هذا على حالة الامواج ، التي لاتكون فيها العلاقة بين التواتر وبين العدد الموجي k بسيطة إلى هذا الحد ، مثلاً حالة انتشار الامواج في مادة ذات قرينة انكسار . لقد سبق لنا أن درسنا في الفصل الواحد والثلاثين قرينة الانكسار n ، وأوضحنا ، أنها ترتبط بالعدد الموجي بالشكل التالي : $k = n\omega/c$. وقد وجدنا مثالاً مفيداً في قرينة انكسار الاشعة السينية يقضي بأن يكون :

$$n = 1 - \frac{N q_e^2}{2\,\varepsilon_0\, m\omega^2} \qquad (48-12)$$

وفي الواقع ، وجدنا في الفصل الواحد والثلاثين صيغة أكثر تعقيداً ، إلا أن هذه الصيغة كافية من أجل غرضنا ، ولذا نأخذ هذه الصيغة على سبيل المثال . من المعلوم لدينا ، حتى في الحالة التي لايتناسب فيها ω و k ، أن النسبة ω/k تساوي سرعة انتشار التواتر المفروض والعدد الموجي المفروض . تدعى هذه النسبة السرعة الطورية ، وهذا يعني السرعة ، التي يتحرك بها الطور أو عقدة الموجة التي تنتشر منفردة .

$$v_p = \frac{\omega}{k} \qquad (48-13)$$

وما يثير اهتمامنا ، مثلا ، انه في حالة انتشار الاشعة السينية في الزجاج ، تكون السرعة الطورية اكبر من سرعة الضوء في الخلاء [لانه بحسب(48-12) تكون n اصغر من الواحد] ، وهذا ما لا يرضي بعض الشيء ، لاننا نظن ، اننا لا نستطيع ارسال اشارات اسرع من الضوء !

لنناقش الآن تداخل موجتين اثنتين ، ترتبط فيها قيمتا ω و k بعلاقة معينة. تنص صيغة قرينة الانكسار ، التي كتبت قبل قليل ، مثلاً ، على أن k هو تابع معين معلوم للتواتر ω . ولزيادة الايضاح نستخرج صيغة تابعية ω و k في هذه المسألة ، فنجد ان :

$$k = \frac{\omega}{c} - \frac{a}{\omega c} \qquad (48-14)$$

حيث $a = Nq_e^2/2\varepsilon_0 m$ وهو مقدار ثابت . على كل حال ، نريد ان نحصّل هاتين الموجتين ، حيث يوجد لكل تواتر عدد موجي معين .

لنحصّل هـــذا الجمع ، بالطريقة عينها التي اعتمدناها عند الحصول على المعادلة (48—7) فنجد :

$$e^{i(\omega_1 t - k_1 x)} + e^{i(\omega_2 t - k_2 x)} = e^{1/2\, i\, [(\omega_1+\omega_2)\, t - (k_1+k_2) x]} \times$$

$$\left\{ e^{1/2\, i\, [(\omega_1-\omega_2)\, t - (k_1-k_2) x]} + e^{-1/2\, i\, [(\omega_1-\omega_2)\, t - (k_1-k_2) x]} \right\} \quad (48-15)$$

وهكذا ، نلقى من جديد موجة متكيفـة ، تنتشر بسرعة متوسطة وبعدد موجي متوسط ، وتمتاز قوتها بانها تتغير وفق صيغة تابعة لفضل التواترين ولفضل العددين الموجيين .

لننظر الآن ، في الحالة ، التي يكون فيها الفرق بين التواترين صغيراً نسبياً. لنفترض ، اننا نجمع موجتين بتواترين متساويين تقريباً ، وفي هذه الحالة يساوي $(\omega_1+\omega_2)/2$ عملياً كلًا من التواترين ω . ويسري القول عينه على $(k_1+k_2)/2$. وهكذا ، فان سرعة الامواج ، التي اهتزازها اسرع ، أي التي سرعة العقد فيها اكبر ، تظل مساوية ω/k . لكن ، لاحظوا ان سرعـة انتشار التكييف ليست السرعة السابقة نفسها ! فكيف يلزم ان نغير x ، حتى يعدل هذا التغير مقداراً من الزمن قدره t ؟ ان سرعة هذه الامواج المتكيفة هي :

$$v_M = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} \quad (48-16)$$

تدعى سرعة التكييف احياناً سرعة المجموعة . فاذا اخذنا الحالة ، التي يكون فيها الفرق بين التواترين صغيراً نسبياًوبالتالي يكون الفرق بين العددين الموجيين صغيراً ايضاً ، فان هذه الصيغة تسعى الى الشكل :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (48-17)$$

ونقول بكلمة اخرى ،انه كلما كان التكييف أبطأ ،أضحى الخفقان أبطأ ايضاً ،هذا ،

وما يثير العجب ، هو وجود سرعة معينة لانتشار الخفقان ، لا تساوي السرعة الطورية للموجة .

تساوي سرعة المجموعة مشتق ω بالنسبة الى k ، بينما تساوي السرعة الطورية النسبة ω/k .

لنتبين ، هل يمكن ان نتفهم ، السبب الذي يجعل الظاهرة تجري بالشكل المذكور. فننظر في حالة موجتين اثنتين مختلفتين قليلاً في الطور ، كما هو مبين على الشكل (٤٨-١) . تتطابق هاتان الموجتان في الطور تارة ، وتختلفان تارة اخرى ، ثم تتطابقان من جديد ، وهكذا عودٌ على بدء . لكن تمثل هاتان الموجتان ، فعلاً ، موجتين اثنتين في المكان ، تنتشران بتواترين مختلفتين قليلاً . وبما ان السرعة الطورية لهاتين الموجتين ، اي سرعة عقد هاتين الموجتين ، ليست واحدة تماماً ، فانه يجري شيء جديد . نفترض اننا ننتقل مع احدى الموجتين وننظر الى الثانية . فلو تحركت الموجتان بسرعة واحدة ، لبقيت الثانية بالنسبة الينا ساكنة ، كما كانت في البدء ، اذ نحن ننتقل على قمة الموجة الاولى ، فنرى قمة الموجة الاخرى مباشرة بجانبنا . لكن السرعتين في الواقع غير متساويتين . ولما كان التواتران مختلفين قليلاً فقط ، فان السرعتين تختلفان اختلافاً قليلاً ايضاً . وبسبب هذا التباين غير الكبير بين السرعتين ، فإما ان تتقدمنا الموجة الثانية ببطء ، واما ان تتأخر عنا . وماذا يجري بمرور الزمن للعقدة ؟ فاذا تقدّمت احدى الموجتين قليلاً جداً ، تنتقل العقدة عند ذلك مسافة بعيدة الى الامام (أو الى الوراء) ، وهذا يعني ان لمجموع هاتين الموجتين مغلفاً ، يتصف بانه ، عند انتشار الموجتين ، ينزلق عليها بسرعة اخرى . فسرعة المجموعة هي هذه السرعة ، التي تنتقل بها الاشارة المكيفة .

واذا ارسلنا ، اي اذا احدثنا تغييرات في الموجة ، وكان بالامكان ان تُسْمَع فتُفَكّ رموزُها ، كان هذا عبارة عن نوع من التكييف ، وينتشر هذا التكييف بسرعة المجموعة، شريطة ان يكون بطيئاً نسبياً (أما تحليل الاشارات المتكيفة تكييفاً سريعاً فهو أمر أكثر صعوبة) .

والآن يمكن (اخيراً !) ان نبرهن ، على ان سرعة انتشار الاشعة السينية في قطعة من الفحم ، مثلاً ، ليست اكبر من سرعة الضوء ، مع ان السرعة الطورية اكبر من سرعة الضوء . وللتحقق من ذلك ، ينبغي ان نجد العلاقة $d\omega/dk$ ، التي نحسبها بمفاضلة الصيغة (14—48) فنجد: $dk/d\omega=1/c+a/\omega^2c$. وتساوي سرعة المجموعة مقلوب هذا المقدار ، اي :

$$v = \frac{c}{1+\frac{a}{\omega^2}} \qquad (48-18)$$

فهي اصغر من c ! وهذا يعني انه مع ان الاطوار تعدو بسرعة اكبر من سرعة الضوء ، فان الاشارة المتكيفة تعدو بسرعة ابطأ ، وهنا تكمن النتيجة ، التي تبدو مفارقة ! ومما لا شك فيه ، وفي ابسط الحالات عندما $\omega=kc$ ، تكون سرعة المجموعة $d\omega/dk$ مساوية ايضاً c ، أي عندما تتحرك الاطوار كلها بسرعة واحدة ، فمن الطبيعي ان تتحرك المجموعة بالسرعة ذاتها .

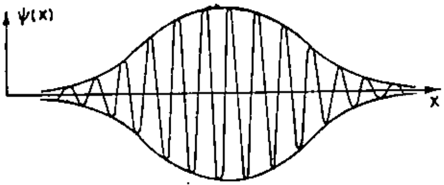
٤٨ ــ ٥ : سعة احتمال الجسيم Probability amplitudes for particles

لننظر في مثال آخر هام عن السرعة الطورية . يعود هذا المثال الى قطاع الميكانيك الكونتي . فمن المعلوم ، أن سعة احتمال ايجاد جسيم في مكان مفروض تتغير ، في ضوء بعض الظروف ، في الزمان والمكان (ذي البعد الواحد) بالشكل التالي :

$$\psi = A e^{i(\omega t - kx)} \qquad (48-19)$$

حيث يرمز ω الى التواتر، الذي يرتبط بالطاقة الكلاسيكية بالعلاقة: $E = \hbar\omega$، و k ، إلى العدد الموجي ، الذي يرتبط بالاندفاع بالعلاقة $p = \hbar k$. نقول ، ان للجسم اندفاعاً معيناً p ، فيما اذا كان العدد الموجي مساوياً k بدقة ، أي إذا كانت لدينا موجة مثالية تتحرك في كل مكان بالسعة ذاتها. تعطي الصيغة (19-48) سعة الاحتمال ، ولكن اذا اخذنا مربع قيمتها المطلقة ، حصلنا على الاحتمال النسبي في اكتشاف الجسيم كتابع للموضع والزمان . ويعطينا هذا مقداراً ثابتاً ، وهذا يعني أن احتمال اكتشاف الجسيم هو نفسه فيأي مكان.لننظر الآن في الحالة ، التي يكون فيها معلوماً ، أن اكتشاف الجسيم في مكان معين اكثر احتمالاً منه في الامكنة الاخرى. وهذه الحالة هي نفسها التي نصف بها الموجة ، التي لها نهاية عظمى في مكان مفروض ، وتسعى نحو الصفر كلما ابتعدت نحو الجانبين ،انظر الشكل(٤٨-٦). (وهذه الصورة ليستنفس الصورة المرسومة على الشكل (٤٨ — ١)، حيث نجد للموجة سلسلة من النهايات ، لكن يمكن ان نحذف هذه النهايات العظمى ، بجمع عدد من الامواج ذات ω و k متساوية تقريباً . وهكـــذا ، يمكن التخلص من النهايات العظمى كلها ، بأستثناء واحدة فقط) .

في هذه الظروف ، وبما أن مربع الصيغة (19—48) يمثل احتمال وجود الجسيم في موضع ما ، فاننا ندرك أن هنـاك حظـاً أكبر باللحظـة المفروضة ، في ايجاد الجسيم بجوار منتصف المنحني ، حيث السعة عظمى .



الشكل (٤٨ — ٦)
قطار موجة متوضع

فاذا انتظرنا بعض الوقت ،

فان الموجة تنتقل ، ويصل منتصفها بعد فترة زمنية ، الى مكان آخر . فلو عرفنا موضع الجسيم في البدء ، لتوقعنا ، بحسب الميكانيك الكلاسيكي ، الموضع الذي سيكون فيه الجسيم فيما بعد ، ويحدث هـــذا الامر لأن للجسيم سرعة واندفاعاً . وفي هذه الحالة ، تعطي النظرية الكوانتية في النهاية علاقات صحيحة كلاسيكية بين الطاقة والاندفاع من جهة وبين السرعة من جهة اخرى ، ويحصل هذا فقط اذا كانت سرعة المجمرعـــة ، أي سرعة انتشار التكييف ، مساوية السرعة الكلاسيكية للجسيم ذي الاندفاع نفسه .

وينبغي الآن ، البرهان ، فيما إذا كان هذا مانلقاه في الواقع أم غير ذلك. ترتبط الطاقة بالسرعة ، وفق النظرية الكلاسيكية ، بالمعادلة :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (48-20)$$

وكذلك يساوي الاندفاع :

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (48-21)$$

وينتج من هنا ، بعد حذف v أن :

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

أي أن $p_\mu p_\mu = m^2$. وهذه نتيجة ذات اربعة أبعاد وهامة جداً ، وسبق لنا أن تكلمنا عنها عدة مرات ، وهي التي تربط بين الطاقة والاندفاع في النظرية الكلاسيكية . والآن ، وبما أن ω و k تحل محل E و p ، وذلك باستخدام العلاقتين $E = \hbar\omega$ و $p = \hbar k$ ، يتبين لنا أنه ينبغي أن نجد في الميكانيك الكوانتي :

$$\frac{h^2 \omega^2}{c^2} - h^2 k^2 = m^2 c^2 \qquad (48-22)$$

وهكذا ، تظهر العلاقة بين التواتر وبين العـــدد الموجي للسعة في الميكانيك الكوانتي ، التي تمثل الجسيم ذا الكتلة m . ويمكن ان نحصل من هذه المعادلة على :

$$\omega = c \sqrt{k^2 + \frac{m^2 c^2}{h^2}}$$

وهكذا تظهر من جديد السرعة الطورية ، ω/k ، اكبر من سرعة الضوء !

لننظر الآن في سرعة المجموعة . ينبغي أن تساوي هذه السرعـة تلك التي يتحرك بها التكييف ، أي $d\omega/dk$. ومن أجل الحصول على هذه السرعة، ينبغي أن نفاضل الجذر التربيعي ، وليس في هذا العمل اية صعوبة . انالمشتق يساوي :

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{k c}{\sqrt{k^2 + \frac{m^2 c^2}{h^2}}}$$

ويبدو ، بدون اي عناء ، ان المخرج ليس إلا ω/c ، اذن يمكن كتابة هـذه الصيغة على الشكل $d\omega/dk = c^2 k/\omega$. هذا ، وبما ان k/ω تساوي p/E ، فاننا نجد اخيراً ان:

$$v = \frac{c^2 p}{E}$$

إلا أن $c^2 p/E$ ، بحسب (48—20) و (48—21) ، تساوي v ، وهي سرعـة الجسيم في الميكانيك الكلاسيكي . وهكذا يتضح لنا ، عند اخذنا بالحسبان

العلاقتين الاساسيتين في الميكانيك الكوانتي $E = \hbar\omega$ و $p = \hbar k$ ، اللتين تعينان ω و k بالقيمتين الكلاسيكيتين E و p فانهما لا تقودان إلا الى المعادلة $\omega^2 - k^2 c^2 = m^2c^4/\hbar^2$ ، فاننا الآن نستطيع أن نفهم ايضاً ، العلاقتين (48—20) و (48—21) ، اللتين تربطان E و p بالسرعة . اذن ، بدون اي شك ، ينبغي ان تكون سرعة المجموعة هي سرعة الجسيم ، فيما اذا كان هذا التفسير ذا معنى . لنفترض ان الجسيم ، في لحظة ما ، كان موجوداً في مكان ما ، ومن ثم ، بعد عشر دقائق مثلاً ، كان الجسيم في مكان آخر . فبحسب الميكانيك الكوانتي ، ينبغي حينئذ أن تكون المسافة ، التي يقطعها منتصف الموجة مقسومة على الفترة الزمنية ، مساوية السرعة الكلاسيكية للجسيم .

waves in three dimension

٤٨ — ٦ : الامواج في مكان ذي ثلاثة ابعاد

سننهي مناقشتنا لموضوع الامواج ببعض الملاحظات العامة في المعادلة الموجية . ان هذه الملاحظات ستفيد في اعطائنا صورة عمّا سنعالجه في المستقبل ، وهذا لا يعني أبداً أن هذه الملاحظات غاية في حد ذاتها تستدعي ان نتفهمها مباشرة ، بل هي وسيلة لأخذ صورة منذ الآن عمّا سيبرز من مواضيع عند التعرف على الامواج اكثر من الآن . لقد سبق لنا ان كتبنامعادلة لانتشار الصوت في بعد واحد على الشكل :

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2}$$

حيث يرمز c ، الى سرعة الموجة . فإذا جرى الكلام على الصوت ، كانت هذه السرعة هي سرعة الصوت ، واذا جرى على الضوء ، كانت سرعة الضوء . وسبق لنا ان بيّنا ، في حالة الصوت ، ان انزياحات الجسيمات يجب ان تنتشر بسرعة ما ،لكن الضغط الاضافي ، كالكثافة الاضافية ،ينتشر ايضاً بسرعة ما . وهكذا

يمكن أن نتوقع من الضغط أن يحقق أيضاً المعادلة الموجية هذه . وهذا ما يحصل في الواقع ، وسنترك البرهان على صحة ذلك للقارىء . وانما نلمح له فيما يلي بطريقة الحل : إن ρ_e تتناسب مع معدل تغير χ بالنسبة الى المسافة x . وعليه ، اذا فاضلنا المعادلة الموجية بالنسبة الى x ، اكتشفنا مباشرة ، أن $\partial\chi/\partial x$ تحقق هـــذه المعادلة ذاتها . وبكلمة اخرى ، نقول ان ρ_e تحقق أيضاً المعادلة نفسها . لكننا نعلم أن P_e يتناسب مع ρ_e ، لذا يحقق P_e أيضاً هذه المعادلة الموجية عينها . وهكذا ، نخلص إلى أن الضغط والانزياحات يحققان المعادلة الموجية نفسها .

displacement

تكتب عادة المعادلة الموجية للصوت بدلالة الضغط ، وليس بـــدلالة الانزياح . وهذا العمل اسهل ، لان الضغط مقدار سلمي وليس له منحى ما ، بينما الانزياح متجهة ، لذا كان العمل بالضغط أفضل .

والسؤال الثاني ، الذي علينا مناقشته ، يعود الى المعادلة الموجيـة في مكان ذي ثلاثة ابعاد . نعلم أن الموجة الصوتية في مكان ذي بعد واحـد تمثـل بالحل $\exp[i(\omega t - kx)]$ ، حيث $\omega = kc_s$. ومن المعلوم لدينا ، بالاضافة إلى ذلك ، أن الموجـــة ، في مكان ذي ثلاثـة أبعاد ، تمثل بالصيغة $\exp[i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)]$ ، وفي هـــذه الحالة $\omega^2 = k^2 c_s^2$ [وهو رمز مختصر الى $(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)c_s^2$] . والآن نريد فقط ان نتنبأ عن شكل المعادلة الموجية في مكان ذي ثلاثة ابعاد . من الطبيعي ، في حالة الصوت ، ان نتمكن من ايجاد هذه المعادلة بمساعدة الاعتبارات التحريكيـة ذاتها ، واعتمادها في مكان ذي ثلاثة ابعاد . ولن نقوم الآن بهذا العمل ، بل نكتفي بالجواب فقط : تأخذ معادلة الضغط أو الانزياح (أو أي مقـــدار آخر) الشكل التالي :

$$\frac{\partial^2 P_e}{\partial x^2} + \frac{\varrho^2 P_e}{\varrho\, z^2} + \frac{\varrho^2 P_e}{\partial\, z^2} = \frac{1}{c_s^2}\ \frac{\partial^2 P_e}{\partial t^2} \qquad (48—23)$$

ويمكن بسهولة ، التحقق من صحة هذه المعادلة ، وذلك بأن نعوض فيها التابع $\exp[\, i\,(\omega t - \mathbf{k.r})]$. ومن الواضح ، أنه في كل مرة نفاضل فيها هذا التابع بالنسبة الى x ، فاننا نضربه بالمقدار $-ik_x$. فاذا فاضلناه مرتين ، كان عملنا مكافئاً ضربنا هذا التابع الاسي في $-k_x^2$ ، وعليه يكون الحد الاول ، في حالة هذه الموجة ، مساوياً $-k_x^2\, P_e$. ويصبح الحد الثاني مساوياً $-k_y^2\, P_e$ ، و الثالث مساوياً $-k_z^3\, P_e$. اما في الطرف الايمن فاننا نحصل على $-(\omega^2/c_s^2)P_e$. فاذا وضعنا خارج قوس العامل المشترك P_e ، وغيرنا اشارات الحدود كلها ، وجدنا ان العلاقة بين k وبين ω ، هي العلاقة الصحيحة .

واذا اتبعنا مرة اخرى طريقة العمل هذه ، التي تخمن الحل ثم برهنا على صحته امكننا ان نكتب المعادلة التفاضلية ، التي تقابل علاقة التبدد (22—48) للامواج الميكانيكية الكوانتية . فاذا مثل φ سعة ايجاد الجسيم باللحظة t في النقطة ذات الاحداثيات z ، و y ، و x ، فان المعادلة الاساسية في الميكانيك الكوانتي لجسيم حر تأخذ الشكل :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{m^2\, c^2}{h^2}\,\varphi \qquad (48—24)$$

لنلاحظ قبل كل شيء ، ان الطبيعة النسبوية لهذه المعادلة تتأمن بظهور الاحداثيات x و y و z والزمن t في هذا التركيب الموفق ، الذي يأخذ بالحسبان مبدأ النسبية . وبالاضافة الى ذلك ، فان هذه المعادلة موجية . اذا عوضنا فيها موجة مستوية ، حصلنا بالنتيجة ، على المساواة :

$- k^2 + \omega^2/c^2 = m^2 c^2/h^2$ ، التي هي العلاقة الصحيحة في الميكانيك الكوانتي. ويوجد أيضاً في هذه المعادلة الموجية احد المبادىء الاساسية ، وهو أن أي انضمام لحلين لهذه المعادلة يكون حلاً لها ايضاً . وهكذا ، تحوي هذه المعادلة الميكانيك الكوانتي كله ، والنظرية النسبية كلها ، التي سبق لنا وناقشناها حتى الآن ، وذلك على الاقل في حالة جسيم وحيد في مكان من الخلاء ، بدون أي كمون وبدون أي قوة تؤثر فيه .

٤٨ ــ ٧ : طرازات الاهتزاز النظامية Normal modes

ننتقل الآن الى مثال آخر طريف جداً من الخفقان ، يختلف قليلاً عما سبق لكن لدينا نواسان متشابهان ،مترابطان بنابض صغير ورخو . وقد جعل طولاهما متساويين باعظم دقة ممكنة . فاذا سحبنا احد النواسين ثم تركناه ، فانه يبدأ بالاهتزاز إلى الوراء وإلى الامام فيشد نابض الترابط ، تارة الى الوراء وتارة الى الامام ، أي بذلك ينشأ جهاز ، يولد قوة تواترها يساوي التواتر الطبيعي للنواس الثاني . هذا ، ومن نظرية التجاوب المعروفة لدينا ، يمكن أن نخلص الى أنه اذا أثرت قوة بتواتر موافق في جسم ما،فانها تحرك هذا الجسم . وهكذا ، يتضح ، أنه عندما يتحرك احد النواسين الى الوراء والى الامام ، فانه يعمل على هز النواس الثاني . لكن في هذه الشروط تحدث ظاهرة جديدة ، مرتبطة بالطاقة المحدودة للجملة . أن النواس الاول يعطي طاقته شيئاً فشيئاً للنواس الثاني ، فيحركه ، وفي النهاية يفقد طاقته كلها فيتوقف عن الاهتزاز ! وعندئذ تكون الطاقة كلها قد تجمعت في النواس الثاني . لكن لا يكاد يمر بعض الوقت حتى ينعكس اتجاه الحادثة : فتنضح طاقة النواس الثاني في الاتجاه المعاكس ، اي الى النواس الاول . انها لظاهرة هامة وطريفة جداً . لقد قلنا ،ان هذه الظاهرة مرتبطة بنظرية الخفقان، والآن ، ينبغي

علينا ، ان نبين كيف يمكن ان نتفهم هذه الظاهرة من وجهة نظر هذه النظرية.

هـــذا وعليكم أن تنتبهوا ، الى أن حركة كل من النواسين ، هي حركة اهتزازية ، ذات سعة تتغير تغيراً دورياً . لذا كانت هنـــاك امكانية واضحة لدراسة حركة احد النواسين من وجوه مختلفة ، وسندرسهـــا بصورة خاصة ، على انها مجموع اهتزازتين تجريان في نفس الوقت وتختلفان بالتواتر قليلاً . وعليه، ينبغي ان تتوفر ، في هـــذه الجملة ، امكانية إكتشاف حركتين اخريين ، والتحقق من اننا نرى انضمام هذين الحلين ، على اعتبار انه لاخلاف على خطيـة جملتنا هذه . ومن السهل ، في الواقع ، ايجاد طريقتين اثنتين ، لاطلاق جملتنا ، تعطي كل منها في النتيجة اهتزازة دورية مثالية تماماً وبتواتر واحد . ان الحركة التي بدأنا بها الدراسة ليست دورية تماماً ، فهي لا تدوم الوقت كله (اذ يتخلّى النواس الواحد عن طاقته شيئاً فشيئاً ويغير سعته) ، لكن توجـد طرائق اخرى لبـدء الحركة ، بحيث لا يحصل أي تغير شبيه بتلك التغيرات . وطبعاً لا نـكاد نرى هذه الحركة حتى نفهم السبب في ذلك . فاذا اطلقنـــا ، مثلاً ، النواسين ليهتزا معاً الاهتزاز نفسه ، فانهما يستمران في الاهتزاز معاً دوماً ، وذلك لأن طوليهما متساويان والنابض خامل فليس له أي تأثير . [ولاشك ، في حدوث ما تقدم ، شريطة ان يكون الاحتكاك معدوماً وان يكون الاحكام كله جيداً وكافياً .] ومن جهة اخرى ،توجد امكانيـــة اخرى لتوليد حركة دورية تماماً ، وذات تواتر معين ايضاً ، وذلك عندما يتحرك النواسان في اتجاهين متعاكسين ، بعد ان يكونا قد سُحبا ، في اتجاهين متقابلين ، مسافتين متساويتين ، فانهما يتحركان عندئذ ايضاً حركة دورية كاملة . وليس صعبـاً ، ان ندرك ، أن النابض يزيد قليلاً قيمة « القوة المرجعة » ، المتولدة بفعل قوة الثقـالة ، فتهتز الجملة بتواتر اكبر مما هو في الحالة الأولى . ولماذا يكون التواتر اكبر ؟ لأن النابض يشد النواسين

فيساعد قوة الثقالة ، فتصبح الجملة اكثر « قساوة » ، ويمسي تواتر هذه الحركة أعلى قليلاً من تواتر الحركة الاولى

وهكذا ، تتولد اهتزازات متساوية السعة في جملتنا هذه ، وذلك بطريقتين اثنتين : يهتز في اولاهما النواسان معاً باتجاه واحد دوماً ، وفي الطريقة الثانية يهتز النواسان في اتجاهين متعاكسين بتواتر اكبر بعض الشيء من تواتر الاهتزاز الاول .

هذا ، ولما كانت الجملة خطية ، فيمكن تمثيل حركتها الحقيقية على شكل انضمام هاتين الحركتين . (نتذكر ان موضوع هذا الفصل هو اثر جمع حركتين بتواترين مختلفين .) لنفكر فيما سيحدث ، لو جمعنا هذين الحلين . فاذا اطلقنا في اللحظة $t=0$ الحركتين معاً (بسعتين متساويتين ، وبطور واحد) ، فان مجموع هاتين الحركتين يعني ، ان النواس ، الذي اثرث فيه الحركة الاولى بشكل ما والحركة الثانية بشكل معاكس ، ينبغي ان يتوقف في مكانه ، بينما يهتز الثاني ، الذي يتحرك بفعل الحركتين معاً في الاتجاه نفسه ، بسعة مضاعفة مرتين . ولكن ، بمرور الزمن ، فان هاتين الحركتين الاساسيتين ، الموجودتين بصورة مستقلة عن بعضها البعض تنزاحان عن بعضها بحيث يتشكل فرق في الطور بينهما . وهذا يعني ، انه بعد مجال زمني طويل كفاية ، تُنجز الحركة الاولى خلاله 900.5 اهتزازة مثلاً ، بينما تنجز الحركة الثانية 900 اهتزازة ، يصبح الطور النسبي بين الحركتين عكس ما كان عليه في البدء . ونقول بكلمة اخرى ، ان النواس ، الذي كانت سعته كبرى في البدء ، يتوقف عن الحركة الآن ، بينما يأخذ النواس الذي كان ساكناً في البدء ، بالاهتزاز بقواه كلها !

وهكذا ، نرى ، انه يمكن دراسة هذه الحركة المعقّدة في أطر مفاهيم التجاوب ، وذلك عندما تنتقل طاقة احد النواسين الى النواس الآخر ، او دراستها على انها انضمام حركتين اثنتين بسعة ثابتة وبتواترين مختلفين .

مسائل وتمارين

٤٨ – ١ : تعطى سرعة الطور لموجة مائية ، طولها الموجي λ ، بالعلاقة : $V_{ph} = \sqrt{g\lambda/2\pi}$ وذلك باهمال التوتر السطحي وتأثير العمق المحدود. بيّن ان سرعة المجموعة هي نصف سرعة الطور. ماهي سرعة المجموعة وسرعة الطور لموجة طولها الموجي 1000 m ؟

٤٨ – ٢ : إذا أدخلنا في حسابنا التوتر السطحي، فان سرعة الطور لموجة سطحية على مائع كثافته ρ ، وتوتره السطحي T ، هي :

$$V_{ph} = \left(\frac{2\pi T}{\lambda \rho} + \frac{g\lambda}{2\pi} \right)^{1/2}$$

وذلك اذا كان العمق كبيراً بشكل كاف . أوجد سرعة المجموعة لمثل هذه الموجة .

٤٨ – ٣ : أوجد سرعة الطور لتموّج طوله الموجي 1.0 cm ، وذلك (أ) في الماء (حيث التوتر السطحي $70\ dyne.cm^{-1}$) ؛ (ب) في الكحول (حيث التوتر السطحي $26\ dyne.cm^{-1}$) .

٤٨ – ٤ : أوجد الطول الموجي والتواتر لذلك التموج ، على الماء ، الذي يتقدم بسرعة دنيا .

٤٨ – ٥ : يسير قطار بضاعة طويل من نوع ديزل ، صاعـــداً هضبة بسرعة

قدرها $5.0\ m.sec^{-1}$ وعلى سكة مستقيمة . وعند اقترابه من نفق في جـــدار شاقولي تماماً ، يولّد السائق صفرة ثابتة طويلة من البوق ، تواترها الاساسي 340 هزة / ثا ، فيسمع البوق نفسه ، وصـــداه الآتي من الجدار شخصان هما : (أ) السائق نفسه ، (ب) شخص واقف على الأرض بجوار العربة الأخيرة من القطار . والمطلوب كم خفقة في الثانية يسمع كل منهما ؟

الفصل التاسع والأربعون

Modes

طرازات الاهتزازات

٤٩ ــ ١ : انعكاس الامواج the reflection of waves

سننظر في هذا الفصل في سلسلة من الظواهر المهمة جداً ، التي تتولد نتيجة حجز الموجة في منطقة محدودة . ينبغي علينا ، اولاً ، ان نوضح بعض الحالات الخاصة ، التي تعود مثــلاً الى اهتزاز الوتر ، ومن ثم نصل بتعميم هـــذه الحالات ، كما يبدو ، الى مبدأ هام جداً واصيل في الفيزياء الرياضية .

ان أول مثال يذكر عن الامواج في مكان محدود ، هو مثال الامواج في المكان المحدود من جهة واحدة . لنأخذ حالة بسيطـة ، ولتكن حالة موجة ذات بعد واحد على وتر . كان يمكن ان ننظر في الموجة الصوتيـة المستوية الموجودة في مكان محـدود من جهة واحدة بجدار ، أو أن ننظر في أمثلة اخرى لهـا الطبيعة ذاتها ، لكن من أجل أهدافنا الحالية نكتفي بالوتر البسيط . فنفترض ، ان أحد طرفي الوتر مثبت ، مثلاً ، في جدار « تام الصلابة » . يمكن ان نعبر عن هذا التثبيت باسلوب رياضي ، بالاشارة إلى أن الانزياح y للوتر في النقطة $x = o$ ينبغي أن يكون معدوماً ، لان طرف الوتر لا يستطيع أن يتحرك في هذه النقطة . هذا ، ولو أن الجدار لم

يشترك في جعل الانزياح معدوماً ، لامكن ، كما نعلم ، أن نمثل الحل العام الذي يصف حركة الوتر ، على شكل مجموع تابعين اثنين : $F(x-ct)$ و $G(x+ct)$ ، يمثل التابع الاول موجة تعدو على الوتر في جهة واحدة ، ويمثل التابع الثاني موجة تعدو في الجهة الاخرى ، بحيث يكون :

$$y = F(x - ct) + G(x + ct) \qquad (49-1)$$

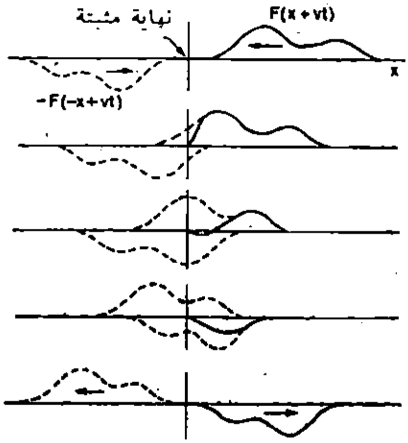
هو الحل العام لحركة أي وتر . ولكن ، ينبغي علينا بالاضافة الى هذا ، أن نحقق شرط انعدام حركة احدى نهايتي الوتر . فاذا وضعنا $x = 0$ في المعادلة (1—49) ونظرنا الى قيمة y في أية لحظة زمنية t ، وجدنا أن $y = F(-ct) + G(+ct)$. ولكن ، ينبغي أن يكون هذا المجموع معدوماً في أية لحظة زمنية ، وهذا يعني ، أن على التابع $G(+ct)$ أن يساوي $-F(-ct)$. وبكلمة اخرى ، ينبغي على G التابع لمقدار ما ، أن يساوي $-F$ التابع للمقدار ذاته باشارة سالبة . وبتعويض النتيجة التي حصلنا عليها في المعادلة (1—49) ، نجد حلا للمسألة المعروضة وهو :

$$y = F(x - ct) - F(-x - ct) \qquad (49-2)$$

ومن هنا ، يتضح أن هذه العبارة تعطي دوماً $y = 0$ ، فيما إذا افترضنا أن x تساوي الصفر .

يظهر على الشكل (٤٩ — ١) تمثيل لموجة ، تنتشر بجوار النقطة $x = 0$ وفي اتجاه x السالبة ، وتمثيل آخر لموجة افتراضية ، تنتشر في الاتجاه المقابل وهي باشارة معاكسة في الجهة الاخرى بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات . ولقد قلت موجة « افتراضية » ، لانه في الجهة الاخرى وبدون شك ، لايوجد أي وتر مهتز . وعليه ينبغي أن ينظر الى حركة الوتر الكلية على أنها مجموع هاتين الموجتين في منطقة x الموجبة . ولدى بلوغ الموجتين مبدأ الاحداثيات ، في

النقطة $x = 0$ ، تفني أحداهما الأخرى تماماً ، ومن ثم ، فان الموجة الثانية (أي المنعكسة) التي تنتشر في الاتجاه المقابـــل ، ولا شك في ذلك ، تبدو وحيدة في منطقة x الموجبة . تكافىء هـــذه النتائج الحقيقة التالية : ان الموجة ، عند بلوغهـا الطرف المثبت للوتر ، تنعكس عليه وتتغير اشارتها . ويمكن دوماً أن نفهم هذا الانعكاس ، اذا اعتـبرنا أن مـــا يصل الى طرف الوتر ينقلب « رأساً على عقب » بفعل الحائط . وباختصار نقول، اذا افترضنـا ان الوتر غير محدود ، وانه حيثما كانت الموجة ، التي تنتشر في اتجاه واحد ، توجد دائماً موجة اخرى متناظرة معها بالنسبة الى النقطة $x = 0$ ، تنتشر في الاتجاه المقابل ، فاننا لانلقى والحالة هذه ، أي انتقال في النقطة $x = 0$ ، وهكذافالنتيجة واحدة سواء ثُبِّت الوتر في هذه النقطة أو لم يثبت .



الشكل (٤٩ – ١) . الانعكاس على الحائط كأنه انضمام موجتين منتشرتين

والمثال التالي ، هو مثال عن انعكاس موجة دورية . لنفترض ان الموجة ، الـــتي توصف بالتابــــع $F(x-ct)$ ، هي موجـــة جيبية ، وهي التي تنعكس فيما بعد . والحالة هذه ، فالموجة المنعكسة $-F(-x-ct)$ هي ايضاً موجة جيبية ولها التواتر ذاته ، الا انها تنتشر في الاتجاه المعاكس . هذا ،ومن الاسهل ان توصف هذه الحالة بمساعدة التابعين الأسيين العقديين :

$$F(x-ct) = e^{i\omega(t-x/c)} \quad \text{و} \quad F(-x-ct) = e^{i\omega(t+x/c)}$$

وليس من الصعب ، اذا عوضنا هذين التابعين ، في الصيغة (2 — 49) ووضعنا $x=0$ ان نتحقق من ان الانزياح y معدوم في اية لحظة t من الزمن ، وعليـــه يكون الشرط اللازم محققاً . والآن اذا اعتمدنا خاصة التابع الاسي ، امكننا ان نكتب النتيجة بشكل ابسط وهو :

$$y=e^{i\omega t}\left(e^{-i\omega x/c}-e^{i\omega x/c}\right)=-2\,ie^{i\omega t}\sin\frac{\omega x}{c} \qquad (49-3)$$

لقد حصلنا على شيء جديد ومهم . يتضح من هذا الحل ، انـّه إذا نظرنا الى اية نقطة x من الوتر ، لرأينـاها تهتز بالتواتر ω . وليس مهماً أبـداً اين تقع هذه النقطة ، فمها كان موقعها فالتواتر هو عينه ! لكن توجـــد على الوتر مواضع [حيث $\sin(\omega x/c)=0$] ، لا تنزاح مطلقاً . وبالاضافة الى هذا ، اذا اخذنا في أية لحظة زمنية t صورة آنية للوتر المهتز ، لشاهدنا في الصورة موجـة جيبية ، إلا أن قيمة سعة هذه الموجة تتعلق باللحظة الزمنيـة t . ويمكن ان نرى في الصيغـة (3—49) ، ان طول دورة واحدة للموجـة الجيبية يساوي طول الموجة : ..

$$\lambda=\frac{2\pi c}{\omega} \qquad (49-4)$$

تحقق النقـاط غير المتحركة الشرط $\sin(\omega x/c)=0$ ، الذي يعني ان $\omega x/c=0$ ، أو تساوي π ، او 2π ، او ... ، أو nπ تدعى هذه النقاط العقد . وتتحرك أية نقطة تقـع بين عقدتين متجاورتين حركة جيبية الى الاعلى والى الاسفل ، إلا ان شكل الحركة يبقى ثابتاً في المكان . هذه هي الميزة الاساسيـة لما يُسـمّى طراز الاهتزاز . فاذا تمتعت الحركة بالخاصة ، التي تجعل اية نقطـة من الجسم المهتز تتحرك حركة جيبية بدقة ، وتجعل النقاط كلها تتحرك بتواتر واحد (حتى ولو كانت سعة حركة بعضها اكبر ، والبعض الآخر أصغر) ، فاننا نشاهد ما نسميه بالطراز .

Confined waves, with natural frequencies

٤٩ ـــ ٢ : الامواج في مكان محدود والتواترات الطبيعية

لننتقل الى مناقشة المسألة المهمة التالية . ماذا سيحصل اذا ثُبِّت الوتر من طرفيه ، مثلاً في النقطتين $x=0$ و $x=L$ ؟ دعنا ننطلق من فكرة انعكاس الموجة ، ولنكن حدبة على الوتر تتحرك في اتجاه واحد . وتصل هذه الحدبة بمرور الزمن الى احدى نهايتي الوتر ، فيتشوه شكلها عند هذه النهاية ، ذلك لأن الحدبة تنضم هنا الى الحدبة العائدة المنقلبة الآتية من الجهة الاخرى . واخيراً تختفي الحدبة الاصلية ، وتنتشر في الاتجاه المقابل حدبة أخرى ، هي « الحدبة العائدة » وهكذا تتكرر الحادثة بكاملها عند النهاية الاخرى . وكما ترون ، فاننا نستطيع حل المسألة بسهولة كبيرة ، ولكن يطرح هنا السؤال التالي : هل يمكن في هذه الحالة ان نحصل على موجة جيبية . (هذا الحل الذي وصفناه هو حل دوري ولكنه ليس طبعاً حلاً جيبياً) . لنجرب « وضع » موجة دورية جيبية على الوتر . فاذا كان احد طرفي الوتر مثبتاً ، فاننا نعلم ، انه ينبغي ان يحصل ما يشبه الحل السابق (49—3) . كما يجب ان يحصل الشيء نفسه عند الطرف الثاني لأنه مثبت ايضاً . لذا كانت الامكانية الوحيدة للحصول على حركة جيبية دورية ، هي بأخذ موجة تمتد بدقة على قدر طول الوتر . وان لم يتحقق ذلك ، فاننا لا نحصل على التواتر الطبيعي ، الذي به يتمكن الوتر من الاستمرار في الاهتزاز . وباختصار نقول ، اذا اطلقنا على الوتر موجة جيبية ، تمتد بدقة على قدر طوله ، فانها تحتفظ بشكلها الجيبي المثالي ويهتز الوتر اهتزازاً جيبياً بتواتر معين .

ومن الناحية الرياضية ، يمكننا ان نعطي شكل الموجة في صورة التابع $\sin kx$ ، حيث $k = \omega/c$ ، كما هو واقع في المعادلتين (49—3) و (49—4) .

وينعدم هذا التابع عند النقطة $x=0$ ، ولكن ينبغي أن ينعدم هذا التابع ايضاً عند النهاية الاخرى من الوتر . وهذا يعني ، ان k لن يكون اختيارياً ، كما سبق أن كان في حالة الوتر نصف المحدود . وعند تثبيت نهايتي الوتر ، يكون الحل الوحيد الممكن ، هو $\sin kL = 0$. هذا ولكي ينعدم الجيب ، ينبغي إن تساوي زاويته امثالاً صحيحة من العدد π ، مثلاً 0 ، أو π ، أو 2π ، أو الخ... لذا فان المعادلة :

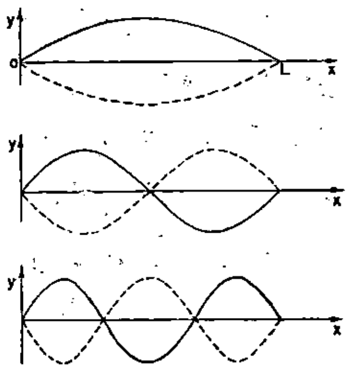
$$k\,L = n\,\pi \qquad (49-5)$$

تعطي جملة كاملة من الاعداد المختلفة k ، وذلك تبعاً للعدد الصحيح الذي نعوضه في هذه المعادلة . وفي هذه الحالة ، نجد لأي من الاعداد k تواتراً ω ، يساوي بحسب الصيغة (3 - 49) إلى :

$$\omega = k\,c = \frac{n\,\pi\,c}{L} \qquad (49-6)$$

وهكذا نجد ، ان الاهتزازات الجيبية للوتر يمكن ان تحصل فقط ببعض التواترات المعينة . وهذا يعتبر أهم ميزة للامواج الموجودة في منطقة محدودة. فمهما كانت الجملة معقدة ، يبدو دوماً ، انه يمكن ان نلقى فيها اهتزازات جيبية صرفة ، غير ان تواتراتها تتعين بخواص الجملة المفروضة وطبيعة حدودها . وفي حالة الوتر، فثمة تواترات عديدة مختلفة ممكنة يوافق أيٌ منها طرازاً من طرازات الاهتزاز ، لان اي طراز منها هو شكل من اشكال الحركة يكرر نفسه جيبياً . وتظهر على الشكل (٤٩ - ٢) الطرازات الثلاثة الاولى في حالة وتر . ويساوي طول الموجة λ في الطراز الاول منها $2L$. ويمكن ان نتحقق بسهولة من ذلك، بأن نمدّد الموجة حتى النقطة $x=2L$ ، فنحصل على دورة كاملة للموجة

الجيبية . وفي الحالة العامة ، يساوي ω ، اي التواتر الزاوي، حاصل قسمة $2\pi c$ على طول الموجة λ ، ولما كان لدينا الآن $\lambda=2L$ ، فيساوي التواتر $\pi c/L$ ، وهذا ما يتفق مع الصيغة (6 - 49) من اجل $n=1$. نرمز الى هذا التواتر بـ ω_1 . ويبين الطراز التالي عروتين وعقدة واحدة بينها . ويساوي طول الموجة في هذا الطراز L . وينبغي ان تكون قيمة k الموافقة ، وبالتالي التواتر ، اكبر بمرتين ، وهذا يعني ان التواتر يساوي $2\omega_1$. ويبدو ان تواتر الطراز الثالث يساوي $3\omega_1$ والخ . وهكذا ، فان التواترات المختلفة هي امثال صحيحة للتواتر الاصغر ω_1 ، أي هي ω_1 ، و $2\omega_1$ ، و $3\omega_1$ ، والخ .

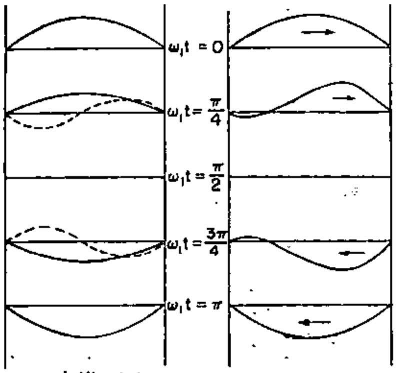


الشكل (٤٩ – ٢)

الطرازات الثلاثة الاولى للوتر المهتز

لنعد الآن الى الحركة العامة للوتر . يتبين لنا ، انه يمكن ان ننظر الى اية حركة يمكن ان تحصل على الوتر ، على انها محصلة عدد من الطرازات تجري في وقت واحد . وفي الواقع ، ينبغي لوصف أعمّ حركة ممكنة ، ان يكون عدد الطرازات المركبة لهذه الحركة غير محدود . وللحصول على بعض المعلومات ، عمّا يحدث عند هذا الجمع ، تعالوا ننظر فيما يحصل لدى جمع الطرازين الاولين في وقت واحد . ليكن الطراز الاول منهما يهتز ، كما هو ظاهر في سلسلة الرسوم التخطيطيّة للشكل (٤٩ – ٣) ، حيث يظهر تمثيل انحراف الوتر في لحظات زمنية تفصل بينها مجالات زمنية متساوية ، وذلك على طول نصف دورة اصغر التواترين .

لنفرض الآن ، أن لدينا في الوقت نفسه اهتزازاً من الطراز الثاني أيضاً . إن أوضاع الوتر المتتالية في حالة وجود هذا الطراز الثاني مبينة أيضاً على الشكل (٤٩ – ٣) بخط منقط . وينزاح طور هذه الاوضاع بالنسبة إلى الطراز الاول بمقدار 90° . ويعني هذا ، اننا لا نجد في مبدأ الزمن أي انزياح ، بينما نجد سرعة النصف الاول من الوتر تتجه في اتجاه معاكس لاتجاه سرعة النصف الثاني. لنتذكر الآن ، المبدأ العام للجمل الخطية وهذا نصه : اذا اخذنا حلين اثنين ، كان مجموعها حلاً ايضاً . لذا فان الانزياح ، الذي نحصل عليه بجمع الحلين المبينين على الشكل (٤٩ – ٣) هو حل ثالث ممكن . وتظهر على هذا الرسم ايضاً ، نتيجة الجمع ، التي تعيد الى الذاكرة الحدبة ، التي تنتشر إلى الوراء وإلى الامام على الوتر بدءاً من احدى نهايتيه حتى النهاية الاخرى ، وإن كان يستحيل بالاعتماد على طرازين فقط إنشاء صورة جيدة لهذه الحدبة ، اذ ينبغي من أجل ذلك جمع عدد اكبر من الطرازات . إن هذه النتيجة هي في الواقع حالة خاصة للمبدأ الاساسي للجمل الخطية ، الذي ينص على أنه :



الشكل (٤٩ – ٣)
يُذكّر هذان المدروجان ، بما يجري عند جمع الموجة التي تعدو .

يمكن أن ندرس أية حركة بافتراض انها مجموع حركات الطرازات المختلفة كلها ، على أن تجمع هذه الحركات بالسعات المناسبة وبالأطوار المناسبة .

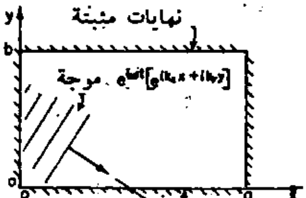
وأهمية هذا المبدأ هي الحقيقة التي تنص على ان كل طراز شيء

بسيط جداً ، فهو ببساطة حركة تتغير جيبياً مع تغير الزمن . والحق يقـــال أيضاً ، ان الحركة العامة للوتر ، ليست أيضاً بشيء معقد ؛ فثمة حركات اعقد ، نذكر مثلاً اهتزاز اجنحة الطائرة . ويمكن ان يكتشف في حركة اجنحة الطائرة أيضاً فتل بتواتر معين . وفي هذه الأحوال ،فانه يمكن أن يُنظر الى الحركة الكاملة على أنها انضمام الاهتزازات التوافقية ، (ونستثني منها تلك الحالات ، التي يكون الاهتزاز فيها كبيراً ، لدرجة لايمكن فيها النظر الى الجملة على أنها جملة خطية) .

Modes in two dimension

٤٩ — ٣ : الطرازات ذات البعدين

والآن ننتقل الى دراسة حالة هامة ، هي حالة الطرازات ذات البعدين . لقد تكلمنا حتى الآن عن الاهتزازات في بعـد واحد فقط : كاهتزازات الوتر المشدود أو الامواج الصوتية في الانبوب الصوتي . وينبغي علينـا في النهاية أن نتوصل الى الاهتزازات ذات الابعاد الثلاثة ، دعنا نقف أولاً عند مرحلة اسهل من هذه ، وهي مرحلة الاهتزازات ذات البعدين الاثنين . وبغية الدقة ، لنأخذ طبلاً من المطاط وجهه على شكل مستطيل ، ومثبتاً غشاؤه عنـد حوافه ، بصورة لايستطيع بها الغشاء الحركة عند حافـة الطبل المستطيلة .



الشكل (٤٩ — ٤)
اهتزاز غشاء مستطيل الشكل

ولتكن ابعاد المستطيل مساوية a و b ، وذلك كما هو مبين على الشكل (٤٩ — ٤) . فالسؤال بادىء الأمر ، هو ماهي صفات الحركة التي يمكن أن تحدث؟ يمكن أن نبدأ كما بدأنا ، عندما نظرنا في مثال الوتر . فلو لم يكن

أي تثبيت موجوداً على الاطلاق ، لأمكن أن نتوقع ظهور أمواج ، تنتشر وفق منحى مـا ، مثلاً ، الموجة الجيبية التي توصف بالتابع $\exp(i\omega t)\exp[-i(k_x x)+i(k_y y)]$ ، وتتعلق حركة هـذه الموجـة بالقيمتين النسبيتين للعددين k_x و k_y . والآن كيف نقيم عقدة على المحور x ، أي عند $y=0$ ؟ فبالاعتماد على الفكرة نفسها ، التي أخذنا بها عند دراسة الوتر ذي البعد الواحد ، يمكن ان نضيف الموجة التي يصفها التابع العقدي $\exp(i\omega t)\exp[-i(k_x x)-i(k_y y)]$. فيعطي انضمام هاتين الموجتين بالنتيجة انزياحاً معدوماً عند $y=0$ ، وذلك مهما كانت قيم x و t . (هذا وعلى الرغم من أن هذين التابعين معرّفان من أجل قيم y السالبة أيضاً ، حيث لايوجد طبل ولا يهتز شيء ، فانه يمكن ألا نعير أي اهتمام لهذا الامر ، لأن الأنزياح معـدوم فعلاً عند $y=o$ ،وقد توصلنا الى ذلك .) ويمكن ان ننظر الى التابع الثاني في هذه الحالة على انه يمثل الموجة المنعكسة .

لكن ليس علينا ان نحصل على عقدة على الخط $y=o$ فقط ، بـل وعلى الخط $y=b$ ايضاً . ما العمل لتحقيق هذا ؟ ان حل هذه المسألة مرتبط ببعض الاشياء التي عالجناها عنـد دراسة انعكاس الضوء على البلورات . ان الامواج التي تطفىء بعضهـا بعضاً عند $y=o$ ، يمكنها ان تفعل الفعل ذاته عند $y=b$ إيضاً ، وذلك عندما يساوي $2b\sin\theta$ عدداً صحيحاً من أطوال الامواج λ [حيث يرمز θ الى الزاوية المبينة على الشكل(٤٩ - ٤)] أي عندما يكون :

$$m\lambda = 2b\sin\theta \quad , \quad m = 0,1,2,\ldots \qquad (49-7)$$

وبهذه الطريقة عينها يمكننا انشاء عقد على المحور y ، أي بجمع التابعين

$$[-\exp(i\omega t)]\exp[i(k_x x)+i(k_y y)]$$ و

$$[+\exp(i\omega t)]\exp[i(k_x x)-i(k_y y)] .$$

حيث يمثل كل منهما انعكاس موجة من الموجتين الاخريين على الخط $x = o$.
إن الشرط ، الذي يجعل الخط $x = a$ مقر عقد أيضاً ، هو نفس الشرط الذي يجعل العقد عند $y = b$ ، أي ينبغي على $2a\cos\theta$ أن تساوي عدداً صحيحاً من أطوال الامواج :

$$n\lambda = 2a\cos\theta \qquad (49-8)$$

إذن ، تنص النتيجة الاخيرة على ان شكل الامواج « الحبيسة » في صندوق ، هو شكل الامواج المستقرة ، اي طرازاً محدداً .

وهكذا ، إذا رغبنا في أن يكون لدينا طراز ما ، فانه يجب علينا ان نحقق الشرطين المذكورين قبل قليل . لنبدأ أولاً بإيجاد طول الموجة . إذا حذفنا الزاوية θ من المعادلتين (7—49) و (8—49) ، امكننا التعبير عن طول الموجة بدلالة a و b و n و m . ويسهل جدا هذا العمل إذا تم بالشكل التالي : نقسم ، أولاً ، طرفي المعادلة الاولى على 2 b ، وطرفي المعادلة الثانية على 2 a ، ثم نربعها ونجمعها . فنحصل بالنتيجة على المعادلة :

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 = \left(\frac{n\lambda}{2a}\right)^2 + \left(\frac{m\lambda}{2b}\right)^2$$

وتحل هذه المعادلة بسهولة بالنسبة الى λ ، فنجد أن :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{n^2}{4a^2} + \frac{m^2}{4b^2} \qquad (49-9)$$

وهكذا نعين طول الموجة بدلالة عددين صحيحين ، ومن طول الموجة ، نجد التواتر ω مباشرة ، لان التواتر ، كما هو معلوم ، يساوي حاصل قسمة $2\pi c$ على طول الموجة .

هذا ولما كانت هذه النتيجة هامة جداً ، فينبغي الحصول عليها بطريقة رياضية صرفة ، دون الاعتماد على التشابه مع الانعكاس . لنفترض ان الاهتزازة على شكل انضمام اربع امواج ، ولننتخب هذه الامواج ، بحيث تكون الخطوط الاربعة $x=0$ و $x=a$ و $y=0$ و $y=b$ هي مقرّ العقد . ولنفترض ايضاً ، ان تواترات هذه الامواج الاربعة متساوية ، ويعني هذا اننا نطلب ان تكون الحركة الناتجة طرازاً محدداً . لقد سبق لنا وعلمنا ، في فصل انعكاس الضوء ، ان التابع $\exp(i\omega t)\exp[-i(k_x x)+i(k_y y)]$ يصف موجة ،تنتشر وفق الاتجاه المبين على الشكل(٤٩ - ٤) . وتظل المعادلة(6 - 49) صحيحة ، كما تقدم ذكره ، وهذا يعني ان $k=\omega/c$ ، مع الفارق ،ان لدينا هنا :

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \qquad (49-10)$$

إذ يتضح من الشكل ان $k_x = k\cos\theta$ و $k_y = k\sin\theta$.

وهكذا ، فإن صيغة انزياح غشاء الطبل المستطيل الشكل (ونرمز الى هذا الانزياح بـ Φ) تكتب على الشكل التالي :

$$\Phi = e^{i\omega t}\left[e^{+i(-k_x x + k_y y)} - e^{i(k_x x + k_y y)} - e^{(-ik_x x - ik_y y)} + e^{(+ik_x x - ik_y y)}\right] \qquad (49-11\ a)$$

ولئن بدت هذه المعادلة معقدة نوعاً ما ، فان مجموع هذه التوابع الاسية ليس

صعب الادراك . فيمكن ان تقلب هـذه التوابـع الى تابعين جيبيين ، بحيث يأخذ الانزياح الشكل التالي :

$$\Phi = (- 4 \sin k_x x \sin k_y y)(e^{i\omega t}) \qquad (49 - 11\, b)$$

ونقول بكلمات اخرى ، انه تنتج اهتزازات جيبية ليست غريبة علينا ، واشكالهـا جيبية سواء على منحى المحور x ام على المحور y . وتتحقق الشروط الحدية مباشرة عند $x=0$ و $y=0$. ولكن نرغب ، بالاضافة الى ذلك ، في ان ينعدم Φ عند $x=a$ و $y=b$. ومن اجل ذلك ، ينبغي ان نضع شرطين اضافيين هما على وجـه التحديد : ان يساوي $k_x a$ و $k_y b$ عـدداً صحيحاً من π (ويمكن ان تكون هـذه الاعداد الصحيحة مختلفة لـ $k_x a$ ولـ $k_y b$!) . هذا ، ولما كان ، حسبما سبق ورأينا ، $k_x = k \cos \theta$ و $k_y = k \sin \theta$ ، فمن هنا تنتـج المعادلتان (7—49) و (8—49) مباشرة ، ومنها النتيجـــة الاخيرة (9 – 49) .

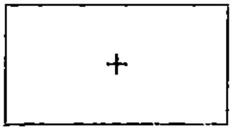
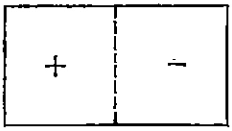
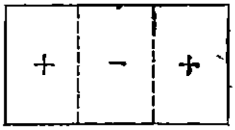
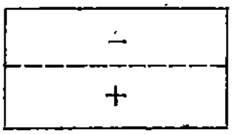
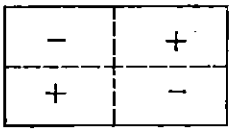
والآن لنأخذ كمثال مستطيلاً طوله اكبر من عرضـــه بمرتين . فاذا وضعنا $a = 2b$ واستخدمنا المعادلتين (4—49) و (9 — 49) ، امكننا حساب تواترات الطرازات كلها :

$$\omega^2 = \left(\frac{\pi c}{b} \right)^2 \frac{m^2 + n^2}{4} \qquad (49-12)$$

لقد تمَّ في الجدول (٤٩ - ١) حساب بعض الطرازات البسيطة ، كما عرضت فيه اشكال هذه الطرازات .

هذا ، وينبغي ان نلاحظ الصيغة الاكثر اهمية لهذه الحالة الخاصة ، ومفاد هذه الصيغةهو ان التواترات ليست امثالاً صحيحة لبعضها بعضاً ولا هي اضعاف

الجدول (٩٤-١)

شكل الطراز	m	n	$(\omega/\omega_0)^2$	ω/ω_0
	1	1	1.25	1.12
	1	2	2.00	1.41
	1	3	3.25	1.80
	2	1	4.25	2.06
	2	2	5.00	2.24

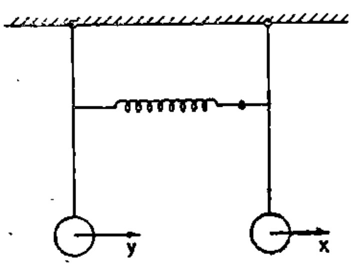
لأي عدد . ان الاعتقاد ، بأن التواترات الطبيعية مرتبطة ببعضها البعض توافقياً (أي انها جميعاً اضعاف صحيحة لأصغرها وهو التواتر الاساسي) ، ليس صحيحاً في الحالة العامة . وهو غير صحيح للجمل ، التي لها اكثر من بعد واحد ، بل هو غير صحيح ايضاً للجمل ذات البعد الواحد ، اذا كانت اكثر تعقيداً ، من جملة الوتر المتجانس والمشدود شداً منتظماً . وابسط مثال عن ذلك السلسلة

المعلقة ، التي توترها عنـد الاعلى اكبر من توترها عند الاسفل . فاذا ولّدنا في هذه السلسلة اهتزازاً توافقياً ، تتولد طرازات مختلفة وتواترات مختلفة ، إلا ان هذه التواترات ليست اضعافاً صحيحة لأي عدد ، كما ان اشكال هذه الطرازات ليست جيبية .

ان طرازات الجمل الاكثر تعقيـداً هي اعقد مما ذكرنا . ففم الانسان مثلاً ، جوف يقـع فوق الحبال الصوتية . ويمكن ، بحركة اللسان والشفتين ، تشكيل انبوب بنهاية مفتوحـة ، او انبوب بنهاية مغلقة . ولهذين الانبوبين اقطار مختلفة ممكنة واشكال عـديدة ممكنة . وعلى العموم ، يعتبر الفم مجاوباً معقـداً جداً ، ولكنه لا يعدو ان يكون مجاوباً فقط . فعنـد الكلام ، نطلق صوتاً ما ، بمساعدة الحبال الصوتية . ان هذا الصوت كثير التعقيد ، تدخل فيه اصوات مركبة عديدة ، إلا أن جوف الفم يغيره ايضاً بسبب تواترات التجاوب المختلفة لهذا الجوف . فمثلاً ، تستطيـع المغنية ان تؤدي مختلف الحروف الصوتية « a » و « o » و « u » وغيرها بالارتفاع نفسه ، إلا ان رنة هذه الحروف تكون مختلفة ، لان المدروجات المختلفة تتجاوب تجاوباً متبايناً في هذا الجوف . ويمكن بتجربة بسيطة جداً ، ان نعرض الدور الكبير ، الذي تؤديه تواترات التجاوب للجوف في تغير الاصوات . من المعلوم ، ان سرعة الصوت تتناسب عكساً مع الجذر التربيعي للكثافة ، لذا فان سرعة الصوت تختلف من غاز لآخر . فاذا استعملنا عوضاً عن الهواء غاز الهليوم ، الذي كثافته اصغر ، كانت سرعة الصوت اكبر بكثير ، فتعلو تواترات التجاوب كلها في الجوف . وعليه ، فاذا تمكنا ، قبل ان نبدأ بالكلام ، من املاء رئتينا بغاز الهليوم ، لتغيرت طبيعة صوتنا تغيراً جذرياً وذلك على الرغم من ان الحبال الصوتية تهتز بالتواتر ذاته الذي تهتز به في الحالة العادية .

٤٩ ـــ ٤ : النواسان المترابطان Coupled pendulums

وينبغي أخيراً أن نؤكد ، على أن الطرازات لاتتولد فقط في الجمل المستمرة المعقدة ، بل وفي الجمل الميكانيكية البسيطة جداً أيضاً. وكمثال جيد عن ذلك هو جملة نذكر النواسين المترابطين ، التي درسناها في الفصل السابق . لقد بينا هنالك ، انه يمكن النظر في حركة هذه الجملة على أنها انضمام نوعين اثنين من الحركات التوافقية بتواترين مختلفين ، وهذا يعني أن هذه الجملة يمكن أن تدرس من وجهة نظر الحركات التوافقية أو الطرازات . يتولد في الوتر عدد غير منته من الطرازات ، وكذلك يكون عدد الطرازات في السطح ذي البعدين عدداً غير منته . واللانهاية هذه (في حالة السطح ذي البعدين) هي لانهاية مضاعفة ، اذا كنا نعرف كيف نعد النهايات . ولكن في الجملة الميكانيكية البسيطة ، التي لها درجتان فقط من الحرية ، والتي لا تحتاج إلا الى متحولين اثنين لوصفها ، يتولد طرازان فقط .



الشكل (٤٩ – ٥)
نواسان مترابطان

دعنا نحاول ، من الوجهة الرياضية ، ايجاد هذين الطرازين في الحالة التي يكون فيها طولا النواسين متساويين . ليكن انزياح أحد النواسين هو x ، وانزياح الآخر هو y ، وذلك كما هو مبين على الشكل (٤٩ - ٥) . وفي غياب النابض فان قوة الثقالة ، التي تؤثر في النواس الاول ، تتناسب مع انزياحه . فلو لم يكن النابض موجوداً هنا ، لظهر للنواس الاول تواتر طبيعي ω_0 ، وفي هذه الحالة تأخذ معادلة الحركة الشكل التالي :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\,\omega_0^2\,x \qquad (49-13)$$

ويهتز النواس الثاني بدون النابض كما يهتز النواس الاول تماماً . ولكن في حالة وجود النابض ، فانه بالاضافة الى القوة ، التي تعيد الجملة الى وضع توازنها ، والتي تتولد بنتيجة الثقالة ، تظهر قوة اضافية للنابض ، تسعى الى شد النواسين . وتتعلق هذه القوة بالفرق بين x و y ، وتتناسب مع هذا الفرق . وهذا يعني ، أنها تساوي جداء (x − y) في ثابتة ، لاتتعلق إلا بالشكل الهندسي للجملة . وتؤثر القوة ذاتها ، في النواس الثاني ، لكنها تؤثر في الاتجاه المعاكس . لذا فان معادلتي الحركة ، اللتين ينبغي علينا حلها ، هما المعادلتان التاليتان :

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= -m\,\omega_0^2\,x - k(x-y) \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= -m\,\omega_0^2\,y - k\,(y-x) \end{aligned}\right\} \qquad (49-14)$$

ولايجاد الحركة ، التي يهتز وفقها كل من النواسين بتواتر واحد ، ينبغي أن نعين مقدار انحراف كل منهما . وبكلمات اخرى نقول : إن النواسين A و B سيهتزان بتواتر واحد وبسعتين A و B ، وان نسبة هاتين السعتين ثابتة . لنتحقق من صحة هذا الحل :

$$x = A\,e^{i\omega t} \quad , \quad y = B\,e^{i\omega t} \qquad (49-15)$$

إذا عوضنا هذا الحل في المعادلتين (14—49) وفرزنا الحدود المتشابهة معاً ، حصلنا على مايلي :

$$\left.\begin{aligned}\left(\omega^2-\omega_0^2-\frac{k}{m}\right)A&=-\frac{k}{m}B\\ \left(\omega^2-\omega_0^2-\frac{k}{m}\right)B&=-\frac{k}{m}A\end{aligned}\right\}\qquad(49-16)$$

ولدى استخراج هاتين المعادلتين ، اختصرنا على المضروب المشترك $e^{i\omega t}$ ، وقسمنا الحدود كلها على m .

ونرى الآن ، أنه تنتج معادلتان لما يبدو انهما مجهولان . الا انـه في الواقع ، لايوجد مجهولان اثنان ، لانه يستحيل ايجاد القياس العام للحركة من هاتين المعادلتين . ولا تستطيـع هاتان المعادلتان أن تقدما لنا إلا نسبة A الى B فقط ، ومع ذلك ينبغي على كلتي المعادلتين أن تعطيا مقداراً واحداً لهذه النسبة . ويؤدي شرط اتفاق المعادلتين الواحدة مع الاخرى ، إلى فرض شرط حازم على التواتر . وهكذا ينبغي على التواتر أن يكون تواتراً خاصاً جداً .

ان إيجاد التواتر في هذه الحالة الخاصة سهل جداً . فاذا أخذنا جـــداء المعادلتين ، وجدنا :

$$\left(\omega^2-\omega_0^2-\frac{k}{m}\right)^2AB=\left(\frac{k}{m}\right)^2AB\qquad(49-17)$$

هذا ، ويمكن اختصار الجداء AB في كلا الطرفـين ، وذلـك باستثناء تلك الحالات ، التي يكون فيها ، A معدوماً ، أو B معدوماً ، وهذا يعني في الحالات التي لا توجد فيها حركة على الاطلاق . وإذا كانت الحركة موجودة ، فانه ينبغي أن يتساوى المضروبان الآخران فيا بينهما ، ويؤدي هذا الأمر الى معادلة من نوع المربـع الكامل . ونحصل بالنتيجة على التواترين الممكنين التاليين :

$$\omega^2{}_1 = \omega_0{}^2 \quad , \quad \omega_2{}^2 = \omega_0{}^2 + \frac{2k}{m} \qquad (49-18)$$

وبالاضافة إلى ذلك ، اذا عوضنا من جديد قيمتي هذين التواترين في المعادلتين (16—49) ، فاننا نحصل من أجل التواتر الاول على A = B ، ومن أجـــل التواتر الثاني على A = − B . وهذان هما « شكلا الطرازين » كما يمكن التحقق من ذلك بالتجربة .

من الواضح انه في الطراز الاول ، أي عندما A = B ، لايكون النابض ممتداً أبداً ، فيهتز النواسان بالتواتر ω_0 ، كما لو لم يكن النابض موجوداً مطلقاً . وفي الحل الآخر ، عندما A = − B ، فان النابض يعمل على زيادة القوة المرجعة ، فيزيد التواتر . والحالة الاكثر اهمية ، هي عندمـــا يختلف النواسان بالطول . أما تحليل هذه الحالة ، الذي يشبه إلى حـد كبير ماسبق لنا أن قمنا به ، فاننا ننصح القارىء ان يجريه بنفسه كتمرين .

٤٩ ـــ ٥ : الجمل الخطية Linear systems

لنبحث الآن عن حصيلة الافكار التي عالجناهـا حتى الآن ، والتي تعتـبر كلها مظاهر ، كما يبدو ، لأعم وأروع مبدأ في الفيزياء الرياضية . فاذا كانت لدينا جملة خطية ، لاتتعلق ميزاتها بالزمن ، فليس ضرورياً ، على العموم ، أن تكون حركتها حركة بسيطة ، بل يمكن أن تكون هذه الحركة ، في الحقيقة معقدة جداً ، غير أنه توجد حركات خاصة جداً ، وهي عادة سلسلة كاملة ، يكون فيها شكل الاهتزاز بدلالة الزمن اسياً . وفي الجمل المهتزة « التي تكلمنا عنها الآن ، نحصل عادة على تابع أسي تخيلي ، ولذلك لانقول « اسيا » بـــل نقول « جيبياً » . إلا أن بامكان المرء أن يعمم فيقول بأن الحركات ستتغير بصورة أسية مع الزمن في حالة طرازات خاصة جداً وبأشكال محددة تماماً .

الزمن تغيراً اسياً في طرازات خاصة جداً واشكال خاصة جداً . ويمكن اعتبار اعم حركة للجمل دومــاً ، على شكل انضمام الحركات التي تحوي كلاً من التوابع الأسية المختلفة .

من المفيد ان نؤكد مرة اخرى في حالة الحركة الجيبية ما يلي: ليس ضرورياً ان تتحرك الجملة الخطية حركة جيبية صرفة ، اي بتواتر واحد معين ، ولكن مهما كانت حركة الجملة ، فانه يمكن تمثيل هذه الحركة بانضمام اهتزازات جيبية صرفة . ان تواتر كل من هذه الاهتزازات هو مقدار مميز للجملة وكذلك فان الشكل الموجي لكل اهتزازة هو ايضاً شيء مميز للجملة ، ويمكن تحديد الحركة العامة لأية جملة من هــذا النوع باعطاء السعة والطور لكل طراز من هذه الطرازات ، ثم بجمعها معاً . ويمكن التعبير عن ذلك بطريقة أخرى كما يلي : ان اهتزاز اية جملة خطية يكافيء مجموعة من الهزازات التوافقية المستقلة ، التي تتفق تواتراتها الطبيعية مع تواترات الطرازات للجملة المفروضة .

وننهي هذا الفصل بملاحظة الترابط بين الطرازات وبين الميكانيك الكوانتي . ان ما يهتز في الميكانيك الكوانتي ، اي المقدار الذي يتغير في المكان ، هو سعة تابع الاحتمال ، وهي تعين احتمال وجود الالكترون او جملة الالكترونات في الموضع المفروض . ويمكن ان تتغير هذه السعة في المكان والزمان وان تحقق المعادلة الخطية . هــذا وعند الانتقال الى الميكانيك الكوانتي يحصل تبديل في التسميات . فما اسميناه تواتر سعة الاحتمال ، يصبح الطاقة في معناها الكلاسيكي . لذا يمكن ترجمة المبدأ الذي تم ذكره قبل قليل الى لغة الميكانيك الكوانتي ، وذلك بأن نستعيض عن كلمة تواتر بكلمة طاقة . ويبدأ هذا المبدأ كما يلي : ليس ضرورياً ان تمتلك الجملة الميكانيكية الكوانتية ، كالذرة مثلاً ، طاقة معينة ، (كما انه ليس ضرورياً ان يكون للجملة الميكانيكية البسيطة تواتر محدد) ، ولكن مهما كان سلوك الجملة الميكانيكية الكوانتية ، فانه يمكن دوماً اعتبار

هذا السلوك على انه انضمام حالات ذات طاقات معينة . ان طاقة كل حالة هي خاصة مميزة للذرة كما ان من الخواص المميزة للذرة السعة ، التي تعطي احتمال اكتشاف الجسيمات في مختلف المواضع . ويمكن ان توصف الحركة العامة بالسعة المفروضة لأية حالة من مختلف الحالات الطاقية . وهذا هو مصدر سويات الطاقة في الميكانيك الكوانتي . وبما ان الميكانيك الكوانتي يصف ما يصفه على شكل امواج ، ففي بعض الظروف ، عندما يفتقر الالكترون الى طاقـــة كافية لينفصل عن البروتون انفصالاً نهائياً ، يعتبر الالكترون موجة في مكان محدود. لذا ، فان ما صادفناه في الوتر المحدود ، نصادفه عند حل المعـــادلة الموجية في الميكانيك الكوانتي لحالة مشابهة ، فتتولد تواترات معينة منفصلة لا اتصال بينها . وهذا ما يُفسّر في الميكانيك الكوانتي بانه طاقات معينة . وعليه ، فان الجملة الميكانيكية الكوانتية ، على اعتبار انها تُوصف بالامواج ، يمكن ان تكون لها حالات معينة ذات طاقات ثابتة ؛ وكمثال عن ذلك يمكن ان نذكر سويات الطاقة للذرات المختلفة .

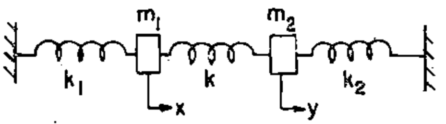
* * *

مسائل وتمارين

٤٩ – ١ : يربط جسمان ، كتلتاهما m_1 و m_2 ، بجدارين متقابلين بواسطة نابضين ثابتي قوتيهما k_1 و k_2 ، على النحو الظاهر في الشكل (٤٩ – ٦) ، وينزلقان بدون احتكاك . ويربط بين الجسمين أيضاً نابض ، ثابتة قوته k . اكتب المعادلتين التفاضليتين لحركة الجسمين .

نفرض أن :

$$k_1/m_1 = k_2/m_2 = \omega_0^2$$



الشكل (٤٩ – ٦)

٤٩ – ٢ : قم باجراء التحويل :

$x = Ae^{i\omega t}$ و $y = Be^{i\omega t}$ ، في المعادلتين الواردتين أعلاه ، واوجد دوري طرازي الاهتزاز النظاميين وسعتيهما .

٤٩ – ٣ : لدينا التابع :

$$f(x,y,z,t) = Ae^{i\omega t} \sin\frac{l\pi x}{a} \sin\frac{m\pi y}{b} \sin\frac{n\pi z}{c}$$

والذي فيه :

$$\omega^2 = V^2\pi^2 \left(l^2/a^2 + m^2/b^2 + n^2/c^2 \right)$$

و(l, m, n) اعداد صحيحة اكبر من الواحد أو تساويه . برهن أن التابع : (أ) يحقق المعادلة الموجية التي تصف انتشار موجة في الفراغ ثلاثي الأبعاد بسرعة V .

(ب) ينعدم من أجل $x=o$ و $x=a$, $y=o$ و $y=b$, $z=o$ و $z=c$

(ج) يهتز بصورة جيبية بمرور الزمن .

٤٩ — ٤ : اذا كانت النسب بين a و b و c في المسألة السابقة كالنسب بين 1 و 2 و 3 ، فاحسب التواترات العشرة الدنيا بدلالة التواتر الادنى ω_0 . رتب هذه التواترات بحسب ازدياد قيمتها وارسمها على خط شاقولي .

٤٩ — ٥ : استخدم فكرة انتشار قطاري أمواج ، طويلين طولاً لانهائياً ، ومتحركين باتجاهين متعاكسين ، لاستنتاج ما يحصل في الحالة التالية لوتر طوله L نشده جانباً من منتصفه مسافة A ، ثم نتركه وشأنه . ارسم بعض اشكال الوتر في لحظات مختلفة من نصف دور الحركة .

* * *

عباس يوسف الكويتي

الفصل الخمسون

Harmonics

المدروجات

٥٠ ـــ ١ : الأصوات الموسيقية Musical tones

يقال ، ان فيثاغوروس كان اول من اكتشف الحقيقة الهامة ، التي تنص على ان الاذن لا تطرب لسماع صوتين يصدران في وقت واحـــد من وترين متماثلين ، مشدودين بقوتين متساويتين ، ومختلفتين في طوليهما ، إلا إذا كانت نسبة طولي هذين الوترين كنسبة عددين صحيحين غير كبيرين . فاذا كانت نسبة طولي الوترين كالنسبة (2 : 1) ، تشكلت الثمانية الموسيقية ؛ واذا كانت نسبتاهما كنسبة (3 : 2) ، كان ذلك يوافق المجال بين النغمتين دو و صول ، وتدعى هذه المسافة خماسية . ويعتبر ان هاتين المسافتين تصدحان على وفاق «مقبول». ترك هذا الاكتشاف لدى فيثاغوروس انطباعاً عميقاً جداً ، اقام على اساسه مدرسة سميت بمدرسة « الفيثاغورسيين » ، وهم الذين كانوا يؤمنون بالقوة الخفية العظيمة للاعداد . وقد افترضوا انه يوجـــد ما يشبه ذلك ايضاً بالنسبة الى الكواكب او « الكرات » . ويمكن احياناً ان تسمع العبـــارة التالية : « موسيقى الكرات » . وهذا يعني ، انه في الطبيعة ، يفترض وجود علاقات عددية بين مدارات الكواكب او بين الاجسام الاخرى . ويعتقد النـــاس عادة ، ان هذا خرافة من خرافات الاغريق . ولكن هل يختلف هذا الاعتقاد

كثيراً عن اهتمامنا العلمي بالعلاقات الكمية العددية ؟ إن اكتشاف فيثاغوروس هذا ، كان اول مثال خارج نطاق الهندسة عن علاقـة عددية في الطبيعة . والحق يقال انه كان ينبغي ان يكون هذا الاكتشاف غير المتوقع مدهشاً وهو اكتشاف يقضي بوجود حقائق في الطبيعة ،توصف بعلاقات عددية بسيطة. وهكذا يسمح القياس العادي للاطوال ، بالتنبؤ بشيء كان يبدو وكأنه لا علاقة له على مايبدو ،بالهندسة، وهذا الشيء،هو توليد الاصوات المقبولة. وقاد هذا الاكتشاف الى الفكرة القائلة بأن علم الحساب والتحليل الرياضي قد يكونان اداتين جيدتين ، لتفهم الطبيعة . هذا وتؤيد نتائج العلم الحديث هذه الفكرة تماماً .

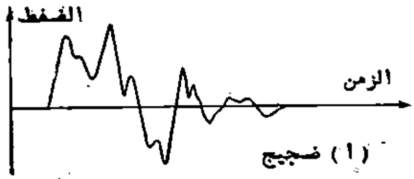
ما كان فيثاغوروس ليستطيع ان يقوم باكتشافه هـذا ، إلا بمساعدة مشاهدات تجريبية . لكن ظلت ، على مايبدو ، معاني هذه الاكتشافات كلها غير واضحة له . ولو انتبه فيثاغوروس الى ذلك ، لبدأ نشوء الفيزياء قبل نشوئها الفعلي بزمن طويل . (هذا ، ومن السهل دوماً ان نناقش الامر ، على ان هناك من قام بعمل ما ، وفي زمن ما ، ولو كنا مكانه لعملنا كذا وكذا !)

ويمكن ان تلاحظ ايضاً ، الجهة الثالثة من هذا الاكتشاف الهـام : وهي تخص النغمتين اللتين لهما اثر مقبول عند السمع . والآن ، هل نحن ذهبنـا بعيداً عن فيثاغوروس في تفهم السبب الذي يجعل بعض الاصوات مقبولة عند السمع ؟ يبدو ان النظرية العامة في علم الجمال ، لم تتقدم كثيراً منذ عهد فيثاغوروس . وهكذا فان لاكتشاف اليونانيين هذا ، ثلاثة وجوه : التجربة، والعلاقات الرياضية ، والوجه الجمالي . ولقد حصل الفيزيائيون حتى الآن ، على نجاحات في الوجهين الأولين فقط . سنورد في هـذا الفصل المفاهيم الحديثة عن اكتشاف فيثاغوروس .

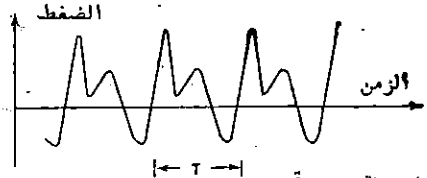
يوجد بين الاصوات ، التي نسمعها ، نوع يدعى الضجيج . ويوافق الضجيج

اهتزازات غير منتظمة لغشاء طبلة الاذن ، وتحدث هذه الاهتزازات بفعل الاهتزازات غير المنتظمة الصادرة من جسم قريب من الاذن . فاذا رسمنا المنحني البياني لتابعية ضغط الهواء على غشاء الطبلة (وبالتالي ، انزياحه) بدلالة الزمن ، فان المنحني البياني ، الذي يوافق الضجيج ، يبدو كما هو مبين على الشكل [٥٠ - ١ (أ)] . (يمكن ان يحدث مثل هذا الضجيج ، من قرع الارض بالرجل) . ويتصف الصوت الموسيقي بطبيعة اخرى مختلفة . فالموسيقى تتميز بانها تحوي اصواتاً تدوم زمناً ما ، أي تحوي « نغمات » موسيقية . (هذا ، وتستطيع الادوات الموسيقية ، ان تولد الضجيج ايضاً !) .

ويمكن ان تمتد النغمة فترة غير طويلة نسبياً ، ومثال ذلك عندما نطرق على ملامس مطارق البيانو ، او قد تمتد فترة غير محدودة ، ومثال ذلك ما يحدث عندما يؤدي عازف المزمار نغمة طويلة .



(أ) ضجيج



(ب) صوت موسيقي

الشكل (٥٠ - ١)
الضغط تابع للزمن (أ) من اجل الضجيج
(ب) من اجل الصوت الموسيقي .

ما هي الصفة الخاصة للنغمة الموسيقية ، من وجهة نظر ضغط الهواء ؟ يختلف الصوت الموسيقي عن الضجيج ، من حيث ان منحنيه البياني دوري . إن شكل اهتزاز ضغط الهواء مع تغير الزمن ، وان لم يكن منتظماً ، ينبغي ان يتكرر على وجه واحد مراراً وتكراراً . ان مثالاً عن تابعية الضغط للزمن مبين على الشكل [٥٠ - ١ (ب)] الذي يمثل الضغط في نغمة موسيقية .

وعندما يتكلم الموسيقيون عادة عن النغمة الموسيقية ، يعرّفون ثلاث مميزات لها ، وهي الشدة ، والارتفاع ، و « الطابَع » . ومن المعلوم ان « الشدة » ، تعرّف بمقدار تغير الضغط . ويوافق « الارتفاع » دور زمن تكرار الشكل الاساسي للضغط (فللنغمات « المنخفضة » دوراً اطول من دور النغمات « المرتفعة ») . ويفهم من « الطابع » الفارق ، الذي نقدر على تمييزه بين نغمتين متساويتين بالشدة والارتفاع . فنميز بشكل جيد بين صوت المزمار الخشبي ، وبين صوت الكمان ، وبين صوت المغنية ، حتى اذا كانت ارتفاعات الاصوات الصادرة منها واحدة . فالطابع يتحدد اذن ببنية هذا الشكل المتكرر الذي يمثل النغمة .

لندرس باختصار الصوت الذي يصدره وتر مهتز . فاذا نقرنا الوتر ، ثم تركناه طليقاً ، فان حركته التالية تتعين بالامواج التي ولدّناها . وتذهب هذه الامواج ، كما تعلمون ، على الوتر في الاتجاهين ، ثم تنعكس عند النهايتين. وهكذا تروح جيئة وذهاباً خلال زمن طويل ، ومهما كانت هذه الامواج معقدة ، فانها ستتكرر دورياً المرة تلو الاخرى .

يساوي دور هذا التكرار الزمن T ، الذي تحتاجه الموجة حتى تقطع مرتين اثنتين طول الوتر كله ، لأن هذا هو الزمن اللازم بالضبط حتى تتمكن أية موجة ، تنعكس عند أية نهاية ، من العودة الى الوضعية الأولى ومن ثمّ الاستمرار في الحركة بالاتجاه ، الذي كانت تسلكه أولاً . وان الزمن الذي لا بدّ منه حتى تبلغ الموجة نهاية الوتر في أي اتجاه ، واحد . هذا ، وتعود اية نقطة من الوتر بعد دورة كاملة الى وضعية انطلاقها الاولى ، ثم تنحرف من جديد عنها . وهكذا كلما انقضى دور واحد ، ترجع عوداً على بدء .

فينبغي اذن ، ان تتكرر الموجة الصوتية المتولدة بهذا التكرار نفسه . ولهذه الاسباب نرى لماذا يولد الوتر المقروع صوتاً موسيقياً .

٥٠ ـــ ٢ : سلسلة فورييه The Fourier series

لقد تعرفنا في الفصل السابق على الجملة المهتزة من وجهة نظر أخرى . ورأينا أن للوتر طرازات طبيعية مختلفة للاهتزاز ، وأن كل نوع خاص من الاهتزازات، أي كل نوع يمكن توليده بالشروط الابتدائية المناسبة ، يمكن النظر اليه على أنه مركب من بعض الطرازات الطبيعية ، التي تهتز في وقت واحد ، والتي أخذت بنسب مناسبة . ولقد وجدنا في حالة الوتر ، أن تواترات الطرازات النظامية للاهتزاز هي ω_0 ، و $2\omega_0$ ، و $3\omega_0$ ، وهكذا الخ . لذا فان أعم حركة للوتر تتألف من مجموع الاهتزازات الجيبية التالية : التواتر الاساسي ω_0 ، والمدروج الثاني $2\omega_0$ ، والمدروج الثالث $3\omega_0$ ، وهكذا الخ . ويتكرر الطراز الاساسي كلما انقضى الدور $T_1 = 2\pi/\omega_0$ ، ويتكرر طراز المدروج الثاني كلما مر الدور $T_2 = 2\pi/2\omega_0$ ؛ كما أن هذا المدروج يتكرر أيضاً كلما مر الدور $T_1 = 2T_2$ ، أي بعد دورين اثنين من دوره الخاص . وعلى الشكل نفسه ، يتكرر ، بدقة ، طراز المدروج الثالث بعد الدور T_1. فتحوي هذه الفترة ثلاثة أمثال دوره . وهكذا ندرك من جديد ، السبب الذي يجعل الوتر ، بعد قرصه ، يكرر تماماً شكل حركته كلما انقضى الدور T_1 . وهكذا يحصل الصوت الموسيقي .

لقد تكلمنا حتى الآن عن حركة الوتر . لكن الصوت ، الذي هو حركة الهواء ، المتولدة بفعل حركة الوتر ، ينبغي أن يتألف أيضاً من المدروجات ذاتها ، وذلك على الرغم من أننا لانستطيع أن نتكلم هنا عن الطرازات النظامية للهواء . وكذلك فان الشدة النسبية للمدروجات المختلفة في الهواء ، قد تكون مختلفة ، عما هي عليه في الوتر ، خاصة إذا كان الوتر « مترابطاً »

مـع الهواء « بألواح طنانة » . وان ترابط المدروجات المختلفة مـع الهواء متباين .

هـذا وفي حالة الصوت الموسيقي ، إذا كان التابـع $f(t)$ يمثل ضغط الهواء بدلالة الزمن (ولنقل ، أن هذا التابـع ، هو المبـين على الشكل [٥٠ – ١(ب)] ، فيمكن أن نتوقع ، أن يكتب $f(t)$ على شكل مجموع عدد من التوابـع الجيبية البسيطة بدلالة الزمن (مثل $\cos \omega t$) وذلك من أجل كل تواتر من التواترات الجيبية المختلفة . فاذا كان دور الاهتزاز يساوي T ، فيكون التواتر الزاوي الاساسي $\omega = 2\pi/T$ ، وتكون المدروجات التالية هي 2ω ، و 3ω ، ... الخ .

يظهر هنا تعقيد واحـد غير كبير . فيمكن أن نتوقع ، أن لا تكون الاطوار الابتدائية للتواترات كلها ، متساوية . لذا يجب استعمال توابع من النوع $\cos(\omega t + \varphi)$. غير أنه ، من الاسهل أن يستبدل بها ، الجيب والتجيب لأي تواتر . ونذكر أن :

$$\cos(\omega t + \varphi) = \cos\varphi \cos\omega t - \sin\varphi \sin\omega t \qquad (50-1)$$

ولما كان φ مقداراً ثابتاً ، فان أي اهتزاز جيبي بالتواتر ω يمكن أن يكتب على شكل مجموع حدين ، يحوي احدهما $\sin \omega t$ ، ويحوي الثاني $\cos \omega t$.

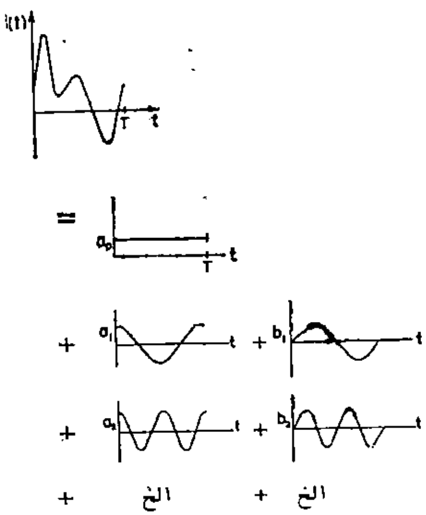
وهكـذا ، نخلص ، إلى أن أي تابع دوري $f(t)$ دوره T يمكن أن يكتب على الشكل :

$$\left.\begin{aligned} f(t) = a_0 &+ \\ &+ a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + \\ &+ a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + \\ &+ a_3 \cos 3\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \\ &+ \dots \qquad + \dots \end{aligned}\right\} \qquad (50-2)$$

حيث $\omega = 2\pi/T$ ، وترمز a و b إلى ثوابت عددية ، تشير إلى مقدار المساهمة النسبية لكل مركبة من المركبات التي يتكون من مجموعها الاهتزاز $f(t)$. وبغية التعميم أضفنا في الصيغة هذه حداً ذا تواتر معدوم a_0 ، وذلك على الرغم من أن هذا الحد ، عادة ، معدوم للاصوات الموسيقية. انه يمثل فقط انزياح القيمة الوسطى للضغط الصوتي (أي انزياح سوية «الصفر»). وتكون صيغتنا بهذه الحدود صحيحة لأية حالة . ان المعادلة (2—50) مبينة تخطيطياً على الشكل (٥٠ - ٢) ، وينبغي أن تنتقى سعات التوابع التوافقية ، أي a_n و b_n ، بشكل مناسب .

وتظهر هذه السعات على الشكل رمزياً فقط وبدون أن يراعى المقياس .

[تدعى السلسلة (2—50) سلسلة فورييه للتابع $f(t)$]



الشكل (٥٠ - ٢)
يساوي اي تابع دوري $f(t)$
مجموع توابع توافقية بسيطة .

لقد قلنا ، أنه يمكن صياغة أي تابع دوري على هذا الشكل . وينبغي أن ندخل تصحيحاً غير كبير على ذلك ، وأن نؤكد ان هذا صحيح بالنسبة للتوابع ، التي نصادفها في الفيزياء ، وأنه يمكن أن ننشر بشكل سلسلة كهذه ، أية موجة صوتية أو أي تابع فيزيائي آخر . ولكن الرياضيين ، يستطيعون أن يخترعوا توابع لا يمكن تركيبها من توابع توافقية بسيطة (ومثال ذلك التابع ، الذي

« يرجع » الى الوراء ، بحيث تكون له قيمتان اثنتان من أجل بعض قيم t !).
ولكن علينا هنا ألا نقلق بشأن تلك التوابع .

٥٠ — ٣ : الطابع والوفاق Quality and Consonance

والآن نستطيع أن نصف الشيء الذي يتعين به « طابع » الصوت الموسيقي . يتعين الطابع بالكمية النسبية لمختلف المدروجات ، أي بالمقادير النسبية لـ a و b . فيوصف الصوت الذي لايحوي إلا المدروج الأول فقط ، بانه صوت « صاف » ، بينما يوصف الصوت ، الذي يحوي عدداً كبيراً من المدروجات القوية ، بأنه صوت « غني » . ويعطي الكمان المدروجات وفق نسبة معينة ، بينما يعطي المزمار المدروجات وفق نسبة اخرى .

ويمكن « انتاج » مختلف الاصوات الموسيقية ، فيما اذا وصلنا مكبر الصوت بعدد من « الهزازات » . (تعطي عادة الهزازة ، على وجه التقريب ، اهتزازات توافقية بسيطة صافية .) وينبغي أن ننتقي تواترات الهزازات بحيث تكون مساوية التواترات ω ، و 2ω ، و 3ω والخ . وإذا الحقنا بكل هزازة ضابطاً للشدة ، فانه يمكننا بذلك أن نمزج المدروجات باية نسبة نرغب فيها وبالتالي أن نولد اصواتاً متباينة في الطابع . وهكذا يعمل الأرغن الكهربائي على وجه التقريب . فملامس المطارق تنتخب تواتر الهزازة الاساسية ، بينما تلعب الدواسات دور منظمات تحدد نسب المدروجات المختلفة . ويمكن بمساعدة هـــذه المنظمات جعل موسيقى الأرغن تصدح كموسيقى الناي ، أو المزمار ، أو الكمان .

ومن المهم ، عند الحصول على ذلك الصوت « الصنعي » ، أن نلاحظ أنه

لاضرورة أن تقرن الهزازات الى هزازات « جيبية » واخرى « تجيبية » ، اذ تكفينا هزازة واحدة فقط لكل تواتر . فليست اذننا شديدة الحساسية بالطور النسبي بين المدروجات . بل انما هي تحس ، بشكل أساسي ، بمجموع الجزء الجبي والجزء التجيبي من كل تواتر . وتحليلنا اكثر دقة مما تدعو اليه الحاجة اذا كان المقصود هو تفسير المظهر الشخصي للموسيقى . ولكن استجابة المكرفون أو آلة فيزيائية أخرى تتعلق ، مع ذلك ، بالطور ، وعليه فان تحليلنا الكامل لهذه الحالات هو ببساطة ، ضروري .

يتعين « طابع » الكلام بالحروف الصوتيـــة . ويعين شكل الفم تواتر الطرازات الطبيعية لاهتزازات الهواء في الفم . ويتولد بعض هذه الطرازات بالامواج الصوتية الصادرة من الحبال الصوتية . وبهذه الطريقة يحصل تضخيم بعض المدروجات بالنسبة الى بعضها الآخر . فعندما نغير شكل فمنا ، فإننا نفضّل مدروجات على مدروجات اخرى . وبفضل هذا الأثر ، نجد، مثلاً ، تمايزاً بين الصوت « e — e — e » وبين الصوت « a — a — a » .

من المعلوم لدى الجميع ، أنه عندما ننطق او نغني ، أيّ حرف صوتي ، كالحرف « e – e – e » ، مثلاً ، اننا نجده عينه في التواترات العالية كما هو في التواترات المنخفضة . هذا « وبحسب الآلية » التي وصفناها ، فاننا لنتوقع ، عندما نفتح الفم وننطق الصوت « e – e – e » ، ان نبرز تواترات معينة ، لا يجوز ان تتغير عند ارتفاع الصوت ، فكأن النسبة بين المدروجات الهامة وبين الصوت الاساسي ، اي ماندعوه « الطابع » ينبغي ان تتغير . ويتضح من ذلك ، أن الآلية ، التي بها نتعرف على اصوات الكلام ، لا تقوم على نسب محددة للمدروجات .

والآن ، ماذا يمكن ان نقوله عن اكتشاف فيثاغوروس ؟ نفهم ، ان نسبة

التواترين الاساسيين للوترين ، اللذين نسبة طوليهما كنسبة 3 : 2 ، هي كالنسبة 3:2. لكن ، لماذا« يستعذب رنينهما » معاً ؟ ينبغي ، على ما يبدو ، التفتيش عن الحل في تواترات المدروجات . ان تواتر المدروج الثاني للوتر القصير يساوي عين تواتر المدروج الثالث للوتر الطويل. (ومن السهل البرهان ، أو من السهل التسليم ، باننا عندما نطرق الوتر ، نولد المدروجات المنخفضة المتعددة بشكل شديد) .

ولعلّه ينبغي ان نتخذ القواعد التالية : أن النغمات تصدح وفاقاً ، عندما توجد لها مدروجات بالتواتر نفسه . وتتنافر النغمات ، فيما اذا كانت تواترات مدروجاتها العليا ، قريبة بعضاً من بعض ، ولكن لم تبلغ حداً من القرب يمنع هذه المدروجات من ان تولد فيما بينها خفقانات سريعة . . ولكن ، لماذا يكون تأثير الخفقان في الاذن شيئاً مجوجاً ولماذا تستعذب وحيدة المدروجات العليا (أي تساوي تواتراتها) ؟ ان هذا امر لا نستطيع تعريفه ولا وصفه . فانطلاقاً من معلوماتنا لا نتمكن من القول ، ما الذي يجب ان يصدح عذوبة ، كما اننا ، على سبيل المثال ، لا نستطيع القول ، ما الذي يجب ان يفوح طيباً . وبكلمات اخرى ، نقول ان مفهومنا لهذه الظاهرة لا يذهب ابعد من الحقيقة البسيطة التي تنص على ان النغمات ، عندما تشكل وحيدة ، فانها مستعذبة . هذا ، ولم نستنتج من هنا شيئاً ، باستثناء خاصة الوفاق في الموسيقى .

من السهل ان نختبر العلاقات التوافقية ، التي اتينا على ذكرها قبل قليل ، وذلك باجراء اختبار غير معقد على البيانو. . دعنا نرمز الى النغمات الثلاث المتتالية لـ « دو » ، الموجودة في وسط صف الملامس ب «دو» ، و «دوَ» ، و «دوً» ، والى النغمات الثلاث المتتالية لـ (صول) ، الكائنة مباشرة أعلى منها ، بـ (صول) ، و (صولَ) ، و (صولً) . والحالة هذه ، فان التواترات النسبية للمدروجات الاساسية هي التالية :

دو — 2	صول — 3
دوَ — 4	صولَ — 6
دوً — 8	صولً — 12

اليك كيف يمكن عرض هـذه العلاقات التوافقيـة . تعال نضغط ببطء على ملمس مطرقة «دوَ» ، بحيث لا تبدأ بالرنين بل وبحيث يرتفع الخانق. والآن اذا ضغطنا (دو) ، فانه يتولد المدروج الاساسي بالإضافة الى المدروج الثاني ، الذي يولد المدروج الاسامي للوتر «دوَ» . والآن اذا تركنا ملمس « دو » (مع ابقائنا ملمس « دوَ » مضغوطاً) ، فإن الخانق يخفض « دو » ، فيمكننا أن نسمع ، كيف يتوقف الصوت الخافت لوتر « دوَ » . وهكذا بالضبط يتمكن المدروج الثالث لـ « دو » ، أن يجعل وتر « صولَ » يرنّ ، كما يتمكن المدروج السادس لـ « دو » (الذي صوته اضعف بكثير) ان يثير اهتزازات المدروج الاسامي على وتر « صولً » .

ويمكن أن تحصل نتيجة اخرى مغايرة بعض الشيء ، فيما اذا ضغطنا أولاً « صول » بتؤدة ، ثم ضربنا على الملمس « دوَ » . إن المدروج الثالث لـ « دوَ » ، يوافق المدروج الرابع لـ « صول » ، بحيث لا يتولد إلا المدروج الرابع « صول » فقط . ويمكن أن نسمع الصوت « صولً » (فيما إذا اصغينا بانتباه كافي) ، وهذه النغمة أعلى بثمانيتين اثنتين ، من النغمة « صول » التي ضغطناها ! ويمكننا أن نبدع ايضاً تركيبات اخرى عديدة بهذه الطريقة .

ونلاحظ في الوقت ذاته ، انه يمكن أن تُعرّف ببساطة النغمة «لا» العالية بالشرط الذي يجعل أياً من النغمات المتوافقة العالية الثلاث (فا ـ لا ـ دو) ، و (دو ـ مي ـ صول) ، و (صول ـ سي بيمول ـ ري) تمثل متتالية من

الاصوات بحيث تكون نسب تواتراتها هي (6 : 5 : 4) . ان هـذه النسب والقول بأنه في الثمانيـــة (دو - دوَ ، صول - صولَ والخ) تكون نسبة التواترين (2 : 1) ، تعرّفان معاً في الحالة « المثالية » كامل الديوان ، الذي يدعى « الديوان الطبيعي » او ديوان فيثاغوروس » . غير انه في الحالة العادية ، فان الآلات الموسيقية ذات الملامس من نوع البيانو ، لا تُحكَّم بهذه الطريقة ، بل يجري بعض « المراوغة » ، حتى تكون التواترات تقريباً صحيحـة لكل النغمات الابتدائية الممكنة . ففي هـــذا الديوان ، الذي يدعى « الديوان المعدّل » ، . تقسم الثمانية (التي تساوي فيها نسبة التواترين كما سبق 2 : 1) الى 12 مسافة متساوية ، بحيث تساوي نسبة تواتري اية مسافة $(2)^{1/12}$. ولا تساوي نسبة تواتري الخماسية ، الآن ، 3/2 ، بل تساوي $1.499 = (2)^{7/12}$ ، وهي بالنسبة الى معظم الاشخاص قريبة من 3/2 .

وهكذا ، نكون قد وضعنا قاعدة وفاق الاصوات ، وذلك على اساس تطابق المدروجات . فهل يمكن ان يكون هـــذا التطابق هو سبب وفاق الاصوات ؟ فقد اكّد احدهم ، ان نغمتين صافيتين صفاء مطلقاً ، اي خاليتين تماماً من المدروجات العاليـة ، لا تعطيان احساساً بالوفاق أو بالتنافر ، وذلك عندما يساوي تواتراهما نسبة مفروضة او يساويانها على وجه التقريب . (انهـا تجربة معقدة جداً ، لأن توليد نغمات صافية صعب جداً للاسباب التي سنراها فيمابعد) . فلا يمكننا ان نجزم حتى الآن ، هل ان الأذن تقارن بين المدروجات او انها تقوم بعمل حسابي ، عندما نقول ان الصوت عذب .

٥٠ ـــ ٤ : امثال فورييه The Fourier Coefficients

لنعد الآن الى الحقيقة ، التي مفادها ان اي صوت ، وهذا يعني أن اية

اهتزازة دورية ، يمكن ان تعرض على شكل تركيب مناسب من المدروجات. وحسن لو يعرف ، كيف يمكن ايجاد الجزء الهام من اي مدروج . ومما لاشك فيه ، أنه اذا علمنا الامثال a و b كلها ، حسبنا بسهولة التابع f(t) ، وذلك بالاعتماد على الصيغة (2—50) . والآن ، يطرح السؤال التالي ، هل يمكن ايجاد امثال المدروجات المختلفة ، اذا اعطينا التابع f (t) ؟ (فليس صعبا إعـــداد الحلوى ، عندما تكون وصفة اعدادها موجودة ، انما كيف يمكن كتابة وصفة اعدادها إذا أعطينا قطعة الحلوى ؟) .

لقد بيّن فوربيه ، ان هذا في الواقع ، ليس بالأمر الصعب جداً . أن ايجاد الحد a_0 سهل حقاً . لقد قلنا ، انه يساوي القيمة الوسطى للتابع f (t) على مدى دور واحد (أي من t=0 حتى t = T) . ومن السهل التحقق من صحة ذلك . ان القيمة الوسطى للجيب او جيب التام على مدى دور واحد معدومة . وهذه القيمة معدومة ايضاً على مدى دورين اثنين ، او في ثلاثة ادوار ، او في اي عدد صحيح من الادوار . وهكذا ، فان القيمة الوسطى لحدود الطرف الثاني في الصيغة (2—50) معدومة كلها ، باستثناء a_0 فقط . (لنذكر ، انه ينبغي علينا ان نأخذ $\omega=2\pi/T$) .

وبعد ، فلما كانت القيمة الوسطى للمجموع تساوي مجموع القيم الوسطى، فان القيمة الوسطى للتابع f (t) تساوي ببساطة وسطي a_0 . ولكن مما لاشك فيه ان a_0 مقدار ثابت ، وتساوي قيمته الوسطى قيمـــة الثابتة ذاتها . فاذا تذكرنا تعريف القيمة الوسطى ، وجدنا ان :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\, dt \qquad (50-3)$$

وليس أصعب بكثير ايجاد الامثال الباقية . ولايجادها ، نستعمل تحويلاً ذكياً ، اكتشفه فورييه نفسه . لنفترض ، اننا ضربنا كلا طرفي المعادلة(50-2) بتابع توافقي ما ، وليكن مثلاً $\cos 7\omega t$. فنحصل بذلك على :

$$
\begin{aligned}
f(t) \cos 7\omega t = a_0 \cos 7\omega t + \\
& + a_1 \cos \omega t \cos 7\omega t + b_1 \sin \omega t \cos 7\omega t + \\
& + a_2 \cos 2\omega t \cos 7\omega t + b_2 \sin 2\omega t \cos 7\omega t + \\
& + \dots \\
& + a_7 \cos 7\omega t \cos 7\omega t + b_7 \sin 7\omega t \cos 7\omega t + \\
& + \dots \qquad + \dots \qquad . (50-4)
\end{aligned}
$$

والآن لنأخذ وسطي طرفي المساواة . ان وسطي الحد $a_0 \cos 7\omega t$ ، على مدى الدور T ، متناسب مع وسطي جيب التمام على مدى سبعة ادوار كاملة . إلا أن الوسطي الاخير معدوم . وكذلك وسطي الحدود الباقية كلها تقريباً معدوم ايضاً . وفي الواقع ، لننظر في الحد a_1 . نعلم ، في الحالة العامة ، ان :

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos (A + B) + \frac{1}{2} \cos (A - B) \qquad (50-5)$$

وهكذا فان الحد الذي يحوي a_1 يساوي :

$$\frac{1}{2} a_1 (\cos 8\omega t + \cos 6\omega t) . \qquad (50 \quad 6)$$

وهكذا ينتج تابعان هما جيبا تمام : احدهما بثمانية ادوار كاملة ، والآخر بستة ادوار كاملة ، خلال الزمن T ، وكلاهما معدوم وسطياً . لذا فان القيمة الوسطى لهذا الحد ، الذي يحوي a_1 ، معدومة ايضاً .

ونحصل بالنسبة للحد الذي يحوي a_2 على $\cos 9\omega t$ و $\cos 5\omega t$، وينعدم كلاهما عند أخذ القيمة الوسطى. ونحصل للحد a_9 على $\cos 16\omega t$ و $\cos(-2\omega t)$. لكن $\cos(-2\omega t)$ ، هو $\cos 2\omega t$ ذاته ، بحيث أن كلا الحدين عند أخذ القيمة الوسطية يعطيان قيمة معدومة ، ومن الواضح ، أن المركبات التجيبية كلها ، باستثناء مركبة واحدة فقط ، تعطي عند أخذ وسطيها قيمة معدومة . هذه المركبة الوحيدة هي الحد ، الذي يحوي a_7 . ونحصل من أجله على :

$$\frac{1}{2} a_7 (\cos 14\omega t + \cos 0) \qquad (50-7)$$

ويساوي تجيب الصفر الواحد ، وتساوي قيمته الوسطى ، بدون شك ، الواحد أيضاً . وهكذا ، نجد ، ان وسطي الحدود التجيبية كلها في المعادلة (4—50) يساوي $\frac{1}{2} a_7$.

وتكون معالجة الحدود الجيبية اسهل من ذلك . فعندما نضرب هذه الحدود كلها بالتجيب من نوع $\cos n\omega t$ ، فانه يمكن بالطريقة عينها البرهان ، على انها كلها تتحول الى قيمة معدومة عند اخذ قيمتها الوسطى .

وهكذا نرى ، أن الطريقة ، التي اكتشفها فورييه ، تعمل عمل منخل من نوع فريد . فعندما نضرب بـ $\cos 7\omega t$ و نأخذ القيمة الوسطى ، تنعدم الحدود كلها ، ماعدا a_7 ، ويبقى في النتيجة :

$$\text{وسطي}\ [f(t)\cos 7\omega t] = \frac{a_7}{2} \qquad (50-8)$$

أو :

$$a_7 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)\ \cos\ 7\omega t\ dt \qquad (50-9)$$

وليبرهن القارىء بنفسه ، على أن الامثـــال b_7 ، مثلاً ، تحسب بضرب (50—2) في sin 7ωt وبأخذ وسطي الطرفين . والنتيجة هي :

$$b_7 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin\ 7\omega t\ dt \qquad (50-10)$$

لكن ، يتضح ، أن ما هو صحيح للعدد 7 ، هو صحيح لأي عدد صحيح آخر . والآن لنكتب نتيجة ما برهنا على صحته في الشكل الرياضي التالي . فاذا كان m و n عددين صحيحين لايساويان الصفر ، وإذا كان $\omega=2\pi/T$ ، فان :

$$\text{I.} \qquad \int_0^T \sin\ n\omega t\ \cos m\omega t\ dt = 0 \qquad (50-11)$$

$$\text{II.} \qquad \int_0^T \cos\ n\omega t \sin\ m\,\omega t\, dt = \Bigg| \ 0 \qquad n \neq m \ \text{وذلك عندما}$$

(50-12)

$$\text{III.} \qquad \int_0^T \sin n\omega t\ \sin\ m\omega t\, dt = \Bigg| \ \frac{T}{2} \qquad n=m \ \text{وذلك عندما}$$

$$\text{IV,} \quad f(t)=a_0+ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\ \sin\ n\omega t \qquad (50-13)$$

$$\text{V.} \qquad a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t)\ \ dt \qquad (50-14)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t \, dt \qquad (50-15)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t \, dt \qquad (50-16)$$

وفي الفصول السابقة ، كان مناسباً استعمال التابع الاسي لتمثيل الحركة التوافقية البسيطة . فاستعضنا عن $\cos \omega t$ بالقسم الحقيقي للتابع الاسي أي بـ $\mathrm{Re}\exp(i\omega t)$. وفي هذا الفصل اعتمدنا الجيب والتجيب ، وذلك لان بها ، قد يسهل البرهان قليلاً . إلا ، أنه يمكن صياغة النتيجة الاخيرة ، أي المعادلة (13 - 50) ، في شكل اكثف هو :

$$f(t) = \mathrm{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{a}_n e^{in\omega t} \qquad (50-17)$$

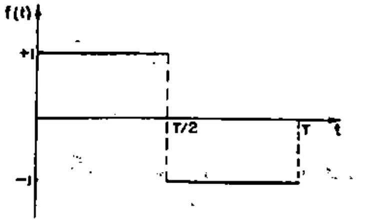
حيث يمثل $\hat{a}_n$ العدد العقدي $a_n - ib_n$ (وفيه $b_0 = 0$) . واذا رغبنا في اعتماد الرمز ذاته ، فانه يجب علينا أن نكتب أيضاً :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)\, e^{-in\omega t} dt \;\; (n \geq 1) \qquad (50-18)$$

وهكذا ، نستطيع الآن « تحليل » الموجة الدورية إلى مركباتها التوافقية. يدعى هذا العمل التحليل وفق سلسلة فورييه ، وتدعى الحدود المختلفة مركبات سلسلة فورييه . لكن لم نبين حتى الآن ، اننا بحساب مركبات فورييه ، ثم بجمعها فاننا فعلاً ، نحصل من جديد على التابع $f(t)$. ولقد برهن الرياضيون انه ، اذا كان بالامكان حساب التكاملات ، فاننا نحصل من جديد

على التابـع $f(t)$. وبرهنوا على ان ذلك صحيـح من أجل صنف واسع جداً من التوابـع يشمل في الحقيقة كل التوابـع التي يهتم بها الفيزيائيون ، غير أنه يوجد استثناء صغير . فاذا كان التابـع $f(t)$ منقطعاً ، أي إذا كان يقفز بشكل فجائي من قيمة إلى اخرى ، فان مجموع فورييه لهذا التابـع يعطي في نقطة الانقطاع قيمة تساوي نصف مجموع القيمتين الكبرى والصغرى . وهكذا اذا كان لدينا تابع شاذ ، كالتابـع $f(t) = 0$ في المجـــال $0 \leqslant t < t_0$ و $f(t) = 1$ في المجال $t_0 \leqslant t \leqslant T$ ، فان مجموع فورييه يعطينا قيمة صحيحة لهذا التابـع ، أينما كانت t ، باستثناء النقطة t_0 ، حيث نجد القيمة 1/2 عوضاً عن الواحد . وعلى كل حال ، لايجوز فيزيائياً أن يطلب أن يكون التابع معدوماً في النقاط كلها وحتى النقطة t_0 ، وأن يساوي في النقطـة t_0 ذاتهـا فجأة الواحد . وقد يمكن أن يكون مفيداً ، لو يفرض على الفيزيائيين خاصة « أمر » ، يتضمن ان على أي تابع منقطع (وهو تابـع لايمكن أن يكون إلا تبسيطاً لتابـع حقيقي فيزيائي) أن يساوي في نقطة الانقطاع القيمة المتوسطة. وعندئذ ، فان أي تابـع من هذا النوع ، وبأي عدد محدود من « الانقطاعات » يكون مثله كمثل التوابـع الاخرى ، التي تفيـــد الفيزيائيين ، فينتشر نشراً صحيحاً بسلسلة فورييه .

ونقترح كتمرين ، ان يجـــد القارىء سلسلة فورييه للتابـع المبين على الشكل (٥٠ – ٣) . ولما كان لايجوز صياغة هذا التابـع في شكل جبري مضبوط ، فانـــه يستحيل اجراء التـكامل من 0 الى T بالطريقة المألوفة . لكن اذا جزأنا التـكامل



الشكل (٥٠ – ٣) . تابع الموجة المربعة

$f(t) = +1$ من اجل $0 \leqslant t < \frac{T}{2}$

$f(t) = -1$ من اجل $\frac{T}{2} \leqslant t \leqslant T$

الى جزأين اثنين : تكامل من 0 حتى T/2 [حيث التابع $f(t)=1$] وتكامل من T/2 حتى T [حيث $f(t)=-1$] ، فمن السهل عندئذ اجراء التكامل . ونجد في النتيجة :

$$f(t)=\frac{4}{\pi}\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\dots\right) \quad (50-19)$$

حيث $\omega=2\pi/T$. وهكذا يبدو في حالة موجتنا المربعة هذه ، (وبالطور الذي انتخبناه فيها) اننا لن نلق في سلسلة فوريبه الا المدروجات الفردية فقط ، وان سعاتها تتناسب عكساً مع تواتراتها .

ولنتحقق من أن النتيجة (50—19) ، تعطي حقاً التابع $f(t)$ ، وذلك من اجل قيمة ما لـ t ، لنأخذ $t=T/4$ او $\omega t=\pi/2$. فنجد عندئذ ان :

$$f(t)=\frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{2}+\frac{1}{5}\sin\frac{5\pi}{2}+\dots\right) \quad (50-20)$$

$$f(t)=\frac{4}{\pi}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\dots\right) \quad (50-21)$$

ويساوي مجموع* هذه السلسلة $\frac{\pi}{4}$ ، وبالتالي فإن $f(t)=1$.

---

* ويمكن حساب هذا المجموع بالطريقة التالية : لنلاحظ ، اولاً ، ان : $\int_0^x dx/(1+x^2)=\tan^{-1}x$. ولنلاحظ ، ثانياً ، اننا بنشر العبارة الواقعة تحت اشارة التكامل وفق سلسلة ، نجد ... $1/(1+x^2)=1-x^2+x^4-x^6+\dots$. ثم اذا كاملنا هذه السلسلة الناتجة (من الصفر حتى x) ، نجد ان : $\tan^{-1}x=x-x^3/3+x^5/5-x^7/7+\dots$ ، واننا بأخذ $x=1$ ، نبرهن على صحة النتيجة المعتمدة ، وذلك لأن $\tan^{-1}1=\pi/4$.

٥٠ — ٥ : نظرية الطاقة the energy theorem

تتناسب طاقة الموجة مع مربع سعتها . وفي الموجة المعقدة تكون الطاقة في دور واحد متناسبة مع $\int_0^T f^2(t)\,dt$. ويمكن ربط هذه الطاقة بامثال سلسلة فوريه . لنكتب :

$$\int_0^T f^2(t)\,dt = \int_0^T \Big[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \Big]^2 dt \quad (50\text{-}22)$$

وبعد نشر مربع المجموع الموجود في الطرف الثاني ، نحصل على كل الحدود ، من النوع $a_5 \cos 5\omega t . b_7 \cos 7\omega t$. غير انه سبق لنا وبينا [بالمعادلتين (11—50) و (12—50)] ، ان تكاملات كل هذه الحدود في دور واحد معدومة ، بحيث تبقى فقط الحدود المربعة ، التي تشبه $a_5 \cos^2 5\omega t$. إن تكامل أي تجيب مربع أو جيب مربع في دور واحد يساوي T/2 ، وهكذا نجد ان :

$$\int_0^T f^2(t)\,dt = T a_0^2 + \frac{T}{2} \left(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + b_1^2 + b_2^2 + \ldots \right)$$

$$= T a_0^2 + \frac{T}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n^2 + b_n^2 \right) \quad (50\text{—}23)$$

تدعى هذه المعادلة « نظرية الطاقة » وتنص على ان كامل طاقة الموجة يساوي فقط مجموع طاقات مركبات سلسلة فوريه كلها . واذا طبقنا هذه النظرية ، مثلاً ، على السلسلة (19 — 50) ، نجد ان :

$$T = \frac{T}{2} \left(\frac{4}{\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \ldots \right)$$

وذلك لأن $[f(t)]^2 = 1$. وهكذا ، نعلم ان مجموع مربعات مقلوب الاعداد الفردية يساوي $\pi^2/8$. وهكذا بالضبط ايضاً ، اذا كتبنا ،أولاً ، سلسلة فوريه للتابع واعتمدنا ، بعد ذلك ، نظرية الطاقة ، فانه يمكن البرهان على صحة النتيجة ،التي احتجنااليها في الفصل الخامس والاربعين ، اي ان $1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \ldots$ تساوي $\pi^4/90$.

٥٠ ــ ٦ : الاستجابات غير الخطية *Non linear responses*

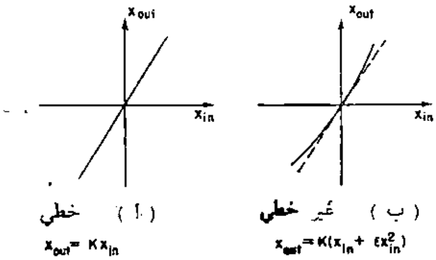
واخيراً ، توجد ظاهرة هامة جداً في نظرية المدروجات ينبغي ملاحظتها ، نظراً لأهميتها التطبيقية ، غير ان هذه الظاهرة تعود الى قطاع الآثار غير الخطية. لقد افترضنا الجمل ، التي نظرنا فيها حتى الآن ، خطية ؛ اي أن استجابتها ، عند تأثير قوة فيها سواء أكانت هذه الاستجابة هي الانزياح ، أو التسارع ، كانت استجابة تتناسب دوماً مع القوة . وكان التيار في الدارة الكهربائية يتناسب أيضاً مع التوتر وهكذا الخ . والآن نرغب في البحث في الحالة ، التي تفتقر الى التناسب بمعناه الدقيق . لننظر ، في الوقت الحاضر ، في اداة استجابتها في اللحظة t ولتكن x_{out} ، محددة بالداخل x_{in} في اللحظة عينها t . ويمكن ان تكون x_{in} مثلاً ، القوة ، بينما تكون x_{out} الانزياح ؛ أو يمكن ان تكون x_{in} التيار ، بينما تكون x_{out} التوتر . فلو كانت الاداة خطية ، لوجدنا ان :

$$x_{out}(t) = k\, x_{in}(t) \qquad (50-24)$$

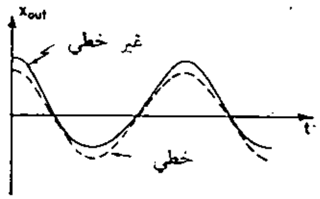
حيث k ثابتة ، لا تتعلق بـ t ولا بـ x_{in} . لكن ، لنفترض ، ان الاداة خطية على وجه التقريب ، أي ليست خطية بالضبط ، فانه يمكننا ان نكتب :

$$x_{out}(t) = k\left[x_{in}(t) + \varepsilon\, x_{in}^2(t)\right] \qquad (50-25)$$

حيث ε مقدار صغير بالنسبة الى الواحد . تظهر هاتان الاستجابتان ، الخطية منها وغير الخطية على الشكل (٥٠ ٤) .



الشكل (٥٠ – ٤)
الاستجابة الخطية والاستجابة غير الخطية



الشكل (٥٠ – ٥)
استجابة اداة غير خطية للاشارة الداخلة $\cos \omega t$. ومن اجل المقارنة ، فقد رسمت الاستجابة الخطية ايضاً .

تقود الاستجابة غير الخطية الى عدة نتائج تطبيقية هامة . وسنناقش الآن بعضاً منها . لننظر ، أولاً ، فيما يحصل ، عندما تدخل في هذه الجملة نغمة «صافية» . لتكن هذه النغمة $x_{in} = \cos \omega t$ فاذا رسمنا المنحني البياني لتابعية x_{out} بدلالة الزمن ، حصلنا على المنحني المستمر المبين على الشكل (٥٠–٥) . ومن اجل المقارنة ، فقد رسم ايضاً على الشكل عينه منحن منقط ، يمثل استجابة الجملة الخطية . نرى ، انه لا ينتج عند المخرج تابع بشكل تجيبي . فالتابع اكثر حدية عند القمم واكثر استواء عند القواعد . لذا نقول ، ان الاشارة الخارجة مشوهة . هذا ، ومن المعلوم ان هذه الموجة ، في هذه الحالة ، ليست نغمة صافية ، بل تحوي بعض المدروجات العالية . ويمكن ايجاد هذه المدروجات . فنجد بتعويض $x_{in} = \cos \omega t$ في المعادلة (25 — 50) مايلي :

$$x_{out} = k(\cos \omega t + \varepsilon \cos^2 \omega t) \qquad (50-26)$$

فاذا اعتمدنا المساواة ($\cos^2\theta = 1/2\,(1-\cos 2\theta)$ ، وجدنا :

$$x_{out} = k\left(\cos\omega t + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon}{2}\cos 2\omega t\right) \qquad (50-27)$$

وهكذا ، لاتوجد في الموجة الخارجة المركبة الاساسية فقط ، التي كانت موجودة في الموجة الداخلة ، بل يوجد جزء من المدروج الثـاني . ويظهر في الموجة الخارجة ، بالإضافة إلى ذلك ، الحد الثالث ($k(\varepsilon/2)$ ، الذي يوافق انزياح القيمة الوسطى ، المبين على الشكل (٥٠ – ٥) . إن اثر تولد انزياح القيمة الوسطى هذا يدعى التقويم .

تقوم الجملة غير الخطية ، وتعطي المدروجات العليا للتواترات الداخلة إليها . ولئن كانت غير الخطية التي درسناها لاتولد إلا المدروج الثاني ، فان غير الخطية من رتبة اعلى ، التي تحوي مثلاً حدوداً فيها x_{in}^3 و x_{in}^4 ، تعطي مدروجات اعلى من المدروج الثاني .

والنتيجة الاخرى للاستجابة غير الخطية هي التكييف . فاذا كان التابع الداخل يحوي صوتين صافيين (أو اكثر) ، فلا تنتج عند المخرج مدروجاتها فقط ، بل تظهر مركبات اخرى من التواترات . ليكن :
$x_{in} = A\cos\omega_1 t + B\cos\omega_2 t$ ، بافتراض أن نسبة ω_1 الى ω_2 ليست نسبة توافقية* . عندئذ ، نجد عند المخرج ، بالاضافة الى الحد الخطي (الذي يساوي جداء k في الموجة الداخلة) مايلي :

$$x_{out} = k\varepsilon(A\cos\omega_1 t + B\cos\omega_2 t)^2 \qquad (50-28)$$

$$x_{out} = k\varepsilon(A^2\cos^2\omega_1 t + B^2\cos^2\omega_2 t + 2AB\cos\omega_1 t.\cos\omega_2 t) \qquad (50-29)$$

★ اي ليست نسبة عددين صحيحين صغيرين . (المترجمون)

ان الحدين الاولين ، الموجودين داخل قوسي المعادلة (29—50) معروفان لدينا . ويعطيان الحدود الثابتة والمدروج الثاني ، اما الحد الاخير فهو جديد .

ويمكن أن ننظر في هذا « الحد الجداء » من جانبين اثنين . أولاً ، إذا اختلف التواتران عن بعضها اختلافاً بيّنا (مثلاً ، اذا كان ω_1 اكبر بكثير من ω_2) ، فيمكننا اعتبار الحد الجداء عبارة عن اهتزازات تجيبية الشكل ذات سعة متغيرة . واني لاقترح له الصيغة التالية :

$$AB\cos\omega_1 t\cos\omega_2 t = C(t)\cos\omega_1 t \qquad (50-30)$$

حيث :

$$C(t) = AB\cos\omega_2 t \qquad (50-31)$$

ونقول ان سعة الاهتزازة $\cos\omega_1 t$ تتكيف بالتواتر ω_2 .

وثانياً ، يمكن ان ننظر في الحد الجداء من وجهة نظر اخرى فنكتب :

$$AB\cos\omega_1 t\cos\omega_2 t = \frac{AB}{2}[\cos(\omega_1+\omega_2)t+\cos(\omega_1-\omega_2)t] \quad (50-32)$$

أي ، يمكن القول ، انه تتولد مركبتان جديدتان ، يساوي تواتر الاولى مجموع التواترين أي $\omega_1+\omega_2$ ، ويساوي تواتر الثانية الفضل ، أي $\omega_1-\omega_2$.

وهكذا ، توجد طريقتان مختلفتان ، لكنهما متكافئتان لدراسة الظاهرة نفسها ، وفي الحالة الخاصة $\omega_1 \gg \omega_2$ ، فانه يمكن ربط وجهتي النظر المختلفتين هاتين ، فنلاحظ ، أن $(\omega_1+\omega_2)$ و $(\omega_1-\omega_2)$ قريبان من بعضهما ، وعليه ينبغي أن نشاهد بينهما الخفقان . ويؤدي هذا الخفقان بالنتيجة إلى تكييف سعة

الاهتزازات ذات التواتر المتوسط ω_1 ، بنصف تواتر الفضل $2\omega_2$. وترون الآن ، لماذا تكون هاتان الصيغتان متكافئتان .

وهكذا ، يتبين لنا ، ان الاستجابة غير الخطية تعطي أثاراً متعددة هي : التقويم ، وتوليد المدروجات ، والتكييف ، أي توليد مركبات بتواتري المجموع والفضل .

هذا ، ولننتبه إلى أن هذه الآثار كلها لاتتناسب فقط مع عامل غير الخطية ε ، بل ومع جداء السعتين : A^2 ، أو B^2 ، أو AB . لذا نتوقع ، أن تكون هذه الآثار ذات أهمية للاشارات القوية ، اكثر منها للاشارات الضعيفة .

إن الآثار التي اتينا على وصفها تلقى تطبيقات عملية عديدة . أولاً ، فيما يخص الصوت ، فان اذننا ، كما يفترض ، جملة غير خطية . ويعتقد ان هذا هو مايفسر احساسنا ، عندما تردنا اصوات شديدة ، باننا نسمع مدروجات ، ونسمع أيضاً تواترات هي مجموع التواترات وفضلها ، حتى ولو كانت الامواج الصوتية الواردة على الاذن لاتحوي الا اصواتاً صافية .

ان الاجهزة ، التي تستعمل عادة في مولدات الصوت ، كالمضخمات ، ومكبرات الصوت و . . . ، تتحلى دائماً ببعض غير الخطية . فهي تشوه الصوت ، وتولد مدروجات ، لم تكن موجودة في البدء . وتحس الاذن بهذه المدروجات الجديدة ، ويبدو أن هذا الاحساس غير مرغوب فيه . ولهذا السبب على وجه التحديد ، يجب أن تكون الاجهزة ذات « الامانة العالية (هاي فاي) » اجهزة خطية بقدر الامكان . (لماذا تكون غير خطية اذننا غير « ممجوجة » وكيف يمكننا أن نعرف ، إن كانت غير الخطية موجودة في مكبر الصوت ،

وليس في اذننا ؟ إن الامر غير واضح !)

إلا ان غير الخطية ضرورة لايمكن الاستغناء عنها ، وفي بعض اجزاء اجهزة الارسال والاستقبال الراديوية تجعل غير الخطية ، عن قصد ، كبيرة . ففي أجهزة الارسال الراديوية حيث يحدث تكييف بالسعة ، فـإن اشارات « الكلام » (ورتبة تواتراتها عدة كيلو هرتز) تتحد مع الاشارة « الحاملة » Carrier (ورتبة تواترها عدة ميغاهرتز) في الدارة غير الخطية ، التي تدعى المكيف modulator . وبذلك تنتج الاهتزازات المتكيفة ، التي تبث نحو اجهزة الاستقبال . وترسل الاشارة المستقبلة الى دارة غير خطية في المستقبل ، وتعمل هذه الدارة على جمع وطرح تواترات الاشارة المتكيفة ، وبذلك تفصل ، من جديد ، الاشارة الصوتية .

هذا ، وعندما قمنا بتحليل مسألة نفوذ الضوء عبر المادة ، افترضنا ، ان الاهتزازات القسرية للذرات تتناسب مع الحقل الكهربائي للضوء ، أي افترضنا الاستجابة خطية . انه لتقريب جيد جداً . وفي السنوات الاخيرة فقط ، صنعت المنابع الضوئية (ليزر) ، التي تعطي شدة كافية لملاحظة الآثار غير الخطية . ويمكن الآن توليد مدروجات التواترات الضوئية . فاذا أمررنا عبر قطعة من الزجاج ضوءاً شديداً أحمر اللون ، نفذ منها مشوباً قليلاً بالمدروج الثاني ، أي بالضوء الازرق !

★ ★ ★

مسائل وتمارين

٥٠ – ١ : استخدم تحليل فوريـه للموجة التربيعية الظاهرة في الشكل (٥٠ –٦) وهو :

f(x) = 

الشكل (٥٠ – ٦)

$$f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5\mathbf{x} + \ldots \right)$$

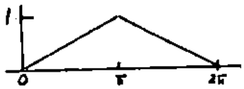
للبرهان على ان :

(أ)
$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots = \frac{\pi}{4}$$

(ب)
$$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \ldots = \frac{\pi^2}{8}$$

(جـ)
$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \cdots$$
$$= \frac{4}{3} \times \left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \ldots \right) = \pi^2/6$$

٥٠ – ٢ : حلل التابـع g(x) الظـاهر في الشكل (٥٠ – ٧) إلى مركباته بحسب فوريه ، وبرهن على أن النتيجة التي تحصل عليها تساوي النتيجة التي تجدها فيما اذا كاملت التابـع في المسألة السابقة.



الشكل (٥٠ – ٧)

٥٠ — ٣ : استخدم نتيجة المسألة السابقة للبرهان على أن :

$$1+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}+\frac{1}{7^4}+\ldots=\frac{\pi^4}{96} \qquad \text{(أ)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^4}\right)=\frac{2^4}{2^4-1}\left(1+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}+\ldots\right)=\frac{\pi^4}{90} \qquad \text{(ب)}$$

٥٠ — ٤ : لقد احتجنا في الفصل الخامس والاربعين الى حساب قيمة التكامل:

$\int_0^{\infty}\frac{x^3\,dx}{e^x-1}$ ، وبامكانك الآن حساب هذا التكامل بضرب صورة المقدار تحت رمز التكامل ومخرجه بالمقدار e^{-x} ، وبالنشر بحسب السلسلة :

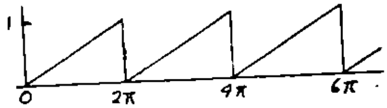
$$\frac{1}{1-e^{-x}}=\left(1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots\right)$$

ثم باجراء التكامل حداً حداً . وستجد بهذه الطريقة النتيجة التالية:

$$\int_0^{\infty}\frac{x^3\,dx}{e^x-1}=\int_0^{\infty}u^3e^{-u}\,du\left[1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\ldots\right]=6\,\frac{\pi^4}{90}=\frac{\pi^4}{15}$$

حاول أن تجد هذه النتيجة .

٥٠ — ٥ : أوجد سلسلة فورييه التي تمثل تابع أسنان المنشار الظاهر في الشكل (٥٠–٨)، وهو تابع يرد مثيله في دارة الكنس الأفقي في راسم الاهتزاز المهبطي.



الشكل (٥٠ — ٨)

٥٠ - ٦ : إن مقوّم الموجـة الـكاملة جهاز يحول الموجة الجيبية التي سعتها العظمى V_0 إلى موجة كالظاهرة في الشكل (٥٠-٩) والمطلوب :



الشكل (٥٠ - ٩)

(أ) احسب القيمة الوسطى لـ $V(t)$. تساوي هذه القيمة فرق الكمون المستمر الذي يعطيه الجهاز .

(ب) أوجد سعة المدروج الثاني في الكمون الناتج .

٥٠ - ٧ : تعطي محولة معينة توتراً V_{out} يتغير بتغير التوتر الداخل إليها V_{in} بحسب العلاقة :

$$V_{out} = V_{in} + e\,(V_{in})^3$$

ماهي الآثار التي يُدخلها وجود الحد المرفوع للقوة الثالثة على :

(أ) الموجـة الجيبية الداخلة على المحوّلة ؟ (ب) موجتين جيبيتين أو اكثر داخلتين على المحوّلة بتواترات مختلفة ؟

* * *

الفصل الحادي والخمسون

waves.

الأمواج

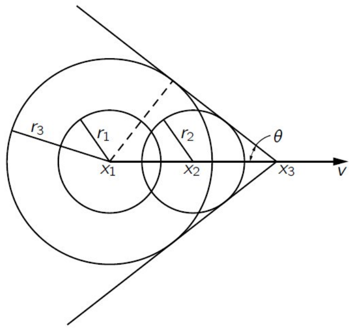
٥١ ـ ١ : الامواج القوسية * Bow waves

على الرغم من اننا قد انهينا من التحليل الكمي للامواج ، فاننا نضيف هذا الفصل الى الموضوع نفسه لنوضح ، بشكل وصفي ، بعض الظواهر المختلفة المرتبطة بالامواج ؛ وهي ظواهر اعقد من ان نحللها هنا بالتفصيل . لقد درسنا الامواج في عدة فصول ، فمن الأحرى ، والحالة هذه ، ان توضع مادة هذا الفصل تحت عنوان « بعض الظواهر المعقدة المرتبطة بالامواج » .

ان اول موضوع في بحثنا هو الاثر ، الذي يولّده منبع موجي يتحرك بسرعة تفوق سرعة انتشار الامواج ، اي تفوق سرعة الطور . لننظر أولاً في الامواج ، التي لها ، كما للصوت او الضوء ، سرعة محددة . فاذا تحرك منبع الصوت بسرعة تفوق سرعة الصوت ، يحْدث شيء شبيه بما يلي . إذا ولّد المنبع ، الموجود في اللحظة المفروضة عند النقطة x_1 ، موجة صوتية ، انظر الشكل

* هي ، كما يتبين من الدراسة التالية ، الامواج الناتجة من حركة جسم يتحرك في وسط بسرعة اكبر من سرعة انتشار الاهتزازات ، الناتجة من حركته ، في هذا الوسط .
(المترجمون)

(٥١ - ١) ، وانتقل المنبع في اللحظة التالية الى النقطة x_2 ؛ ففي هذه اللحظة تكون الموجة، التي انبعثت من النقطة x_1 ، قد اصبحت ذات نصف قطر



الشكل (٥١ - ١)
صدر موجة الصدم التي تشكل مخروطاً ، يقع رأسه في المنبع ، وتساوي نصف زاوية رأسه $\theta = \text{arc sin } (c_w/v)$.

r_1 ، وهو اصغر من المسافة التي يقطعها المنبع ؛ وتنبعث طبعاً في هذه اللحظة موجة اخرى من النقطة x_2 . وعندما يستمر المنبع في انتقاله الى أبعد من ذلك ، الى النقطة x_3 ، تنطلق من هنا ايضاً موجة ، وتكون الموجة ، التي انبعثت من x_2 قد اصبحت ذات نصف قطر r_2 ، بينما تكون الموجة التي انبعثت من x_1 ، قد اصبحت ذات نصف قطر r_3 . ومن الطبيعي ، ان يحدث هـذا كله بدون انقطاع ، أي بدون مراحل ، لذا تتولد سلسلة كاملة من الدوائر الموجية، التي لها مماس مشترك ، يمر من مركز المنبع لحظة المراقبة . ونرى ان المنبع ، بدلاً من ان يولد امواجاً كروية ، كما كان يفعل لو كان ساكناً ، فانه يولد صدر موجة على شكل مخروط ، في المكان ذي الابعاد الثلاثة ، او زوجين من الخطوط في المكان ذي البعدين . ومن السهل جـداً ان نحسب زاوية المخروط . ففي الفترة الزمنية المفروضة يقطع المنبع مسافة تتناسب مع سرعته v ، مثلاً المسافة $x_1 - x_2$. وفي الوقت نفسه ، ينتشر صدر الموجة مسافة r_3 تتناسب مع c_w ،

اي مع سرعة الموجة. ويتضح من ذلك، ان جيب نصف زاوية الرأس يساوي نسبة سرعة الموجة الى سرعة المنبع ، ولا يكون لهذه المسألة حل الا اذا كان c_w أقل من v ، اي اذا كانت سرعة الجسم اكبر من سرعة الموجة :

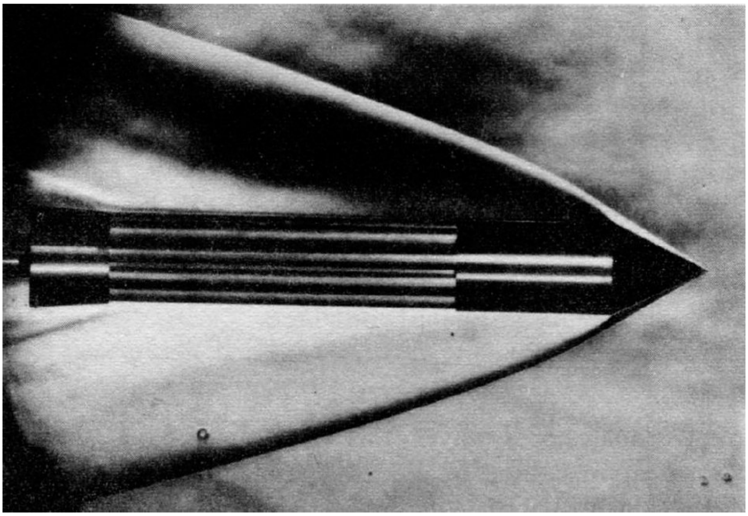
$$\sin \theta = \frac{c_w}{v} \qquad (51-1)$$

ومن المهم ان نلاحظ ان هذا يحدث لجسم متحرك ليس بالضرورة منبعاً صوتياً. فعندما يتحرك الجسم بسرعة تفوق سرعة الصوت فانه، على مايظهر، يولد بنفسه صوتاً . اي انه ، لا ضرورة لأن تكون للجسم صفة اهتزازية. فأي جسم يتحرك في وسط بسرعة ، تفوق السرعة ، التي يحمل بها هذا الوسط الامواج ، يولد مباشرة أمواجاً ، وذلك بفضل حركته . من السهل جداً ان يفهم هذا الامر في حالة الصوت، ولكن الشيء نفسه يحدث في حالة الضوء ايضا. قد يبدو أولاً ، ان لا شيء يمكنه ان يتحرك اسرع من الضوء . لكن السرعة الطورية للضوء في الزجاج ، مثلاً ، اصغر ، من سرعة الضوء في الخلاء ، فيمكن ان يمر في قطعة الزجاج جسيم مشحون ، ذو طاقة عالية جداً ، بسرعة قريبة جداً من سرعة الضوء في الخلاء ، بينما سرعة الضوء في الزجاج لا تساوي إلا ثلثي سرعة الضوء في الخلاء . ان الجسيم ، الذي يتحرك بسرعة اكبر من سرعة الضوء في الوسط ، يولد موجة ضوئية مخروطية ، يقع رأسها في المنبع ، وهي موجة تشبه الامواج التي يولدها قارب (وطبيعة هذه الامواج واحدة) . ويمكننا تعيين سرعة الجسيم ، بقياس الزاوية عند رأس المخروط . وتُعتمد هذه الطريقة في الفيزياء ، لقياس سرعة الجسيمات ، فهي احدى طرائق قياس طاقات الجسيمات عند دراسة الطاقات العالية . والقياس الوحيد ، الذي يجري ، هو تعيين منحى اشعاع الضوء .

يدعى هذا الاشعاع ، باشعاع تشرنكوف ، نسبة الى من لاحظه أول

مرة . ثم قام تام وفرانك بحساب نظري ، لمقدار شدة هذا الضوء . ولهذا العمل منح هؤلاء العلماء معاً ، عام ١٩٥٨ ، جائزة نوبل للفيزياء .

وتبدو ظاهرة مماثلة في حالة الصوت على الشكل (٥١ — ٢) ؛ وهذه صورة



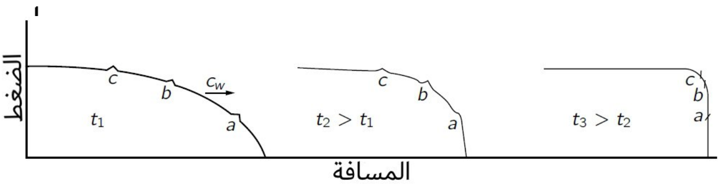
الشكل (٥١ - ٢)

موجة الصدم في الغاز ، المتولدة بفعل قذيفة تتحرك أسرع من الصوت

فوتوغرافية لجسم ، يتحرك في غاز بسرعة تفوق سرعة الصوت . يؤدي التغير في الضغط الى تغير قرينة الانكسار ، وبمساعدة جملة ضوئية خاصة يمكن جعل حافة الامواج مرئية . وهكذا ، فإن الجسم ، الذي يتحرك اسرع من الصوت ، يعطي فعلاً موجة مخروطية . ولكن يبدو بالملاحظة الدقيقة ، ان السطح هو في الحقيقة منحن . وفعلاً فالخط المقارب هو مستقيم ، لكنه ينحني بجوار الرأس ، والآن سنبحث في السبب الذي يؤدي الى حصول هذا الانحناء . وهذا ما يقودنا مباشرة الى الموضوع الثاني لهذا الفصل .

٥١ ـ ٢ : امواج الصدم shock waves

كثيراً ما تتعلق سرعة الموجة بسعتها ، وفي حالة الصوت تكون هـذه التابعية بالشكل التالي . ينبغي على الجسم ، الذي يتحرك في الهواء ، ان يزيح الهواء من طريقه ، فيولد بذلك اضطراباً على شكل ازدياد مفاجيء في الضغط ، شكله شكل العتبة ، بحيث يكون الضغط خلف صدر الموجـة اكبر مما هو عليه في المنطقة التي لم يصلهـا الاضطراب بعد ، اي في المنطقة التي لم تبلغهـا الموجة بعد (وتنتشر هذه الموجة بسرعتها الطبيعية) . وينضغط الهواء خلف صدر الموجة انضغاطاً كظومـاً ، لذلك تزداد درجة حرارة صدر الموجة ، ولمّا كانت سرعة الصوت تزداد بازدياد درجة الحرارة ، لذا فإن سرعة الصوت في المنطقة الواقعة خلف العتبة تظهر اكبر مما هي عليه أمامها . وهذا يعني ، ان اي اضطراب آخر يحدث خلف العتبة ، كالاضطراب المتولـّد ، مثلاً ، بفعـل دفـع الجسم دفعـاً مستمراً ، سينتشر أسرع من صـدر الموجـة ذاته : وتزداد عندئـذٍ السّرعة بازدياد الضغط . وتظهر هـذه الصورة على الشكل (٥١ ـ ٣) ، وزيادة في الايضاح ، اخـذت الاضطرابات الاضافية على شكل نتوءات صغيرة . ونجد ، ان المناطق ذات الضغط الأعلى ، الواقعة في الخلف ، « تلحق » مع الزمن بصدر الموجـة ، حتى تنقلب موجة



الشكل (٥١ ـ ٣)

« صور آنية » لصدر الموجة في لحظات زمنية متتالية

الضغط في النهاية الى موجة ذات صدر حاد . وإذا كانت قوة الموجة كبيرة جداً ، فان كلمة « في النهاية » انما تعني « في الحال » ؛ اما إذا كانت الموجة ضعيفة بعض الشيء ، فان هذا الامر ، اي الحصول على صدر موجة حاد ، يتطلب زمناً طويلاً نسبياً ؛ بل ويمكن ان يبلغ هذا الزمن من الطول حداً يجعل الصوت يتباعد ويتلاشى قبل ان تتاح الفرصة لتشكل صدر الموجة الحاد .

ان الضغط ، الذي يتولد بفعل صوت كلامنا ، صغير جداً بالنسبة الى الضغط الجوي ، فهو يساوي جزءاً واحداً من مليون جزء من الضغط الجوي ، أو شيئاً قريباً من هذا المقدار. ولكن عندما يساوي تغير الضغط مقداراً من رتبة ضغط جوي واحد (1 atm) فإن سرعة الموجة تزداد بنسبة 20% تقريباً ، ويقترب صدر الموجة من شكله الحاد بسرعة اكبر . وفي الطبيعة ، على ما يظهر ، لا يجري شيء بسرعة غير محدودة . والشيء الذي ندعوه صدراً « حاداً » له ، في الواقع ، ثخن ، وان كان صغيراً جداً ؛ وليس ميله غير متناه في حدته . ان المسافة التي يحدث فيها هذا كله ، هي من رتبة المسار الحر الوسطي للجزيئات ، ولكن في هذه المسافات تصبح المعادلة الموجية غير صحيحة ، لأننا ، عند استنتاجنا هذه المعادلة ، لم نأخذ بالحسبان البنية الجزيئية للغاز .

لنعد ثانية الى الشكل (٥١ — ٢) . فنجد ، انه من السهل توضيح الانحناء ، اذا علمنا ، ان الضغط بجوار الرأس اكبر مما هو عليه بعيداً عنه ، اي ان الزاوية θ هنا اكبر . وفي هذه الحالة يتولد الانحناء بنتيجة تابعية السرعة لقوة الموجة . فالموجة الناشئة من انفجار القنبلة الذرية مثلاً ، تتحرك بعض الوقت بسرعة اكبر من سرعة الصوت بكثير ، حتى إذا ما بلغت الموجة مكاناً بعيداً اصبحت من الضعف ، بسبب انتشارها ، بحيث ان ازدياد الضغط فيها يصبح صغيراً اذا ما قورن بالضغط الجوي . وعند ذلك تقترب سرعة صدر الموجة من سرعة الصوت في الغاز الذي ينتشر فيه . (وبالمناسبة ، ان سرعة

موجة الصدم دوماً اكبر من سرعة الصوت في الغاز الذي يتقدمها ، واصغر من سرعة الصوت في الغاز الذي يتأخر عنها . اي ان النبضات التي تأتي من الخلف ، تلحق بالصدر ، ولكن الصدر نفسه يتحرك في الوسط ، الذي ينتشر فيه ، بسرعة اكبر من سرعة الاشارات النظامية . لذا ، فليس بقدرة احد بالاعتماد على الصوت فقط ان يتنبأ بظهور موجة الصدم ، طالما أنه لم تظهر موجة الصدم بعد . إن ضوء انفجار القنبلة يُرى قبل وصول موجة الصدم ، لكن التنبؤ بوصول موجة الصدم مستحيل ، لانعدام اية اشارة صوتية تسبقها) .

ان تجمّع الامواج ظاهرة هامة جداً ، وينحصر سببها في ان سرعة الموجة ، التي تلي مرور احدى الموجات ، ينبغي ان تكون اكبر . لننظر في مثال آخر عن هذه الظاهرة . لنعتبر قناة مكشوفة طويلة ، ذات طول وعرض محدودين ، مملوءة ماءً . فاذا تحرك مكبس أو حاجز على طول القناة بسرعة كافية ، تجمع الماء امام المكبس ، كما يتجمع الثلج أمام مجرّف الثلج . والآن لنتصور الحالة الشبيهة بالحالة المبينة على الشكل (٥١ – ٤) ، عندما يظهر فجأة في مكان ما من القناة تغير مفاجىء في ارتفاع سوية الماء : هذا ، ويمكن البرهان ، على ان الامواج الطويلة في القناة تجري اسرع في الماء العميق منها في الماء الضحل . لذلك ، فان اي دفع جديد من الطاقة أو تغيرات اخرى فيها غير منتظمة ، منبعها المكبس أو الحاجز ، تجري الى الامام وتتجمع عند صدر الموجة . ومن الناحية النظرية ، ينبغي ان نحصل ، في النهاية ، على صدر موجة حاد من جديد . ولكن تظهر هنا بعض التعقيدات ، انظر الى الشكل (٥١ – ٤) . انكم ترون في هذا الشكل ، موجة تتقدم في القناة ، بينما يكون المكبس في مكان بعيد في النهاية اليمنى من القناة . قد يبدو لأول وهلة ان الموجة تسلك سلوكا حسناً ، كما ينبغي لها ان تسلك ، ولكنها تزداد حدة فيما بعد حتى تحدث الحوادث المبينة في الصورة . فيغدو الماء في هياج عنيف على السطح ، عندما تسقط أجزاء الماء ، الا ان الاضطراب يتلخص في ازدياد حاد جداً لا يصاحبه اي اضطراب في الماء الواقع في ...

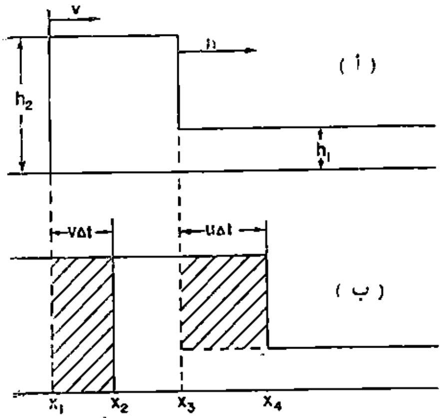


الشكل (٥١ - ٤)
سقوط الماء والدوامات المائية

وفي الواقع ، ان الموجة على الماء ، شيء اشد تعقيداً من الصوت . لكن من اجل الايضاح نحاول تحليل السرعة ، التي تدعى المدّ العالي في القناة . وليست المشكلة ، في ان هذا الامر هام جداً لغاياتنا ، فهو ليس تعميماً هاماً ، وانما هو فقط لايضاح كيف ان قوانين الميكانيك التي نعرفها جيداً ، قادرة على تفسير مثل هذه الظاهرة .

تصور برهة ، ان شكل سطح الماء هو كالمبين على الشكل [٥١ - ٥ (أ)] ، وان المـــاء يتحرك في السوية الاعلى h_2 بسرعة v ، وان صدر الموجة يتحرك بالسرعة u على السطح غير المضطرب ، الذي ارتفـــاعه h_1 . نرغب في تحديد السرعة التي يتحرك بها صدر الموجة . إن المستوي الشاقولي ، الذي يمر بادىء الامر في النقطة x_1 ، ينزاح المسافة $v\,\Delta t$ ، في الفـترة الزمنية Δt اي من x_1 الى x_2 ، بينما ينتقل صدر الموجة المسافة $u\,\Delta t$.

لنطبق الآن قانوني انحفـاظ المادة والاندفاع. لنأخذ بادىء ذيبدء اولهما : فنرى في وحدة العرض من القناة ان الكمية من المادة $h_2 v \Delta t$ ، التي تمر حذاء



الشكل (٥١ — ٥)
مقطعان للمد العالي في القناة
اجري المقطع (ب) بعد إجراء المقطع (أ) بمجال زمني قدره Δt

النقطة x_1 (المنطقة المخططة على الشكل [٥١ — ٥ (ب)]) ، تعادل المنطقة الاخرى المخططة ، التي تمثل كمية من المادة مساوية $(h_2 - h_1)\, u\, \Delta t$. فاذا قسمنا على Δt ، وجدنا $vh_2 = u\,(h_2 - h_1)$. ولكن هذا غير كاف ، لأنه ، ولئن كان h_1 و h_2 معلومين ، فاننا لا نعرف بعد u ، ولا v ، ونرغب في ايجـــاد هذين المقدارين .

ان الخطوة التالية هي اعتماد قانون انحفاظ الاندفاع . هذا ولم نتطرق بعد الى مواضيـع الضغط في الماء ، أو اي شيء آخر في تحريك السوائل ، لكن من الواضح ، انه ينبغي على الضغط في الماء في اي عمق ان يكون كافيـاً ، ليحمل عمود الماء فوقه . وعليه ، يساوي ضغط الماء جداء الكثافة ρ في العمق وفي g . ولما كان ضغط الماء يزداد خطيـاً مع العمق ، فان متوسط الضغط على المستوي

المار، مثلاً ، في النقطة x_1 ، يساوي $\frac{1}{2}\rho g h_2$ ، الذي يساوي ايضاً القيمة الوسطى للقوة على وحدة العرض وعلى وحدة الارتفاع التي تضغط المستوي نحو النقطة x_2 . ومن اجل الحصول على كامل القوة ، المؤثرة في الماء من اليسار ، ينبغي علينا مرة اخرى ان نضرب بـ h_2 . ومن الوجهة الاخرى ، فان الضغط على المنطقة المعتبرة من اليمين يعطي قوة باتجاه معاكس ، تساوي لنفس السبب $\frac{1}{2}\rho g h_1^2$. والآن يجب علينا ان نوازن بين هاتين القوتين وبين معدل تغير الاندفاع . وفي هذه الحالة ، يجب علينا ان نوضح مقدار زيادة الاندفاع في الحالة المبينة على الشكل [٥١-٥ (ب)]، عن الحالة المبينة على الشكل [٥١-٥ (أ)] .

ونرى ، ان الكتلة الاضافية ، التي اكتسبت السرعة v ، تساوي فقط $\rho h_2 u \Delta t - \rho h_2 v \Delta t$ (في وحدة العرض) ، ويعطي جداؤها في v الاندفاع الاضافي ، الذي يجب ان يساوي دفع القوة $F \Delta t$:

$$(\rho h_2 u \Delta t - \rho h_2 v \Delta t)\, v = \left(\frac{1}{2}\rho g h_2^2 - \frac{1}{2}\rho g h_1^2\right)\Delta t$$

فاذا حذفنا من هذه المعادلة v وذلك بتعويض $v h_2 = u (h_2 - h_1)$ ، ثم اختصرنا ، وجدنا اخيراً ان $u^2 = g h_2 (h_1 + h_2)/2h_1$.

فاذا كان فرق الارتفاعين صغيراً جداً ، بحيث يكون h_1 و h_2 متساويين تقريباً ، كانت السرعة تساوي تقريباً $\sqrt{gh}$. وكما سنرى فيما بعد ، ان هذا صحيح فقط ، عندما يكون طول الموجة اكبر بكثير من عمق القناة .

ويمكن عمل الشيء عينه للامواج الصوتية ، إلا انه يلزم الآن ، اضافة معادلة انحفاظ الطاقة الداخلية ، وليس انحفاظ الانتروبية ، لأن الصدمة ظاهرة غير عكوسة . وفي الواقع ، في مسألة موجة المد العالي اذا اختبرنا قانون انحفاظ الطاقة ، وجدنا ، انه غير محقق . وعندما يكون فرق الارتفاعين صغيراً ، فان

الطاقة تكون محفوظة تقريباً بشكل كامل ، لكن لا يكاد فرق الارتفاعين يصبح اكثر وضوحاً ، حتى يغدو فقدان الطاقة اكبر . وهذا يظهر في سقوط الماء وفي الهياج العنيف ، المبين على الشكل (٥١ - ٤) .

ومن وجهة نظر العملية الكظومة ، يجري في موجة الصدم فقدان ظاهري في الطاقة كالذي رأيناه ، فالطاقة في الموجة الصوتية خلف الصدم تُصرف على تسخين الغاز ، بعد مرور الصدم منه ، وهذا ما يقابل الهياج العنيف للماء في المدّ العالي . هذا ، ويظهر ، انه ينبغي حلّ ثلاث معادلات ، لاجل صياغة ذلك كله في حالة الصوت ، وعند ذلك يجب ان يؤخذ بالحسبان ، ان درجتي الحرارة خلف الصدم وأمامه مختلفتان ، كما وجدنا .

واذا حاولنا أن نطلق المد العالي في الجهة المعاكسة ($h_2 < h_1$) ، فان فقدان الطاقة يصبح سالباً . وبما أنه لايوجد منبع لأخذ الطاقة ، فلا يتمكن المدّ العالي من أن يديم نفسه ، فهو اذن غير مستقر . فاذا حاولنا أن نوجد موجة من هذا الشكل ، فانها تصبح فيما بعد اكثر استواء فأكثر ، لأن تابعية السرعة للارتفاع ، التي أدت سابقاً إلى صدر الموجة الحاد ، تعمل في حالتنا هذه في الاتجاه المعاكس .

٥١ ـ ٣ : الامواج في الجسم الصلب waves in solids

إن النوع التالي من الامواج ، التي ينبغي علينا أن نتكلم عنها ، هو الامواج في الجسم الصلب . لقد سبق لنا ونظرنا في الامواج الصوتية في الموائع وفي الغازات ، ويوجد بين هذه الامواج وبين الأمواج الصوتية في الجسم الصلب شبه مباشر . فاذا دُفع الجسم الصلب فجأة ، فانه ينضغط ، ويقاوم الانضغاط فتتولد فيه امواج ، شبيهة بالامواج الصوتية . ولكن يمكن ان نجد في الجسم

الصلب أمواجاً من نوع آخر ، لا نجدها في المائع . فإذا شوهنا الجسم الصلب جانبياً (وهذا مايدعى القص") ، فان الجسم يسعى الى العودة الى وضعه الأول. وهذا هو ، بالتعريف ، ما يميز الجسم الصلب عن المائع . ذلك انه إذا شوهنا مائعاً وحافظنا على شكله قليلاً ، حتى يهدأ ، ثم تركناه وشأنه ، فانه يظل في الوضع ذاته ، لكن اذا اخذنا جسماً صلباً واخضعناه للقص، ثم تركناه ، فانه يعود الى ما كان عليه ، وتتولد في الجسم موجة قصية ، تنتشر ايضاً ، كموجة الانضغاط . وفي كل الحالات تكون سرعة الموجة القصية اصغر من سرعة الامواج الطولية . وتذكّرنا الامواج القصيّة الى حدّ ما بالامواج الضوئية ، لاننا نشاهد هنا ايضاً حادثة الاستقطاب . أما في الصوت فلا يوجد استقطاب ما ، لان الصوت موجة انضغاط فقط ،بينما تتحلّى الاهتزازات الضوئية بتوجيه مُميز ، عمودي على منحى انتشارها .

وهكذا ، يمكن أن توجد في الجسم الصلب أمواج من النوعين . فتنتشر فيه أولاً ، امواج الانضغاط ، الشبيهة بأمواج الصوت في الهواء وتكون لها سرعة محددة أولى . وتنتشر ثانياً أمواج قصيّة . فاذا لم يكن الجسم الصلب بلورياً، امكن ان تكون الموجة القصيّة مستقطبة في أي منحى. وتنتشر عندئذ بسرعة محددة ثانية (إن الاجسام الصلبة كلها بلورية طبعاً ، لكن إذا اخذنا قطعة مؤلفة من بلورات مكروبة في الاتجاهات كلها ، افنى عدم التناحي في البلورات المكزوبة بعضه بعضاً) .

وتوجد ايضاً مسألة أخرى هامة ، تتناول الامواج الصوتية . فما الذي يحصل ، إذا أخذ طول الموجة في الجسم الصلب بالقصر شيئاً فشيئاً ؟ وإلى اي حد من القصر يمكن ان يبلغ ؟ من الواضح ، ان طول الموجة لا يمكن ان يصبح اصغر من المسافة بين ذرتين ، لاننا اذا كنا نفهم الموجة على انها تلك الظاهرة ،التي تذهب فيها نقطة نحو الاعلى ، بينما تذهب اخرى نحو الاسفل وهكذا الى آخره ، فإن

اصغر طول موجة يمكن ان نلقاه في هذه الحالة يمكن ان يكون المسافة بين ذرتين بدهياً. فمن المعلوم، ان الامواج يمكن ان تكون طولية او عرضية ،وقد تكون طويلة ، أو قصيرة. فاذا نظرنا في الامواج الطويلة ، التي تقارن بالمسافات الموجودة بين الذرات ، فلا تعود السرعة ثابتـــة ؛ فيتولد أثر تبددي يجعل السرعة غـير مستقلة عن العدد الموجي . ولكن ، في نهاية الامر يكون الطراز الاعلى للامواج العرضية هو الذي تهتز فيه كل ذرة عكس اهـــتزاز مجاوراتها تماماً .

ومن وجهة نظر الذرات تذكرنا هذه الحالة بالنواسين المترابطين، اللذين سبق لنا وتكلمنا عنها . فيمكن ان يكون لهما طرازان من الاهتزاز : الاول عندما يهتزان معاً ، والثـاني عندما يهتزان باتجاهين متعاكسين . هذا ويمكن النظر في امواج الجسم الصلب من وجهة نظر اخرى، فينظر اليها على انها اهتزازات مجموعة من الهزازات التوافقية المترابطة، كعدد كبير من النواسات المترابطة،ويكون الطراز الاعلى ، عندما تهتز في اتجاهات متعاكسة ، وتنتج الطرازات الادنى عند وجود علاقات طورية أخرى .

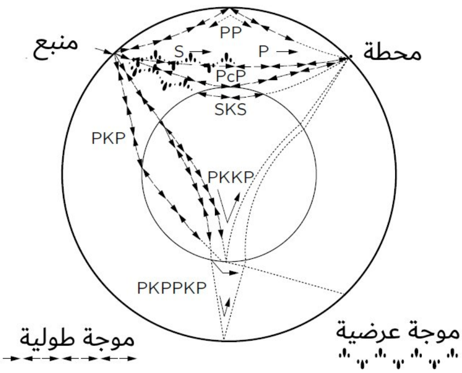
واقصر الامواج هي من القصر بحيث لا يمكن عادة الحصول عليها عملياً . لكنها هامة جداً ، وذلك لان خواص هذه الامواج الصوتية القصيرة تساعدنا ، في النظرية الترموديناميكية للجسم الصلب،على ايضاح خواصه الحرارية كالسعات الحرارية النوعية . ويعني الاقتراب من اقصر الامواج الصوتيـــة القصيرة الاقتراب من الحركة الفردية للذرات ؛ فهذان الامران ليسا ، في نهاية الامر ، إلا أمراً واحداً .

وكمثال هام جداً عن الامواج الصوتية في الجسم الصلب نذكر الامواج التي تجري في الكرة الارضية ، سواء كانت طولية ، ام عرضية . ولئن كنـّا نجهل السبب في حدوث الزلازل داخل الارض من وقت الى آخر ، فان الواقع

هو انها تحدث احياناً، بأن ينزلق بعض الصخور بالنسبة الى بعضها الآخر. ويشبه هذا ضجيجاً صغيراً . وتخرج من هذا المنبع امواج تجول الارض كلها ، وهي تشبه الامواج الصوتية ، وإن كانت اطوال موجاتها اكبر بكثير من أطوال الإمواج الصوتية العادية ، فانها على كل حال امواج صوتية . هذا وليست ارضنا متجانسة : اذ يتغير مع العمق تحت سطح الارض الضغط ، والكثافـــة ، والانضغاطية ، والى آخره ، وعليه فان السرعة تتغير . فينشأ شيء ما يشبه قرينة الانكسار ، فلا تنتشر الامواج في خطوط مستقيمة ، بل تنتشر وفق منحن ما . ويزداد تعقيد الصورة ، لان الامواج الطولية والعرضية تنتشران بسرعتين مختلفتين ، لذا كان حلا"هما مختلفين . فاذا وضعنا في موضع ما راسماً للزلازل واردنا ملاحظة كيف يهتز مسجّله عقب حدوث زلزال في مكان ما ، فلا نشاهد فقط وثبات غير منتظمة لهذا المسجل ، بل نرى كيف يبدأ المسجل في الوثب في بادىء الامر ، ثم يهدأ ، وبعد ذلك يعود فيثب من جديـــد . ويتعلق تفصيل ما يحدث بوضع راسم الزلازل . فاذا وضع قريباً جداً من مكان الزلزال ، فانه يستقبل في اول الامر الامواج الطولية الصادرة من الاضطراب، ثم بعد مرور عدة ثوان، يستقبل الامواج العرضية ، لانها تنتشر بسرعة أصغر. فاذا قسنا الفرق في الزمن بين وصولها ، امكننا إن نقدّر ، بُعْد موضع حدوث الزلزال ، وذلك طبعـــاً ، إذا كُنّا نعرف جيداً سرعة الانتشار في المناطق الداخلية وتركيب هذه المناطق .

يظهر على الشكل (٥١ - ٦) مثـال عن سلوك مختلف انواع الامواج في الارض : هناك نوعان من الامواج ، وقد رمز اليهما برمزين مختلفين. فاذا حدث في مكان ما (وندعو هذا المكان « بالمنبع ») زلزال ، فان الامواج العرضية والطولية ، التي تنتشر وفق طريق مستقيمة ، تصل الى محطة التسجيل في لحظات

زمنية متباينة . كما تحصل،بالاضافة الى ذلك ، انعكاسات على الحدود غير المتجانسة فتعطي بالنتيجة طرقاً اخرى وازمنة اخرى . لقد اظهرت دراسات شبيهة بهذه،



الشكل (٥١ – ٦)
مخطط للكرة الارضية تبدو فيه طرق الامواج الصوتية الطولية والعرضية

ان للارض نواة ، لا تمرر الامواج العرضية . ومع ذلك اذا كانت المحطة تقابل المنبع قطرياً ، فان الامواج العرضية تمر ، إلا ان الزمن الذي ينقضي حتى وصولها لا يكون الزمن المتوقع . أن الذي يحدث هو ان الموجة العرضية تصل الى النواة ، ولكن كلما وصلت موجة عرضية الى سطح فاصل بين وسطين ، بشكل مائل ، فانه تتولد موجتان جديدتان : عرضية وطولية . إلا ان الموجة العرضية لا تنتشر داخل النواة (او لا يوجد على الاقل برهان على انها تفعل ذلك وانما يوجد البرهان فقط للموجة الطولية) ، ثم تبرز الموجة ثانية في شكلها وتصل الى المحطة .

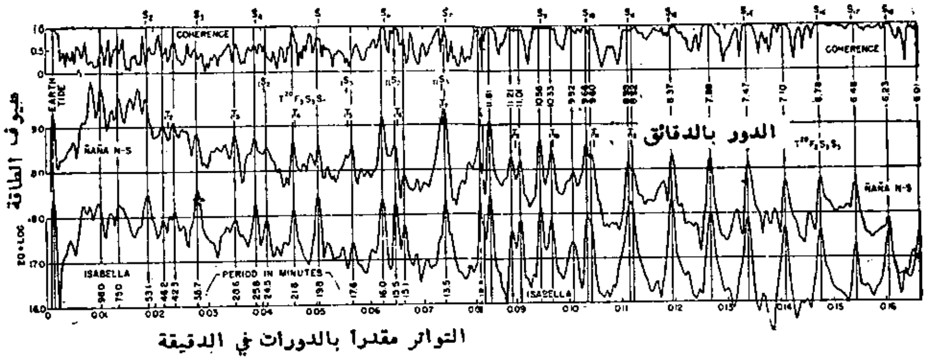
هذا ، واستناداً الى سلوك الامواج المتولدة بالزلازل ، اكتشف ان الامواج العرضية لا تستطيع الانتشار ضمن كرة ما داخل الارض . وهذا يدل على ان مركز الارض مائع ، بمعنى انه لا يمرر الأمواج العرضية . إنّ دراسة

الزلازل الارضية لهي المصدر الوحيد لمعلوماتنا عن التركيب الداخلي للارض . وهكذا ، تمّ ايضاح كل شيء كالسرع ، والمنحنيات والخ ، وذلك كله بنتيجة عدد كبير من المشاهدات التي اجريت على محطات مختلفة وعلى عدد كبير من الزلازل. فنعلم سرع الانواع المختلفة للامواج في اي عمق كان ، وبهذه المعرفة نتمكن ، بالتالي ، من توضيح الطرازات الطبيعية للارض ، لاننا نعرف سرعة انتشار الامواج الصوتية أي بكلمات اخرى ، نعرف الخواص المرنة لنوعي الامواج عند كل عمق . ولنفترض ، اننا شوهنا الارض حتى اصبحت قطعاً ناقصاً مجسماً ، ثم تركناها وشأنها . ترجع مسألة تعيين دور وشكل الاهتزازات الحُرّة ببساطة الى السؤال عن انضمام الامواج ، المنتشرة على مجسم القطع الناقص . لقدسبق لنا واوضحنا ،انه في مثل هذا الاضطراب تتولد طرازات عديدة ، بدءاً من الطراز الأدنى ، الذي هو مجسم قطع ناقص ، حتى الطرازات التي تحوي بنية أغنى .

هذا وان الزلزال ، الذي حدث في تشيلي في مايس عام ١٩٦٠ ولّد ، « ضجيجاً » ، تميّز صداه بأنّه دار عدة مرات حول الارض . وكان قبيل هذا الزمن قد صنعت رواسم زلازل جديدة عالية الحساسية ، تعينت بها تواترات الطرازات الاساسية للارض وقورنت النتائج مع المقادير المحسوبة بنظرية الصوت بالاعتماد على السرع المعلومة ، التي قيست من زلازل اخرى مستقلة . وتبدو نتيجة هذه التجربة على الشكل (٥١–٧) ، حيث وضعت قوة الاشارة بدلالة تواترها (تحليل فوريه) . نلاحظ ، ان بعض التواترات المسجلة تبدو اشد من غيرها ؛ وتشاهد نهايات عظمى واضحة جداً هي التواترات الطبيعية للارض ، لانها هي التواترات الرئيسية لاهتزازاتها .

وبكلمات اخرى ، اذا ارجعت كل حركة الارض الى انضمام طرازات مختلفة عديدة ، امكن ان نتوقع الحصول عند كل محطة ، على اهتزازات غير منتظمة تدل على انضمام تواترات عديدة . فاذا حللناها بدلالة التواترات ، أمكننا

تعيين التواترات المميزة للارض . ان الخطوط الدقيقة الشاقولية على الشكل تمثل التواترات المحسوبة ، ونرى توافقاً بديعاً ، يقنعنا ، بان نظرية الصوت صحيحة داخل الارض .

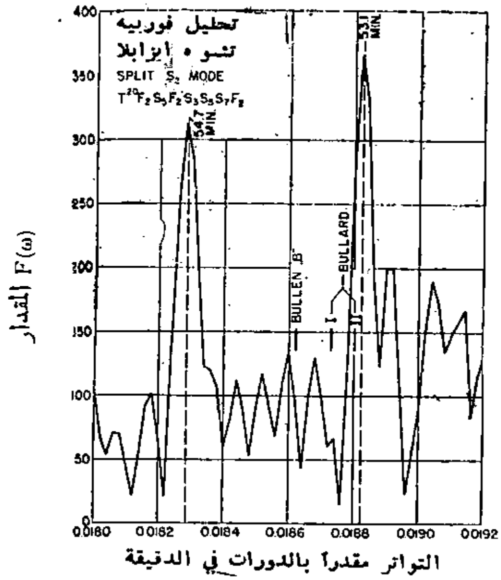


الشكل (٥١ - ٧)

تابعية الاستطاعة للتواتر ، التي سجلها راسم الزلازل فيمدينتي(نبانيا)
في البيرو وإيزابلا في كاليفورنيا .
يدل التوافق على درجة ترابط الاشارات ، التي سجلتها هاتان المحطتان

وتكتشف حقيقة غريبة جداً على الشكل (٥١-٨) ، الذي يمثل قياسات دقيقة جداً (بدقة تحليل كبيرة ايضاً) للطراز الادنى ، اي طراز مجسم القطع الناقص الارض . فلا تلاحظ ، هنا نهاية عظمى وحيدة ، بل نهايتان مختلفتان قليلاً : يساوي دور الأولى 54.7 دقيقة بينما يساوي دور الثانية 53.1 دقيقة . هذا ولم تعرف طبيعة هاتين النهايتين ، عندما اكتشفتا ، على الرغم من انه كان بالامكان ايجادهما في ذلك الوقت . يوجد على الاقل تفسيران اثنان ممكنان ، احدهما هو امكانية عدم وجود تناظر في توزع مادة الارض ، ويعطي عدم التناظر هذا نهايتين اعظميتين شبيهتين بهاتين النهايتين الاعظميتين . واما التفسير الثاني ، فهو اكثر اهمية ومفاده ما يلي : لنتصور امواجاً ، تنتشر من المنبع حول الارض في اتجاهين متعاكسين . فاذا اخذنا في معادلات الحركة

أثر دوران الارض بالحسبان،وهو أمر كنا نهمله عادة في دراستنا،لتبين أن سرعتي هاتين الموجتين مختلفتان . ومن الممكن ان يسبب ذلك التضاعف الملاحظ والذي يؤدي الى النهايتين المذكورتين .



الشكل (٥١ - ٨)

تحليل فوريه لما سجله راسم الزلازل ذو الحساسية العالية في محطة إيزابلا .

ويُرى بشكل جيد التثاني الطيفي .

واليك بإيجاز طريقة الحصول على هذه المنحنيات . لانسجّل على راسم الزلازل السّعات بدلالة التواتر، بل نسجل الانزياح بدلالة الزمن ، ويعطينا هذا منحنياً غير منتظم أبداً .

هذا ونعلم مايلزم فعله لكي نستخلص من هذه الاشكال المقادير النسبية لكل المركبات الجيبية ذات التواترات المختلفة . اذ يكفي ان نضرب المعطيات الناتجة بموجة جيبية ذات تواتر معطى ، وان نستكمل ، اي ان نوجد الوسطي ، وعند ذلك يختفي وسطي التواترات الاخرى كلها .

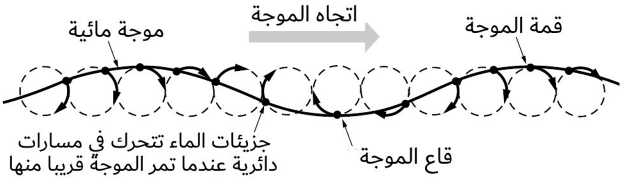
وهكذا ، تظهر فعلياً على الاشكال المنحنيات البيانية للتكاملات التي نحصل عليها بضرب المعطيات التجريبية بامواج جيبية ذات تواترات مختلفة وباستكمال الجداءات الناتجة .

٥١ — ٤ : الامواج السطحية Surface waves.

لاشك في ان كلّاً منا شاهد هذا النوع الثاني والهام من الامواج ، وهي امواج تظهر على سطح الماء وتُضرَب كمثال على الامواج في الدراسة الثانوية . وسوف نرى ان هذا المثال هو أسوأ مثال ممكن ، لأن هذه الامواج لاتشبه الصوت ، ولا الضوء ؛ فقد تجمّعت فيها ، الصعوبات كلها ، التي لا يمكن ان تحويها موجة ما . لنبدأ بالامواج الطويلة على الماء العميق. فاذا افترضنا ان المحيط غير محدود العمق وانه يحدث اضطراب على سطحه ، فان الامواج تتولد . وعلى العموم قــد يكون اي اضطراب ممكناً ، إلا أنّ الحركة الجيبية ذات الاضطراب الصغير جداً تعطي امواجاً ، تذكّر بامواج المحيط الناعمة العادية ، التي تنتشر نحو الشاطىء . ومما لا شك فيه ، ان الماء ، في موجة كهذه ، يبقى وسطياً في مكانه ، بينما تنتشر الموجة . وما تكون هذه الحركة : أعرضية هي أم طولية ؟ فلا يمكن ان تكون هذه او تلك ، فليست هي عَرْضية ولا هي طولية. وعلى الرغم من ان الحدبات في اي مكان مفروض تتناوب معالقُعْرات، فلا يمكن ان تكون هناك حركة نحو الاعلى او نحو الاسفل بسبب قانون انحفاظ كمية الماء . اي انه اذا تحرك الماء نحو الاسفل فالى أين يذهب ؟ ذلك لأن الماء غير قابل للانضغاط عملياً . ان سرعة أمواج الانضغاط ، اي الصوت في الماء ، هي اكبر بكثير : هذا هو ما ندرسه الآن . لما كان الماء لايقبل الانضغاط فيهذا المجال الذي ندرسه، لذا ينبغي على الماء، عند تشكل القُعرات، ان يتحرك من هذا المكان نحو الجانبين . والذي يحصل فعلاً : هو ان جسيمات الماء الموجودة بجوار السطح تتحرك وفق دائرة على وجه التقريب . ومهما يكن من أمر ، فعندما تستريح على الماء مستلقياً على اطار، وتأتي موجة عالية هادئة، انظر الى الاشياء المجاورة لك فترى، انها تتحرك وفق دائرة. فالصورة الحاصلة غير

متوقعة: نلقى هنا مزيجاً من الامواج الطولية والعرضية. وكلما ازداد العمق اصبحت الدوائر أصغر، حتى لا يبقى منها أي شيء على عمق كاف، انظر الشكل (٥١ - ٩).

من المفيد جداً تعيين سرعة هذه الامواج. وينبغي ان تتركب هـذه السرعة: من كثافة المـاء، وتسارع الثقالة، وهي القوة المرجعة التي تولد الامواج، ويمكن أيضاً ان تضم طول الموجة والعمق. فاذا نظرنا في حالة العمق غير المحدود، فلا تتعلق السرعة به أبداً. فأياً من الصيغ أخذنا لسرعة الطور، ينبغي عليها ان تحوي هذه المقادير في تركيب، يُعطي الابعاد الصحيحة



الشكل (٥١ - ٩)

تتشكل الامواج على الماء العميق من جسيمات تتحرك وفق دوائر. انتبه الى انزياح الطور النظامي من دائرة الى أخرى. كيف تكون حركة الجسم الطافي؟

للسرعة. هذا واذا جربنا طرقاً عديدة مختلفة، فاننا لا نجد الا تركيباً واحداً للكثافة ولـ g و لـ λ، يمكنه أن يُعطينا ابعاد السرعة، وهو على وجه التحديد $\sqrt{g\lambda}$، الذي لا يحوي الكثافة. وفي الواقع، ليست صيغة سرعة الطور هذه دقيقة كل الدقة، إذ أن تحليلاً كاملاً لتحريك الجملة، وهو تحليل ان نقوم به، يدل على ان الامر يحصل في الواقع، كما لدينا، باستثناء وجود $\sqrt{2\pi}$، أي:

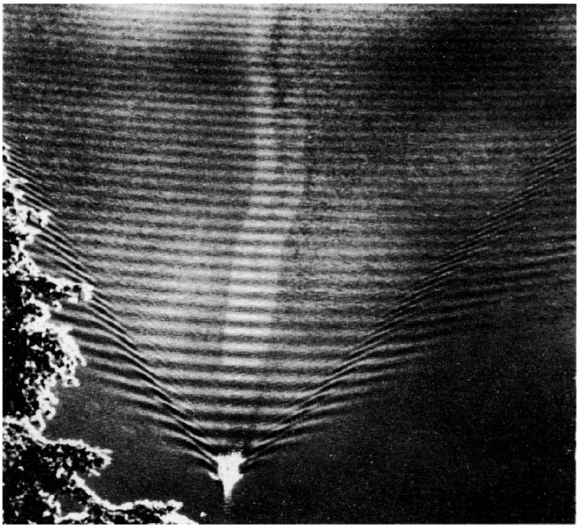
$$v_{phase} = \sqrt{g\lambda/2\pi} \quad \text{(الامواج الثقالية)}$$

حيث ترمز v_{phase} الى سرعة الطور.

من المهم ، ان الامواج الطويلة تنتشر بسرعة اكبر من الامواج القصيرة . فاذا كان قارب ذو محرك ، بعيداً عن الشاطىء ، يمخر المـــاء ، فانه يولد امواجاً ، وبعد فترة من الزمن تصل الامواج الى الشاطىء ، وتكوّن في البدء رذاذاً بطيئاً ، وذلك لورود الامواج الطويلة أولاً . وبعد ذلك تصبح الامواج الواردة أقصر فأقصر ، لان السرعة تتناقص كالجذر التربيعي لطول الموجة .

قـد يعترض أحدهم على صحة هذا ، ويقول : « ليس هذا صحيحاً بل ينبغي علينا النظر في سرعة المجموعة » . طبعاً ، إن هذا القول صحيـح . فان صيغة سرعة الطور لا تنطق بما سيحدث أولاً ، لان الخبر اليقين عن ذلك هو فقط في سرعـة المجموعة . لذا ينبغي علينا الحصول على سرعة المجموعة وعندئذ يمكننا أن نبيّن ، أنها تساوي نصف سرعة الطور ، ويترك هذا البرهان للقارىء . ومن أجل ذلك يلزم أن نتذكّر فقط ، ان سرعة الطور تسلك كالجذر التربيعي لطول الموجة . وهكذا أيضاً تسلك سرعة المجموعة ، اي كالجذر التربيعي لطول الموجة . لكن كيف يمكن ان تكون سرعة المجموعة مرتين أصغر من سرعة الطور ؟ لننظر في مجموعة من الامواج ، المتولدة بفعل قارب يمخر قريباً منا ، ولنتتبع ذروة محددة من هذه الامواج ، فنجـــد انها تنتشر الى الامام مع المجموعة ، الا انها تمسي شيئاً فشيئاً اصغر فاصغر ، حتى تتلاشى عندما تبلغ صـدر الموجة الامامي . لكن وبشكل خفي ومبهم ترتفع بديلاً عنها من الصدر الخلفي موجة تنتشر نحو الامام ، ثم تغدو شيئاً فشيئاً أقوى فأقوى . وبايجـــاز نقول ، ان الامواج تتحرك في مجموعة ، وتتحرك المجموعة نفسها مرتين ابطأ من هذه الامواج .

وما دامت سرعة المجموعة وسرعة الطور غير متساويتين ، فان الامواج المتولدة بفعل الجسم المتحرك ، لن تكون ببساطة مخروطية ، بل اكثر تعقيداً وأهمية . ويمكنك أن ترى هذا على الشكل (٥١ – ١٠) ، حيث تظهر امواج يولدهـا قارب يتحرك على الماء . لاحظوا ، انها لا تشبه أبداً ، ما حصلنا عليه في حالة الصوت (الذي كانت فيه السرعة لا تتعلق بطول الموجة) ، حيث كان



الشكل (٥١ – ١٠)
أثر القارب ذي المحرك ، الذي يمخر الماء

صدر الموجة مخروطاً ينتشر وفق الجانبين . ونحصل الآن عوضاً عن ذلك على امواج خلف الجسم المتحرك ، ولها صدر موجة عمودي على حركة الجسم ، ونحصل أيضاً على امواج صغيرة منتشرة من الجانبين وفق زوايا أخرى . ويمكن تحليل هذه الصورة لحركة الامواج ، بشكل جميل جـــداً ، وذلك اذا عرفنا فقط ، انسرعة الطور تتناسب مع الجذر التربيعي لطول الموجة. ويكمن السر كله في ان نمط الامواج مستقر بالنسبة الى القارب (الذي يتحرك بسرعة ثابتة) ؛ ولو كان النمط غير ذلك لانفصل عن القارب وضاع .

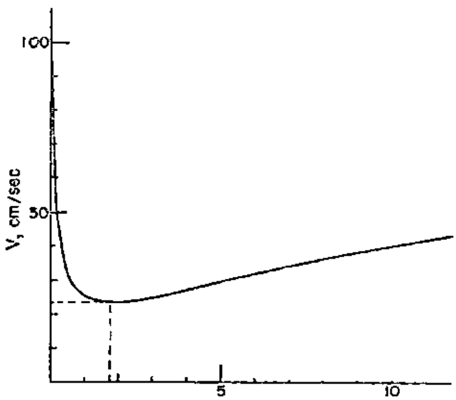
لقد درسنا حتى الآن الامواج الطويلة التي قوتها المرجعة هي قوة الثقالة . لكن عندما تصبح الامواج قصيرة جداً ، فان القوة المرجعة الاساسية تكون الجاذبية الشعرية ، اي طاقة التوتر السطحي وهي تساوي :

$$v_{phase} = \sqrt{2\pi T/\lambda\rho} \qquad \text{(للتموج الخفيف)}$$

حيث يرمز T الى التوتر السطحي ، و ρ الى الكثافة و v_{phase} الى سرعة الطور. وهنا تنعكس الامور كلها : فكلما كان طول الامواج أقصر ، بدت سرعة الطور أكبر وذلك عندما يكون طول الموجة صغيراً جداً. واذا كانت تؤثر معاً قوة الثقالة والقوة الشعرية كما يحدث عادة ، فاننا نحصل على التركيب التالي :

$$v_{phase} = \sqrt{Tk/\rho + g/k,}$$

حيث يمثل $k = 2\pi/\lambda$ العدد الموجي . وكما ترون ، إن سرعة الامواج على الماء هي شيء معقد جداً ، وتبدو على الشكل (٥١ - ١١) سرعة الطور كتابع لطول الموجة . انها كبيرة للامواج القصيرة جداً ، وكبيرة للامواج الطويلة جداً، لكن توجد بينهما سرعة صغرى للانتشار . وانطلاقاً من هذه الصيغة ، يمكن حساب سرعة المجموعة: وهي تبدو مساوية 3/2 سرعة طور التموج الخفيف ، و 1/2



الشكل (٥١ - ١١)
المنحني البياني لسرعة الطور بدلالة طول موجة الماء

سرعة طور الامواج «النقالية» . وعلى يسار النهاية الصغرى تكون سرعة المجموعة اكبر من سرعة الطور ، بينما على اليمين تكون سرعة المجموعة أصغر . هـــذا وترتبط بهذا الواقع بعض الظواهر الهامة . فبما أن سرعة المجموعة تتزايد بسرعة مع تناقص طول الموجـــة ، فانه ، اذا ما ولّدنا اضطراباً ما ، تولدت امواج بالطول الموافق ، تنتشر بالسرعة الصغرى ، بينما تنتشر أمامها الامواج القصيرة والطويلة جداً بسرعة كبيرة . وفي أي حوض ماء يمكن أن ترى الامواج القصيرة ، بينما تكون مشاهدة الامواج الطويلة صعبة جداً .

وهكذا ، نتأكد بان التموج الخفيف ، الذي غالباً ما يستعمل لايضاح الامواج البسيطة ، هو في الواقع معقد وهام جداً . فلا يتمتع بصدر موجة حاد ، كما هو في حالة الامواج البسيطة ، الشبيهة بالصوت او الضوء . ان الموجة الاساسية ، التي تنفصل الى الامام ، تتألف من تموجات خفيفة ودقيقة . وبفضل التبدد ، لا يقود الاضطراب الحاد لسطح الماء الى موجة حادة ، بل تأتي أولاً الامواج الدقيقة جداً . وبالمناسبة ، عندما يتحرك جسم في الماء بسرعة ما ، يتشكل نمط معقد ، لان الامواج المختلفة تنتشر بسرع مختلفة . ويمكن بسهولة باستخدام حوض فيه ماء ايضاح أن اسرع الامواج هي الامواج الشعرية ، ثم تنتشر خلفها الامواج الابطأ . وبالاضافة الى ذلك ، يمكن التأكد ، من أن السرعة تكون اصغر حيث العمق اقل ، وذلك بإمالة قعر الحوض . واذا انتشرت الموجة وفق زاوية ما بالنسبة الى خط الميل الاعظم ، دارت وتبعت في مسارها هذا الخط . وبهذه الوسيلة يمكن ايضاح اشياء كثيرة مختلفة ويمكن ان نخلص الى ان الامواج على الماء هي شيء اشد تعقيداً من الامواج في الهواء .

إن سرعة الامواج الطويلة التي تكون فيها حركة الماء دائرية تتناقص في الامكنة الضحلة وتزداد في العميقة . وهكذا ، عندما تنتشر الموجة نحو الشاطىء ، حيث العمق اقل ، فانهـــا تتباطأ . لكن هناك ، حيث الماء اعمق ، تتحرك الموجة اسرع ، فنلتقي ثانية بآلية موجة الصدم . لكن في هذه المرّة ، لما كانت الموجة

ليست بسيطة كثيراً ، فيكون صدر موجة صدمها اكثر تشوهاً : « فتنحني الموجة على نفسها » بالهيئة المألوفة لدينا المبينة في الشكل (٥١-١٢) . وهذا على وجه التحديد ما نراه ، عندما تتحرك امواجنا نحو الشاطيء : وفيها تنكشف التعقيدات كلها الموجودة في الطبيعة. ولم يتسنّ لأحد حتى الآن حساب شكل الموجة في تلك اللحظة ، عندما تتحطم . من السهل إجراء ذلك ، عندما تكون الامواج صغيرة ، اما عندما تصبح كبيرة ، فان الامر يتعقد كثيراً .



الشكل (٥١ - ١٢)
موجة مائية

ويمكن مشاهدة خاصة هامة للامواج الشعرية عندما تحدث اضطرابات على السطح بفعل جسم متحرك في الماء . فمن وجهة نظر الجسم نفسه يسيل الماء بجانبه ، ولا تتوقف ، في نهاية الامر ، بالنسبة اليه إلا الامواج التي تجعلها سرعتها ساكنة بالنسبة للجسم على سطح الماء . ويحدث الشيء نفسه تماماً اذا ما وضع الجسم في مجرى ماء ، وجرى الماء بالنسبة اليه ، فإن نمط الامواج يكون مستقراً وتكون اطوال موجاتها ، هي اطوال الموجات التي تنتشر بالسرعة

نفسها ، التي يتحرك بهـا الماء . لكن اذا كانت سرعة المجموعة اصغر من سرعة الطور ، انتشر الاضطراب عكس التيار ، وذلك لأن سرعة المجموعة غير كافية لتلحق بالتيـــار . واذا كانت سرعة المجموعة اكبر من سرعة الطور ، ظهر نمط الامواج امام الجسم . واذا تتبعنا الاجسام في مجرى باهتمام ، شـاهدنا تموجات صغيرة امامها ، وامواجاً طويلة خلفها .

ويمكن ملاحظة ظواهر اخرى هامة من النوع ذاته في الموائع المنسكبة . فاذا سكبنا الحليب مثلاً ، بسرعة من قارورة ، امكننا ان نلاحظ كيف ان خطوطاً عديدة تتحرك في الاتجـاهين المتعاكسين في الحليب المنسكب فتتقاطع فيه . وان هذه الامواج ، المتولدة بفعل اضطراب يحصل على جوانب القارورة ، تشبه تماماً الامواج المتولدة بفعل الجسم في التيار . لكن هذا الأثر يتولد هنا من الجانبين ، لذا تحصل صورة من الخطوط المتقاطعة .

وهكذا ، تعرّفنا على بعض الخواص العامة للامواج ، المتباينة في صعوبتها ، والمتعلقـة بكيفية تعلـّق سرعة الطور بطول الموجة ، وسرعة الموجة بالعمق والخ ؛ ويقود هذا كله الى ظواهر طبيعية معقدة جداً ، ومن هنا تنبع أهميتها .

★ ★ ★

الفصل الثاني والخمسون

Symmetry in physical Laws

التناظر في القوانين الفيزيائية

٥٢ ــ ١ : عمليات التناظر symmetry operations

موضوع هذا الفصل هو ما نسميه بالتناظر في القوانين الفيزيائية . وقد سبق أن ناقشنا بعض مظاهر التناظر في القوانين الفيزيائية أثناء دراستنا لتحليل المتجهات (في الفصل الحادي عشر) ، ولنظرية النسبية (في الفصل السادس عشر) ، وللدوران (في الفصل العشرين) .

ولماذا نُعنى بدراسة التناظر ؟ ان السبب الأول هو أن التناظر يخلب لب الانسان ، وكل واحد منا يحب الاجسام ، أو الانماط ، التي تكون متناظرة ، بشكل من الاشكال ، ومن الحقائق الهامة ما نلاحظه من ان الطبيعة تعرض علينا بعض أنواع التناظر متمثلةفي الاجسام التي نجدها في العالم المحيط بنا . ولعل اعظم الاجسام تناظراً هو الكرة ؛ والطبيعة غنية بما فيها من كرات : ففيها النجوم ، والكواكب السيارة ، وقطرات الماء في السحب ، وفي البلورات ، التي نجدها في الصخور،وانواع من التناظر شتى وعديدة ؛ وتنبئنا دراستها بأشياء هامة متصلة ببنية الاجسام الصلبة . بل ان عالم الحيوان ، وعالم النبات ، يعرضان علينا بعض التناظر ؛ وان كان تناظر زهرة ، او تناظر نحلة،لايبلغان من الكمال ، او من العمق ، ما يبلغه تناظر بلورة من البلورات .

ولكن ما يشغلنا الآن هنا ليس الحقيقة القائلة بأن اجسام الطبيعة تكون متناظرة في كثير من الاحيان . بل ان ما نرغب في فحصه هو نوع آخر اعظم شأناً من انواع التناظر في الطبيعة : ذلك هو التناظر القائم في القوانين الأساسية نفسها ، القوانين التي تهيمن على عمل العالم الفيزيائي .

ولنبدأ بأن نسأل انفسنا : ما هو التناظر ؟ وكيف يمكن لقانون فيزيائي أن يكون متناظراً؟ ان مسألة تعريف التناظر مسألة هامة، ولقد نبّهنا فيما سبق إلى ان ويل (Weyl) عرّف التناظر تعريفاً جيداً، مفاده هو ان جسماً يكون متناظراً إذا كان هناك ثمة شيء نستطيع ان نفعله بهذا الجسم، بحيث اننا بعد ان نفعل هذا الشيء ، يبدو الجسم كما كان يبدو قبل ان نفعله . فنقول عن اناء مثلا انه متناظر اذا كان مظهره لا يتغير ، عندما ننظر الى خياله في مرآة ، او عندما نديره . والسؤال الذي نريد ان نطرحه الآن هو السؤال التالي : ماالذي يمكن ان نفعله

الجدول (٥٢ – ١)

عمليات التناظر
الانسحاب في المكان
الانسحاب في الزمان
الدوران بزاوية ثابتة
السرعة المنتظمة على خط مستقيم (تحويلات لورنتس)
عكس الزمان
الانعكاس في المكان
التبادل الداخلي ما بين ذرتين متماثلتين او جسيمين متماثلين
الطور الميكانيكي الكوانتي
المادة ومضاد المادة (الترافق في الشحنة)

بظواهر فيزيائية معطاة ، أو بوضع فيزيائي في تجربة ، دون أن يؤدي ذلك الى تغيير النتيجة أيُّ تغيير ؟ وقد ادرجنا في الجدول (٥٢ - ١) قائمة تحوي العمليات المعروفة التي لا يؤدي تطبيقها الى تغيير عدد من الظواهر الفيزيائية المختلفة .

symmetry in space and time

٥٢ ـــ ٢ : التناظر في المكان والزمان

ان الشيء الأول الذي يمكن ان نجربه هو ان نسحب الظاهرة المدروسة في المكان مثلاً . فإذا اجرينا تجربة في منطقة ما ، ثم بنينا جهازاً آخر في محل آخر من المكان (او نقلنا الجهاز الأصلي الى هذا المحل الجديد) ، فعندئذ نرى أن كل ما جرى في احد الجهازين ، بترتيب زمني محدد ، سيجري بالشكل نفسه اذا كنا قد كررنا الشروط السابقة نفسها ، مع الانتباه الكامل إلى القيود التي سبق ان ذكرناها ، وهي ان كل مظاهر الوسط المحيط ، التي تجعله لا يسلك سلوكه السابق ، قد نقلت ايضاً . وقد سبق ان ذكرنا كيف نُعَرِّف مقدار ما ينبغي علينا ان ندرجه ضمن هذه الشروط ، ولذلك فلن نعود الى البحث في هذه التفاصيل من جديد .

ونعتقد اليوم ، اعتقاداً يشابه اعتقادنا العائد للمكان ، ان الانزياح في الزمان لا يؤثر ايضاً في القوانين الفيزيائية ، (وهذه هي حدود معرفتنا اليوم ، فكل ما نقوله الآن هو ما نعتقد بصحته اليوم ، وقد لا يصح غداً !) . وهذا يعني اننا ، اذا بنينا جهازاً ما ، وبدأنا في تشغيله في لحظة محددة ، كأن تكون هذه اللحظة هي الساعة العاشرة تماماً من صباح الخميس ، ثم بنينا الجهاز نفسه ، وبدأنا في تشغيله مثلاً بعد انقضاء ثلاثة ايام ، وفي الشروط نفسها ، فان الجهازين سيقومان بالحركات نفسها ، وبالاشكال نفسها تماماً ، وذلك بتابعية الزمن ، ومهما كانت لحظة بدء التشغيل لكل منهما ؛ ولا نشترط لتحقيق ذلك ، من جديد ، إلا ان تكون مظاهر الوسط المحيط ، المهمة لعمل الجهازين ، قد غيرت ايضاً ، في الزمن ،

التغيير المناسب . ويعني هذا التناظر طبعاً انه لو كان أحدنا قد اشترى أسهم جنرال موتوز قبل ثلاثة أشهر ، فإنه سيحدث لها الشيء نفسه الذي كان يحدث لها لو أنه اشترى هذه الأسهم الآن !

وينبغي ايضاً ان ننتبه إلى الفروق الجغرافية ايضاً ،لأن هناك طبعاً تغيرات في صفات سطح الارض . فإذا نحن قسنا الحقل المغناطيسي مثلاً في منطقة ما ، ثم نقلنا الجهاز الى منطقة أخرى ، فقد لا يعمل بالشكل نفسه بالضبط ، لان الحقل المغناطيسي مختلف ، ولكننا نقول ان الامر هو كذلك لان الحقل المغناطيسي مرتبط بالارض . ونستطيع ان نتخيل اننا اذا نقلنا الارض بكاملها هي والتجهيزات ، فان ذلك لا يؤثر في عمل الجهاز .

وقد ناقشنا أمراً آخر بتفصيل كبير ، وهو الدوران في المكان : فاذا أدرنا جهازاً بزاوية ، فانه يعمل كما كان يعمل قبل إدارته ، ولكن شريطة ان ندير ايضاً كل شيء آخر ، له علاقة به ، الدوران نفسه ايضاً ، ولقد ناقشنا في الواقع موضوع التناظر عند تطبيق الدوران مناقشة مفصلة بعض التفصيل في الفصل الحادي عشر ، واخترعنا جملة رياضية سميناها تحليل المتجهات لتمكيننا من دراسة هذا التناظر بأفضل شكل ممكن .

وقد نظرنا في تناظر آخر ، يبرز في دراسات أرقى سوية ، وهو التناظر عند تطبيق سرعة منتظمة في خط مستقيم . وهذا يعني الحقيقة المرموقة التالية : إذا كان لدينا جهاز ، يعمل بشكل ما ، ثم أخذناه ووضعناه في سيارة ، وجعلنا السيارة بكاملها تتحرك ، هي وكل ما يحيط بها مما له شأن في تجربتنا ، وذلك بسرعة منتظمة ، وفي خط مستقيم ، فإنه لا يحدث أي اختلاف أبداً في كل ما يتصل بالظواهر القائمة داخل السيارة : أي ان كل قوانين الفيزياء تكون ، داخل السيارة ، كما هي عليه خارجها . بل ونحن الآن قادرون على ان نعبر عن ذلك بعبارات اقرب الى فننا الرياضي ،فنقول :ان المعادلات الرياضية، للقوانين

الفيزيائية، ينبغي أن لا تتغير عند تطبيق تحويل لورنتس. ولقد كانت دراسة نظرية النسبية هي التي ركزت انتباه الفيزيائيين ، أعظم تركيز ، على التنــــاظر في القوانين الفيزيائية .

ان كل انواع التناظر التي ذكرناها حتى الآن هي من طبيعة هندسية، فالمكان والزمان شيء واحد تقريباً. ولكن هناك انواعاً أخرى من التناظر . فهناك مثلاً تناظر ينص على أن بامكاننا أن نحل ذرة محل أخرى من نوعهـا ، أو هو ينص ، بعبارة أخرى ، على ان هناك ذرات من نوع واحد . فبالامكان اذن ان نجد مجموعات من الذرات ، بحيث اننا اذا وضعنا محل كل زوج ، من زوجين اثنين، زوجه الآخر ، فإن ذلك لا يولد أي اختلاف : أي ان هذه الذرات متماثلة كل التماثل . فكل شيء ، تستطيع ذرة، من نوع معين من انواع ذرات الاكجسين، ان تفعله ، تستطيع ان تفعله ايضاً أية ذرة أخرى من النوع نفسه . وقد يقول احدكم : « ان هذا لأمر مضحك ، أو ليس هذا هو تعريف انتماء الذرتين الى نوع واحد ؟» والواقع ان هذا قد لا يكون اكثر من مجرد تعريف ، ولكننا، حتى هذه المرحلة من مناقشتنـا ، لا نعرف فيما اذا كانت توجد أية « ذرات من نوع واحد ». والحقيقة هي أنه توجد فعلاً ذرات عديدة جداً تكون من نوع واحد. ولهذا فان هناك معنى مفيداً في قولنا ان بامكاننا ان نضع ، مكان أية ذرة ، ذرة أخرى من النوع نفسه ، دون ان يؤدي ذلـك الى أي اختلاف . والجسيمات المسماة بالجسيمات العنصرية ، والتي تتألف منها الذرات ، هي ايضاً جسيمات متماثلة تماماً بالمعنى المذكور اعلاه : فكل الالكترونات متماثلة ، وكل البروتونات متماثلة ، وكل البيونات الموجبة متماثلة ، الى آخر ذلك .

والآن ، وبعد ان ذكرنا هذه القائمة الطويلة التي تحوي الاشياء التي يمكن فعلها دون ان يؤدي ذلك الى تغيير الظواهر ، قد يعتقد المرء ان بامكاننا ان نفعل كل ما نشتهي تقريباً ؛ فلنضرب اذن أمثلة تدل على عكس ذلك حتى نرى

الفرق واضحاً . فلنفرض اننا سألنا : « هل القوانين الفيزيائية متناظرة عند تطبيق تحويل يغير ابعاد الاجسام ، ولكن يحافظ على شكلها » ؟ فلنفرض اننا صنعنا جهازاً ، ثم صنعنا جهازاً آخر شبيهاً به كل الشبه ، ولكن اكبر منه ، في كل جزء من اجزائه ، بخمس مرات مثلاً . فهل يعمل هذا الجهاز الجديد عمل الجهاز الأول تماماً ؟ والجواب هو بالنفي في هذه الحالة ! فان طول موجة الضوء الذي تشعه مثلاً ، ذرات الصوديوم الموضوعة في صندوق مملوء بذرات الصوديوم ، ليس هو أكبر بخمس مرات من طول موجة الضوء الذي تشعه ذرات صوديوم اخرى موضوعة في صندوق اكبر من الاول بخمس مرات ، بل ان طولي الموجة هذين متساويان تماماً . ولذلك فان نسبة طول الموجة الى ابعاد الصندوق ، الذي تصدر منه الامواج ، تكون مختلفة في الحالة الأولى عنها في الحالة الثانية .

وإليك مثالاً آخر : اننـــا نرى في الصحف ، من وقت لآخر ، صوراً لكاتدرائيات مصنوعة من اعواد الكبريت الصغيرة ، وهي أعمـال فنية جبارة يبدعها متقاعدون ينفقون أوقاتهم في لصق اعواد الكبريت بعضاً ببعض . وهذه الكاتدرائيات أروع بكثير ، واعقد في تفاصيلها ، من الكاتدرائيات الحقيقية . ولو تصورنا ان كاتدرائية خشبية كهذه بنيت فعلاً ، ولكن بابعاد كاتدرائية حقيقية ، لتبين لنا اين تقع الصعوبة . ذلك ان مثل هذه الكاتدرائية لا تدوم ، لأن البنيان كله ينهار بسـبب ان اعواد الثقاب ، التي ضخمت لتجعل في ابعاد الكاتدرائية الحقيقية ، ليست قوية قوة كافية . وقد يقول احدكم : « نعم هـذا صحيح ، ولكننا نعلم ايضاً انه اذا وجد تأثير خارجي ، فانه ينبغي ان يتغير هذا التأثير بالنسبة نفسها ايضاً ! » . ونحن ننظر الآن في مقدرة جسم من الاجسام على تحمل الثقالة . ولذلك فان ما ينبغي علينا فعله هو أن ننظر اولاً في الكاتدرائية الصغيرة المصنوعة من اعواد الثقاب ، وفي كرة الأرض الحقيقية التي نعيش عليها . ونحن نعلم ان الكاتدرائية الصغيرة تكون عندئذ مستقرة . ثم ينبغي ان نكبر هذه الجملة كلهـا ، في مخيلتنا ، حتى تبلغ الكاتدرائية الصغيرة حجم الكاتدرائية

الحقيقية ، فتنقلب كرة الأرض الحقيقية الى كرة أرضٍ تصورية أكبر بكثير مما هي عليه . ولكن لو تصورنا ذلك لأصبحت الحـــالة اشد سوءاً من تصورنا السابق (الذي تصورنا فيه الكاتدرائية الصغيرة تكبر حتى تصبح ككاتدرائية حقيقية ، وتركنا فيه الأرض على حالها) ، ذلك ان الثقـــالة تزداد ازدياداً أكبر ! .

ونعلم اليوم طبعاً ان تعلق الظواهر بسلمها أمر عائد الى الطبيعة الذرية للمادة ؛ فنحن لو بنينا جهازاً ما ، بلغ من صغره أنه لا يحوي فيه الا خمس ذرات فقط ، فان هـذا الجهاز يكون شيئاً لا نستطيع ان نصغر سلّمه بقدر ما نريد ونشتهي . فسلم الذرة الواحدة ليس ابداً امراً متروكاً لاختيارنا ، بل هو مقدار محدد كل التحديد .

وقد كان غاليلي هو الذي اكتشف ان قوانين الفيزياء ليست شيئاً غير متغير عند تغيير السلم . فقد أدرك أن مقاومة المواد ليست متناسبة تناسباً صحيحاً مع ابعادها ، فنظر في هـذه الخاصة ، التي ندرسها نحن الآن باستخدام الكاتدرائية المصنوعة من اعواد الثقاب، وشرحها، هو ، برسم عظمين ، عظم كلب مألوف ، ابعاده هي الأبعاد الصحيحة اللازمة له ليحمل ثقله ، وعظم آخر وهمي لكلب « عملاق » ، أكبر من الكلب الحقيقي بعشر مرات ، أو بمائة مرة . وكان هذا العظم الثاني شيئاً كبيراً ضخماً ، ذا ابعاد مختلفة تماماً عن الأول. ونحن لا ندري إذا كان غاليلي قد مضى في محاكمته الى النتيجة التي تقول ان قوانين الطبيعة لابد لها من سلم محدد، إلا أن اكتشافه هذا أثر فيه تأثيراً عميقاً جعله ينزل الاكتشاف في منزلة اكتشافه لقوانين الحركة ، فنشر هذين الاكتشافين معاً في مجلد واحد سماه « قبس من علمين جديدين » .

وهناك مثل آخر لا تكون فيه القوانين متناظرة، وهو مثل نعرفه جيداً ، وإليك هو : إذا دارت جملة بسرعة زاوية منتظمة ، فانهـــا لا تعطي القوانين الظاهرة نفسها التي تعطيها جملة غير دائرة . فاذا قمنا بتجربة ، ثم وضعنا كل شيء

في سفينة فضائية ، وجعلنا السفينة تلف وحدها حول نفسها ، في المكان الخالي ، بسرعة زاوية ثابتة ، فان الجهاز لا يعمل بالشكل نفسه ؛ ذلك أن الاشياء ، الموجودة داخل الجهاز ، تقذف الى خارجه بفعل قوى الثقالة ، وقوى كوريوليس ، كما تحدث أشياء أخرى مشابهة ، وهذه كلها أشياء نعرفها . بل أننا نستطيع في الواقع ، أن نكشف دوران الأرض من النظر في النواس المسمى بنواس فوكو ، وذلك من دون ان نحتاج الى النظر الى خارج الأرض لكشف دورانها .

ونذكر بعدئذ تناظراً هاماً جداً ، يبدو لنا وكأنه غير صحيح وضوحاً . ونعني بذلك العكوسية في الزمن . فالقوانين الفيزيائية لا يمكن ، على ما يبدو ، أن تكون عكوسة في الزمن ، لأن كل الظواهر الواضحة هي ، كما نعلم ، غير عكوسة ، اذا كانت الابعاد المدروسة هي ابعاد الاجسام الكبيرة (اي التي ابعادها اكبر بكثير من ابعاد الذرة) . ولقد قيل : « يكتب الاصبع المتحرك ومتى كتب ما كتب ، مضى في سبيله » . ويدلنا كل ما نعلمه حتى الآن على أن اللاعكوسية هذه ناتجة من العدد الكبير جداً من الجسيمات ، الداخلة في الحادثة المدروسة ، واننا لو استطعنا ان ننظر في جزيئات افرادية لما استطعنا ان نكشف عما اذا كانت الآلية تعمل في اتجاه الامام ام في اتجاه الخلف . ولكي يكون كلامنا اعظم دقة نقول : لنبْنِ جهازاً صغيراً ، نعلم ما تصنع كل الذرات فيه ، فنراقبها وهي تهتز . ثم لنبْنِ جهازاً آخر شبيهاً به ، ولكن جهازاً يبدأ حركته من حيث انتهى الجهاز الاول ، وتكون فيه كل السرع معكوسة بالضبط ، بالنسبة الى ما كانت عليه في الجهاز الأول . فتكون الحركات ، المتولدة في هذا الجهاز الثاني ، كحركات الجهاز الأول تماماً ، ولكنها تكون معكوسة بالضبط .

واذا عبرنا عن ذلك بشكل آخر قلنا : لو صورنا فلماً سينمائياً ، غنياً بالتفاصيل ، فسجلنا فيه كل الاجزاء الداخلية لقطعة من المادة ، ثم أسقطنا هذا الفلم على شاشة ، ولكن في الاتجاه المعاكس لاتجاهه الطبيعي (اي من نهاية الفلم الى بدايته) ،

لما تمكن فيزيائي واحد من أن يقول : « ان هذا مناف لقوانين الفيزياء ، ففيه تجري أشياء خاطئة ! » . واذا كنا لا نرى كل التفاصيل ، فان الحالة تكون طبعاً واضحة وضوحاً كاملاً . فاذا نحن رأينا بيضة تصدم الرصيف ، فتنكسر قشرتها ، وتلطخ الارض ، أو رأينا أشياء مشابهة ، فاننا نقول : « هذا أمر غير عكوس ، لاننا لو اسقطنا الفلم في الاتجاه المعاكس ، لرأينا اجزاء البيضة تجتمع معاً ، ولرأينا قشرتها تعود سليمة من كل سوء ، وهذا طبعاً أمر غير معقول ! » . ولكننا اذا نظرنا الى الذرات الافرادية نفسها ، فان القوانين تبدو لنا عكوسة تماماً . وقد كان اكتشاف هذا الامر اصعب شأناً بكثير مما سبقه ، ولكن يبدو فعلاً ان القوانين الفيزيائية الاساسية ، عند السوية الجهرية (المكروسكوبية) الاساسية ، هي قوانين عكوسة بالنسبة الى الزمن عكساً كاملاً !

symmetry and Conservation laws

٥٢ ــ ٣ : التناظر وقوانين الانحفاظ

تثير تناظرات القوانين الفيزيائية اهتمامنا اثارة عظيمة ، في هذه المرحلة من دراستنا ، ولكن الدراسة تبين ان اهميتها تصبح اعظم ، وشأنها يكون اكبر ، عندما ننتقل الى دراسة الميكانيك الكوانتي . فثمة سبب لا نستطيع أن نشرحه ، في هذه السوية التي بلغناها من دراستنا ، يؤدي الى حقيقة ما زال اكثر الفيزيائيين يجدونها رائعة أخاذة ، وهي حقاً أمر لاحد لبهائه وعمقه . وهذه الحقيقة هي اننا نجد ، في الميكانيك الكوانتي ، لكل قاعدة من قواعد التناظر قانون انحفاظ يقابلها . فهناك ارتباط محدد بين قوانين الانحفاظ وبين تناظرات القوانين الفيزيائية . ولا نستطيع الآن إلا أن نكتفي بالتعبير عن ذلك ، ولا نسعى الى تفسيره البتة .

فاذا اضفنا مثلاً الحقيقة القائلة بأن القوانين متناظرة ، من اجل الانسحاب في المكان ، إلى مبادىء الميكانيك الكوانتي ، فان النتيجة تكون أن الاندفاع محفوظ .

وكون القوانين متناظرة ، من أجل الانسحاب في الزمان، يعني، في الميكانيك الكوانتي ، ان الطاقة محفوظة .

وعدم التغير تحت تأثير الدوران ، بزاوية ثابتة في المكان ، يقابل انحفاظ الاندفاع الزاوي . وهذه العلاقات اشياء بديعة وهامة حقاً ، وهي من ابدع اجزاء الفيزياء واكثرها عمقاً .

ونذكر بالمناسبة ان هناك عدداً من انواع التناظر تصح في الميكانيك الكوانتي، وليس لها مقابل كلاسيكي ، فلا توجد اذن طريقة لوصفها في الفيزياء الكلاسيكية . وأحد هذه التناظرات هو التناظر التالي: اذا كانت Ψ هي السعة لحادثة ما ، فاننا نعلم أن مربع القيمة المطلقة لـ Ψ هو احتمال وقوع هذه الحادثة . ولو قام شخص آخر باجراء حساباته ، دون ان يستخدم Ψ ، ولكن سعة اخرى Ψ' ، لا تختلف عن Ψ إلا بتغيير في الطور فقط ، (كأن تكون Δ ثابتة ما ، فنضرب السعة القديمة Ψ بـ $e^{i\Delta}$ للحصول على السعة الجديدة Ψ') ، فان مربع القيمة المطلقة لـ Ψ' ، وهو احتمال وقوع الحادثة ، يساوي مربع القيمة المطلقة لـ Ψ، أي أن لدينا:

$$\Psi' = \Psi\, e^{i\Delta} \qquad |\Psi'|^2 = |\Psi|^2 \qquad (52-1)$$

فالقوانين الفيزيائية لا تتغير إذن اذا ازيح طور التابع الموجي بثابتة اختيارية . وهذا هو تناظر آخر . فينبغي ان تكون طبيعة القوانين الفيزيائية بحيث أن انزياح الطور الميكانيكي الكوانتي لا يولد أي أثر. ولقد سبق ان ذكرنا انه يوجد في الميكانيك الكوانتي قانون انحفاظ لكل تناظر : ويبدو ان قانون الانحفاظ المرتبط بالطور الميكانيكي الكوانتي هو انحفاظ الشحنة الكهربائية . وهذا أمر جدير حقاً بالاهتمام !

٥٢ ـــ ٤ : الانعكاسات في المرايا . Mirror reflections,

والقضية التالية التي ستستأثر باهتمامنا ، خلال الجزء الاكبر مما بقي من هذا

الفصل ، هي قضية التناظر تحت تأثير الانعكاس في المكان . والمسألة هي كما يلي: هل القوانين الفيزيائية متناظرة عند تطبيق الانعكاس ؟ أو يمكن ان نعبر عنها بالشكل التالي : لنفرض اننا صنعنا جهازاً ما ، كساعة مثلاً ، وان هذه الساعة تحوي كثيراً من المسننات ، والعقارب ، والارقام ؛ فنجد ان هذه الساعة تدق، وانها تعمل ، وان نوابضها الداخلية مشدودة . ثم ننظر الى خيال هذه الساعة في مرآة . وليس ما يهمنا هو كيف يبدو هـذا الخيال . ولكن دعونا نصنع فعلاً ساعة اخرى تشبه خيال الساعة الأولى تماماً ، فحيثما يوجد في الساعة الأصلية بزال يميني ، نصنع في الساعة الثانية ، وفي المكان المقابل لمكان البزال اليميني ، بزالاً يسارياً . ومتى رأينا على وجه الساعة الأصلية الرقم « 2 » مرسوماً ، رسمنا ، في المكان المقابل على وجه الساعة الثانية ، الرقم « S » . وهكذا دواليك ، بحيث يكون لكل نابض حلزوني من الساعة الأولى ، نابض حلزوني يشبهه تماماً ، ولكن يكون ملفوفاً في الجهة المعاكسة ، نضعه في الساعة الثانية التي هي خيال الأولى . وعندما ننتهي من صناعة الساعة الثانية ، تكون لدينا ساعتان ؛ كل منهما ساعة فعلية ، وكل منهما تشبه الاخرى كما يشبه الخيال الجسم الذي ولّده. ولكننا نؤكد من جديد أنهما معاً ساعتان فعليتان ماديتان . والسؤال الذي نطرحه الآن هو التالي : اذا جعلت الساعتان تبدآن في شروط واحدة ، وكان نابضاهما مشدودين بتوترين متساويين ، فهل تدق الساعتان وتعملان ، من بعد ذلك ابداً ، وكأن إحداهما خيال الاخرى في مرآة ؟ (هذا هو سؤال فيزيائي، تستطيع ان تجيب عنه التجربة ، وليس سؤالاً فلسفياً يترك للمحاكمة العقلية) . إن حدسنا ، بشأن قوانين الفيزياء ، يقودنا الى الاعتقاد بأن الساعتين ستفعلان ذلك .

إننا نميل الى الاعتقاد بانه ، على الأقل في حالة هاتين الساعتين ، فان الانعكاس في المكان هو احد تناظرات القوانين الفيزيائية ، أي اننا اذا بدلنا كل « يمين » « بيسار » ، وكل « يسار » « بيمين » ، وتركنا ، ما عدا ذلك ، كل شيء على

حاله ، فاننا لن نستطيع ان نجد الفرق بين الوضعين قبل اجراء هـذا التبديل وبعده . فلنقبل إذن مؤقتاً بان فرضنا هـذا صحيح . فاذا كان صحيحاً ، فانه يكون من المستحيل ان يميز الانسان بين « اليمين » و « اليسار » بالاستناد الى اية ظاهرة فيزيائية . وهذا شبيه بما نعرفه من انه يستحيل قياس سرعة مطلقة ما بالاستناد الى الظواهر الفيزيائية . وهكذا فانه ينبغي أن يكون من المستحيل ، بالاستناد الى أية ظاهرة فيزيائية ان نعرّف ، بشكل مطلق ، ما نعنيه «باليمين» وما نعني بضده أي « باليسار » ، وذلك لأن القوانين الفيزيائية ينبغي أن تكون متناظرة .

ولاشك انه ليس هناك ما يُلزم العالَم بأن يكون متناظراً . فنحن نستطيع حتماً باستخدام ما نسميه « الجغرافيا » مثلاً ان نعرّف « اليمين » . فنحن اذا وقفنا في نيو اورليانز* مثلاً ، ونظرنا في اتجاه شيكاغو ، فان فلوريدا تقع الى يميننا (اذا كنا واقفين على اقدامنا ، لا على رأسنا !) . فنحن اذن نستطيع ان نعرف « اليمين » و « الشمال » بالاستناد الى الجغرافيا . فالواقع الفعلي ، في اية جملة ، غير ملزم طبعاً بان يملك هذا التناظر ، بين اليمين واليسار ، الذي نتحدث عنه . وإنما السؤال المطروح هو عما اذا كانت القوانين متناظرة ، أي بكلام آخر ، هو عما اذا كان مناقضاً للقوانين الفيزيائية وجود كرة شبيهة بالأرض ، « ترابها يساري » ، وبحيث اذا وقف على سطحها إنسان مثلنا ، ونظر الى مدينة مثل شيكاغو ، وهو موجود في مدينة كنيو اورليانز ، وجد ان كل شيء يكون عكس ما هو عليه تماماً في ارضنا الفعلية ، فوجد مثلاً ان فلوريدا تقع على يساره . ومن الواضح ان تبادل اليمين واليسار ، في كل شيء ، لا يبدو أمراً مستحيلاً ، ولا مناقضاً للقوانين الفيزيائية .

---

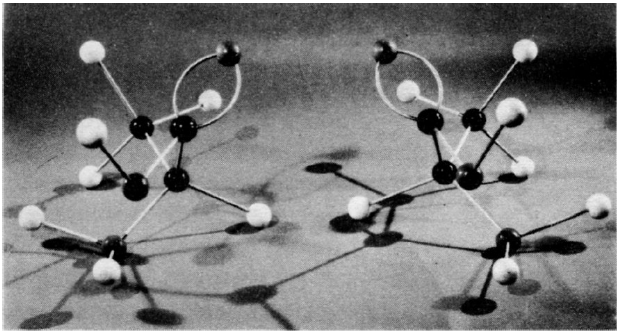
* نيو اورليانز مدينة تقع في جنوب الولايات المتحدة . وبالنسبة اليها ، تقع شيكاغو في الشمال ، وفلوريدا في الشرق . (المترجمون)

وثمة قضية اخرى هي ان تعريفنا « لليمين » ينبغي الا يتعلق بالتاريخ . فثمة طريقة سهلة لتمييز اليمين من اليسار ، هي الذهاب الى ورشة ما ، والتقاط بزال فيها بشكل كيفي . فنجد ان احتمال كون هـذا البزال يمينياً اكبر بكثير من احتمال كونه يسارياً. ولا شك في انه قد يكون يسارياً ، ولكن هذا الأمر قليل الاحتمال . وهذه نتيجة فرضها التاريخ او العرف الشائع ، او الصدفة في وقت ما ، وهي ليست حتماً قضية مرتبطة بالقوانين الأساسية . ولا شك في أننا ندرك جميعاً انه كان من الممكن تماماً أن يكون الناس قد ابتدأوا يصنعون بزالات يسارية حتى شاعت وانتشرت !

ولذلك ينبغي ان نسعى الى كشف ظاهرة ما يكون « اليمين » مرتبطاً بها ارتباطاً اساسياً . والامكان التالي ، الذي ندرسه ، هو الحقيقة القائلة أن الضوء المستقطب يدير مستوي استقطابه اذا مر عبر الماء المحلى بالسكر مثلاً . ولقد رأينا ، في الفصل الثالث والثلاثين ، ان مستويه يدور الى اليمين، مثلاً، في محلول سكري معطى . وهذا هو سبيل الى تعريف « اليمين » ، لاننا نستطيع أن نحل بعض السكر في الماء ، فنرى ان الاستقطاب يدور الى اليمين . ولكن السكر قد أتى من مخلوقات حية، واذا سعينا الى ان نصنع السكر صنعاً، فاننا نجد ان السكر الذي نصنعه لايدير مستوي الاستقطاب ! ولكن اذا اخذنا بعدئذ هذا السكر نفسه، الذي صنعناه صنعاً، والذي لايدير مستوي الاستقطاب ووضعنا فيه جراثيم (تأكل بعض هذا السكر) ، ثم رشحنا الجراثيم وفصلناها فاننا نجد انه ما زال لدينا مقدار متبق من السكر (يكاد يساوي نصف المقدار الأصلي الذي كان عندنا قبل وضع الجراثيم فيه) ، واذا نظرنا في هـذا السكر المتبقي، وجدنا انه يدير مستوي الاستقطاب، ولكنه يديره في الجهة المعاكسة! ويبدو هذا مبلبلاً للافكار ، ولكنه سهل التفسير .

ولنضرب مثلاً آخر : ان احدى المواد، التي تشترك في حيازتها كل الكائنات

الحية ، هي البروتين ، وهو اساسي للحياة . وتتكون البروتينات من سلاسل من الحموض الامينية . ويبين الشكل (٥٢ - ١) نموذجاً لحمض آميني مستخرج من بروتين . ويسمى هذا الحمض الأميني (آلالانين) ، وتركيبه الجزيئي مبيَّن في الشكل [٥٢-١(أ)] ، وذلك إذا كان هذا الحمض الأميني قد استخرج من بروتين موجود



الشكل (٥٢ - ١)
(أ) الآلانين L (على اليسار)
(ب) الآلانين D (على اليمين)

في كائن حي . ومن جهة اخرى ، اذا سعينا الى صنع الآلانين من ثاني اكسيد الفحم ، ومن الايتان ، والامونياك (ونحن نستطيع صنعه ، اذ ليست جزيئته بالجزيئة المعقدة) ، فاننا نكتشف اننا نصنع مقداراً ما من هـذه الجزيئية ، ومقداراً يساويها تماماً من جزيئة أخرى ، هي المبينة في الشكل [٥٢ - ١ (ب)] ! ونسمي الجزيئة الاولى منها ، وهي التي تأتي من الكائن الحي ، بالآلانين L . اما الجزيئة الثانية ، المصنوعة صنعاً كيميائياً ، فان لها انواع الذرات نفسها ، ولها الارتباطات نفسها بين الذرات ، ولكنها جزيئة « يمينية » ، اذا قورنت بالجزيئة « اليسارية » التي سميناها الآلانين L ، ولذلك نسميها الآلانين D . والشيء المهم هنا هو اننا عندما نصنع الآلانين في المخبر ، باستخدام غازات بسيطة ، فاننا نحصل على مزيج من هاتين الجزيئتين ، بحيث يكون نصيب كل منهما

من المزيج كنصيب الأخرى . ولكن الشيء الوحيد الذي تستخدمه الحياة هو الآلانايِن L . (ليس هذا صحيحاً صحـــة مطلقة ، فاننا نجد ، هنا وهناك ، في المخلوقات الحية ، استعمالات خاصة للآلانايِن D ؛ ولكن هذا أمر نادر جداً . فكل البروتينات تستخدم الآلانايِن L حصراً دون سواه .) فاذا صنعنا الآن النوعين معاً ، ثم غذينا بهذا المزيج حيواناً يجب أن « يأكل » الآلانايِن ، اي ان يستخدمه ، فانه لايستطيع ان يستخدم الآلانايِن D ، فهو لذلك يستخدم الآلانايِن L فقط . وهذا هو الذي حدث لسكَّرنا ، فبعد ان اكلت الجراثيم السكر الذي ينفعها ، بقي منه النوع الذي لا خير لها فيه ! (فالسكر اليساري حلو أيضاً ، ولكن طعمه ليس كطعم السكر اليميني) .

وهكذا يبدو وكأن حوادث الحياة تسمح بالتمييز بين «اليمين» و«اليسار» ؛ او كأن الكيمياء تسمح بهذا التمييز لأن الجزيئة اليمينية والجزيئة اليسارية مختلفتان كيميائياً . ولكن الواقع غير ما ذكرنا ، فهي لاتسمح بهذا التمييز . فما دمنا في نطاق اجراء القياسات الفيزيائية ، كقياسات الطاقة ، ومعدلات التفاعلات الكيميائية . وما شابهها . فان النوعين يسلكان سلوكين متشابهين تماماً ، اذا ما وضعنا محل كل شيء آخر ايضاً خياله في المرآة . فاحدى الجزيئتين تدير الضوء الى اليمين . بينما تديره الجزيئة الاخرى الى اليسار بالمقدار نفسه تماماً اذا مر الضوء في المقدار نفسه من السائل . وهكذا فان هذين الحمضين الآمينيين مرضيان الرضى نفسه من وجة نظر الفيزياء . وفي حدود معرفتنا للأمور اليوم ، تقضي أسس معادلة شرودنغر بان تسلك جزيئتين سلوكين متقابلين تماماً ، بحيث ان ما هو اليمين لاحداهما يكون اليسار للأخرى . وبالرغـــم من ذلك ، ففي الحياة نفسها نرى الامور جميعاً تسلك احد هذين الاتجاهين فقط دون الآخر !

ويعتقد ان السبب في ذلك هو السبب التـــالي : لنفرض مثلاً ان الحياة لسبب ما لانعرفه ، قد اصبحت ، في لحظة ما ، في حالة ما تكون فيها كل البروتينات ، في بعض المخلوقات ، ذات حموض امينية يسارية ، وتكون

فيها كل الانزيمات غير متناظرة، فتكون كل مادة في الكائن الحي غير متناظرة. فعندئذ عندما تسعى الانزيمات الهاضمة الى تغيير المواد الكيميائية في الغذاء من نوع الى آخر، فان احد النوعين، من المواد الكيميائية، «يلائم» الأنزيم، بينما لايفعل ذلك النوع الآخر (كما هو الامر في قصة سندرلا* والحذاء، إلا اننا هنا نختبره قدماًيسرى»). ففي حدودمعرفتنا اليوم، نستطيع، من حيث المبدأ، ان نبني ضفدعاً مثلاً، تكون كل جزيئة فيه معكوسة، فيكون كل شيء فيه كالخيال «اليساري»، في مرآة، للضفدع الحقيقي،فنحصل بذلك على ضفدع يساري. ويعيش الضفدع اليساري برهة من الزمن عيشة هنيئة، ولكنه لا يجد ما يأكله، لأنه اذا ابتلع ذبابة، فان انزيماته غير مهيئة لهضمها، فالذبابة تحوي حموضاً أمينية من النوع الذي لا يناسب الضفدع (إلا اذا أطعمنا الضفدع ذبابة يسارية). وفي حدود معرفتنا، فان الحوادث الكيميائية والحيوية تمضي قدماً بالشكل نفسه، لو عكس كل شيء وقلب الى خياله.

فاذا كانت الحياة بكاملها ظاهرة فيزيائية وكيميائية، فاننا نستطيع ان نفهم ان البروتينات، إنما صنعت جميعها من أحد النوعين، اي اليميني او اليساري، وذلك انطلاقاً من الفكرة التي تقول أنه، في بداية كل شيء، بدأت جزيئات قليلة حية، عن طريق المصادفة، ثم تغلب بعضها على بعض. ففي مكان ما،وفي زمان ما، كانت هناك ثمة جزيئة عضوية، وكانت هذه الجزيئة غير متناظرة، ومن هذه الجزيئة الخاصة عمّ «اليمين» في موضعنا هذا من الكون. أي انه حدثت مصادفة تاريخية خاصة، كانت غير متناظرة (أو وحيدة الجانب)، ومنذئذ تفشى فقدان التناظر هذا واستشرى. ومتى بلغ الحالة التي هو فيهاالآن،

---

* حكاية شائعة يسعى فيها امير الى ان يجد فتاة استهوته (هي سندرلا)، بان يحمل اعوانه ان يجعلوا كل فتيات المدينة يجربن الحذاء الصغير الذي اسقطته سندرلا وهي هاربة من حفلة اقامها الامير. (المترجمون)

فانه طبعاً يستمر ويدوم، فكل الانزيمات تهضم الاشياء الصحيحة(اي التي يكون فقدان تناظرها في الاتجاه الأصلي الذي عمّ)،وتصنع الاشياء الصحيحة. وعندما يجتمع ثاني اكسيد الفحم ، وبخار الماء ، وما اليهما ، في اوراق النبات ، فان الانزيمات التي تصنع انواع السكر ، تصنعها بشكل غير متناظر لأن الانزيمات نفسها غير متناظرة ، ولو نشأ نوع جديد من الفيروس ، او من اي شيء حي ،في زمن لاحق ، لما استطاع ان يعيش إلا « بأكل » نوع المادة الحية التي كانت موجودة قبله . فهو اذن لا يعيش إلا اذا كان نوعه من نوعها (أي كان فقدان تناظره كفقدان تناظرها) .

Polar and axial vectors

٥٢ ــ ٥ : المتجهات القطبية والمحورية

والآن لنمض قدماً في طريقنا . نلاحظ ان لدينا في الفيزياء مواضع عديدة اخرى ، تكون لدينا فيها قواعد « يمينية » واخرى « يسارية » . ولقد كنا تعلمنا في الواقع ، عندما درسنا تحليل المتجهات ، قواعد اليد اليمنى التي ينبغي ان نستخدمها اذا أردنا التزام الصواب في حسابنا للاندفاع الزاوي ، والعزم ، والحقل المغناطيسي ،وما شابهها. فالقوة الفاعلة في شحنة متحركة في حقل مغناطيسي تساوي $\mathbf{F} = q\,\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. وإذا كنا في حالة معطاة ،نعرف فيها $\mathbf{F}$ و $\mathbf{v}$ و $\mathbf{B}$ ، أفلا تكون هذه المعادلة كافية لتعريف ما نعنيه « باليمين » ؟ . غير اننا اذا عدنا ادراجنا ، ونظرنا إلى الموضع الذي اتت منه المتجهات ، فاننا نعلم ان « قاعدة اليد اليمنى » ما كانت إلا اصطلاحاً وعرفاً ،وحيلة احتلنا بها على أمرنا. فالمقادير الأصلية ، كالاندفاع الزاوي ، والسرع الزاوية ، والاشياء الأخرى المشابهة ، ليست ، في الواقع ، متجهات على الاطلاق ! بل ان كل واحد منها مقدار مرتبط بمستو ما ، وإنما تمكنا من ان نربطه باتجاه ما ، لان المصادفة السعيدة قضت بأن يكون عدد ابعاد المكان ، الذي ندرسه ، ثلاثة ، فامكن لنا ان نربط المقدار

المدروس ، لا بالمستوي الذي يرتبط به حقاً ، بل بالاتجاه العمودي عليه . ولما كان هناك اتجاهان ممكنان ، للعمود على المستوي ، فقد اخترنا ذلك الذي يكون « يمينياً » .

وهكذا فاذا كانت قوانين الفيزياء متناظرة ، فينبغي ان نجد انه لو تسلل شيطان رجيم الى كل مخابر الفيزياء،ووضع محل كل كلمة « يمين » كلمة «يسار»، ووضع محل كل كلمة « يسار » كلمة « يمين » ، وذلك في كل كتاب تعطى فيه « قواعد اليد اليمنى » ، وبحيث اننا نصبح جميعاً من دعاة استخدام « قواعد اليد اليسرى » ، فان كل ذلك ينبغي ألا يؤدي الى اي اختلاف في القوانين الفيزيائية .

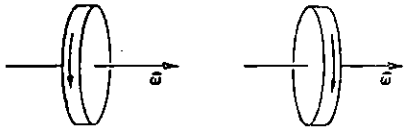
ولنضرب على ذلك مثلاً . ان لدينا نوعين من المتجهات . فهناك متجهات « شريفة » ، منها مثلاً متجهة الخطوة في المكان Δr . فاذا كانت في جهازنا قطعة هنا ، وقطعة اخرى هناك ، فان خيال الجهاز سيحوي خيال القطعة الاولى ، وخيال القطعة الاخرى ؛ واذا رسمنا متجهة من القطعة الاولى الى القطعة الاخرى ، فاننا نرى ايضاً متجهة خيالاً ، انظر الشكل (٥٢ — ٢) . ويغير السهم، الموسوم عند نهاية المتجهة، من رأسه، تماماً كما يغير المكان كله نفسه ليصبح داخله خارجه . ونسمي مثل هذا النوع من المتجهات متجهة قطبية.



الشكل (٥٢ — ٢)
خطوة في المكان ، وخيالها في مرآة

ولكن هناك نوعاً آخر من المتجهات،يتعلق بالدورانات ، ويكون ذا طبيعة مختلفة . فلنفرض مثلاً ان شيئاً ما يدور في المكان ذي الابعاد الثلاثة ، كما هو

مبين في الشكل (٥٢ - ٣) . فاذا نظرنا اليه عندئذ في مرآة ، فانه يبدو دائراً في الاتجاه المبين في الشكل ، بحيث أي يكون اتجاه دورانه هو خيال

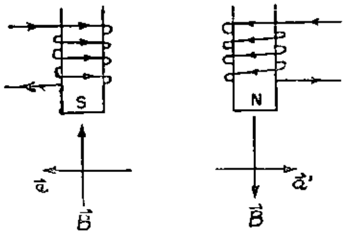


الشكل (٥٢ - ٣)
دولاب دائر ، وخياله في مرآة .
لاحظ أن « متجهة » السرعة الزاوية لا ينعكس اتجاهها

اتجاه الدوران الأصلي . ولقد اصطلحنا على ان نمثل دوران الخيال هذا بالقاعدة نفسها ، فهو اذن « متجهة » لا تغير اتجاهها ، اذا ما عكست في مرآة ، كما تفعل المتجهة القطبية ، بل انها تكون معكوسة بالنسبة الى المتجهات القطبية ، وبالنسبة الى هندسة المكان ، وتسمى مثل هذه المتجهة متجهة محورية .

فاذا كان قانون تناظر الانعكاس صحيحاً في الفيزياء ، فانه ينبغي أن يصح لدينا ان المعادلات ينبغي أن تكون مصممة بحيث اننا اذا غيرنا جهة كل متجهة محورية ، وكل جداء متجه للمتجهات ، وهذا هو ما يقابل الانعكاس ، فانه ينبغي ألا يحدث شيء . فعندما نكتب مثلاً صيغة تنص على أن الاندفاع الزاوي هو: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ ، فان هذه المعادلة مقبولة ، لأننا اذا انتقلنا الى جملة احداثيات يسارية ، فاننا نغير إشارة $\mathbf{L}$ ، ولكن إشارتا $\mathbf{p}$ و $\mathbf{r}$ لا تتغيران ، وتتغير اشارة الجداء المتجه لأننا ينبغي أن ننتقل من قاعدة اليد اليمنى الى قاعدة اليد اليسرى . ونضرب مثالاً آخر هو اننا نعلم ان القوة الفاعلة في شحنة ، متحركة في حقل مغناطيسي ، تكون مساوية $\mathbf{F} = q\,\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ، ولكننا اذا انتقلنا من جملة يمينية الى جملة يسارية ، فبما ان من المعروف لدينا ان $\mathbf{F}$ و $\mathbf{v}$ هما شعاعان قطبيان ، فان تغير الاشارة ، الذي يفرضه الجداء المتجه ، يجب أن يفنيه تغير في اشارة $\mathbf{B}$ ، مما يدلنا على أن $\mathbf{B}$ ينبغي أن تكون متجهة محورية . وبكلام آخر ، اذا قمنا

باجراء مثل هذا الانعكاس ، فان **B** ينبغي ان ينقلب الى **B** – . فنحن اذن اذا غيرنا جملة محاورنا من جملة يمينية الى جملة يسارية ، فانه ينبغي علينا ايضاً ان نغير اقطابنا المغناطيسية من الشمال الى الجنوب .



الشكل (٥٢ – ٤)

مغناطيس ، وخياله في مرآة

لننظر في مثال يبين ذلك . لنفرض ان عندنا مغناطيسين ، كما هو مبين في الشكل (٥٢ – ٤) . ولنفرض ان لفات احدهما تدور في اتجاه محدد ، وان التيار يسري فيها في جهة معطاة . ولنفرض ان المغناطيس الثاني يبدو كانعكاس المغناطيس الاول في مرآة : فلفاته تلتف في الاتجاه المعاكس ، وكل شيء يجري داخل الوشيعة يعكس بالضبط ، والتيار كما هو مبين . والآن نتذكر قوانين توليد الحقول المغناطيسية ، وهي قوانين لا نعرفها حتى الآن بشكل رسمي ، ولكننا قد درسناها ، بدون شك ، في المدارس الثانوية ؛ فتدلنا هذه القوانين على ان الحقل المغناطيسي هو على النحو المبيَّن في الشكل . ففي إحدى الحالتين يكون القطب قطباً مغناطيسياً جنوبياً ، أما في المغناطيس الثاني فان التيار يسري في الجهة المعاكسة ، فيكون الحقل المغناطيسي معكوساً ، أي ان القطب يكون قطباً مغناطيسياً شمالياً . وهكذا نرى انه عندما ننتقل من اليمين الى اليسار ، فانه ينبغي فعلاً ان نغير القطب الشمالي ونجعله قطباً جنوبياً !

ولا تهتم لتغيير القطب الشمالي الى قطب جنوبي ، فما هي إلا اصطلاحات تعارفوا عليها. بل دعنا نتحدث عن الظواهر . فلنفرض الآن ان لدينا الكترونا يتحرك في حقل ، بحيث يدخل الى مستوي الورقة عمودياً عليها . فاذا استخدمنا عبارة القوة ، أي $v \times B$ ، (وتذكرنا ان الشحنة سالبـــة) ، وجدنا ان الالكترون ينحرف في الاتجاه المبين ، وذلك وفقاً للقانون الفيزيائي . فالظاهرة هي اذن ان لدينا وشيعة يسري فيها تيار ، في جهة محددة ، وان لدينا الكترونا ينحرف في اتجاه محدد . هذه هي الظواهر الفيزيائية الفعلية ، أما ما نلصقه بها من تسميات ندل بها عليها ، فأمر لا شأن له .

ولنقم الآن بالتجربة نفسها ، على أن نستخدم فيهـا مرآة ايضاً . فلنرسل الكتروناً في اتجاه مقابل ، فتكون القوة الآن قد انعكست ، وذلك اذا حسبناها باستخدام القاعـدة نفسها ، وهذا امر مرضٍ لأننا نعلم ان الحركتين المتقابلتين تكون إحداهما خيال الاخرى !

٥٢ ـــ ٦ : أي اليدين هي اليد اليمنى ؟

إن حقيقة الأمر إذن هي انه عنـدما ندرس أية ظاهرة ، فان هناك دوماً قاعدتين لليد اليمنى ، بل إن هناك عـــدداً زوجياً من قواعد اليد اليمنى ، وتكون النتيجة الحاصلة هي ان الظاهرة تبدو دائماً متناظرة . ونوجز ماسبق فنقول اننا لا نستطيـع أن نميز اليمين من اليسار اذا كنا أيضاً غير قادرين على تمييز الشمال من الجنوب . إلا انه قد يبدو لنـا ان بامكاننـا أن نتعرف على القطب الشمالي لمغناطيس . فالقطب الشمالي للبوصـــلة مثلاً هو الذي يشير الى الشمال . ولكن هذه هي طبعاً من جديد خاصة محلية مرتبطة بجغرافية الأرض، فهي ليست إلا كسؤالنا عن اي اتجاه تقع فيه شيكاغو ، وهذا أمر لا قيمة له . واذا كنا قد رأينا بوصلة ، فاننا قد نكون لاحظنا ان القطب ، الذي يشير

الى الشمال ، ذو لون أزرق . ولكن هذا ليس إلا صنيع الرجل الذي طلى البوصلة بطلائها . فكل هذه الأمور ليست إلا معايير اصطلاحية محلية .

ولكن لو أن لمغناطيس خاصة تجعلنا، اذا امعنا النظر فيه امعاناً كافياً، نرى شعيرات صغيرة نابتة على قطبه الشمالي ، وبحيث يكون قطبه الجنوبي خالياً منها، أي لو كانت هذه قاعدة عامة ، او لو كانت هناك اية طريقة وحيدة تمكننا من التمييز بين القطب الشمالي والقطب الجنوبي لمغناطيس ، لكنا عندئـــذ قادرين على أن نحدد أيّ الحالتين هي الحالة التي لدينا ، ولو تحقق ذلك لكانت هذه هي نهاية قانون تناظر الانعكاس .

ولكي نشرح المسألة كلها شرحاً أفضل ، لنتخيل اننا كنا نتحدث بالهاتف الى أحد سكان المريخ، او الى شخص آخر بعيد عنا بعداً كبيراً جداً. ولنفرض انه لا يجوز لنا ان نرسل اليه اية عينات فعلية لكي يفحصها ؛ اذ لو جاز لنا ان نرسل اليه ضوءاً ، لأرسلنا اليه ضوءاً مستقطباً استقطاباً دائرياً يمينياً ، ولقلنا له: « هذا ضوء مستقطب استقطاباً يمينياً ، فتأمل فيـــه كيف يكون » . ولكن لنفرض اننا لانستطيع ان نعطيه اي شيء ، بل كل مانستطيعه هو ان نحدثه . ولنفرض انه بعيد عنا جداً ، او انه في مكان عجيب غريب ، فهو لايستطيع ان يرى شيئاً مما نراه. فنحن لانستطيع مثلاً ان نقول: «انظر الى الدب الاكبر وتأمل في ترتيب نجومه . ان ما نقصده بكلمة « اليمين » هو ... » فكل مـا يسمح لنا به هو ان نهتف اليه .

ونريد الآن ان نذكر له كل شيء عن أنفسنا . ونبدأ طبعاً بأن نُعَرِّف الأعداد ، فنقول : « تِكْ ، تِكْ : اثنان ؛ تِكْ ، تِكْ ، تِكْ : ثلاثة ...» وبهذا الشكل يبدأ صاحبنا تدريجياً بفهم بضع كلمات ، ثم بضع كلمات أخرى . وبعد فترة نألفه الفة وثيقـــة ، فيقول لنا : « وماذا تشبهون ياخواني ؟ » . فنبدأ نصف انفسنا ليتصورنا في مخيلته ، فنقول مثلاً : « ان طولنا يساوي ستة

أقدام » . فيجيب : « مهلاً ، مهلاً ، مامعنى جملتكم هذه : ستة أقدام ؟ » فهل نستطيع ان ننبئه بما هي « ستة اقدام » ؟ نعم ، نحن نستطيع ذلك حتماً ! اذ يكفي ان نقول : « انت تعرف قطر ذرة الهيدروجين . ان طولنا اكبر من القطر بسبعة عشر مليار مرة » . ان هذا ممكن لأن القوانين الفيزيائية ليست غير متغيرة عند تطبيق تغير في السلم ، ولذلك نستطيع أن نعرف طولاً مطلقاً. وهكذا نعرف ابعاد جسدنا ، وننبئه بشكله العام ، فنقول له أن له اغصاناً ينتهي كل منها بخمسة نتوءات ، وما شابه ذلك ، ويستطيع هو ان يتفهمنا ، ثم نصل اخيراً الى ان نصف له شكلنا الخارجي ، ولعلنا لانلاقي في ذلك اية صعوبات خاصة . بل ان صاحبنا يرسم لنا صورة يكملها شيئاً فشيئاً بالاستعانة بوصفنا . ويقول لنا عندئذ : « انكم لقوم ملاح ، وكيف هي احشاؤكم ؟ » فنبدأ نصف له جوارحنا المختلفة الموجودة في داخل اجسادنا ، ثم نصل الى القلب ، فنصف له شكله بعناية ، ونقول : « والآن ضع القلب ، في صورتك التي ترسمها ، على جانبها اليساري » فيقول : « وماذا تعنون بكلمة اليسار هذه ؟ » فمسألتنا الآن هي ان نصف له على أي جانب يقع القلب من دون ان يكون قد رأى أبداً أي شيء مما نراه نحن ، ومن دون ان نستطيع ابداً ان نرسل اليه أي شيء اليه ينبئه بما نقصده بكلمة « يمين » ، أيّ أيّ شيء يكون نموذجاً للاشياء اليمينية . فهل نحن على ذلك قادرون ؟

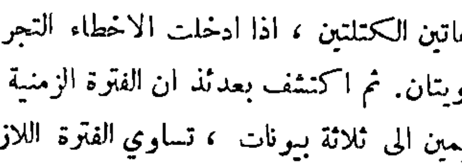
Parity is not conserved

٥٢ ــ ٧ : الزوجية غير محفوظة

لقد بينت الدراسة ان قوانين الثقالة ، وقوانين الكهرباء والمغناطيسية ، والقوى النووية ، كلها تحقق مبدأ تناظر الانعكاس ، بحيث ان هذه القوانين ، أو اية قوانين اخرى مشتقة منها ، لايمكن استخدامها في كشف اليمين من اليسار . ولكن هناك ظاهرة اخرى ، مرتبطة بعدد كبير من الجسيمات التي

تلقاها في الطبيعة ، وهي الظاهرة المسماة تفكك بيتا ، او التفكك الضعيف . ولقد اثار حيرة الباحثين مثال من امثلة التفكك الضعيف ، هو المثال المرتبـــط بجسيم اكتشف في عام ١٩٥٤ تقريباً . فقد اكتشف جسيم مشحون يتفكك الى ثلاثة ميزونات π ، كما هو مبين تخطيطياً في الشكل (٥٢–٥). وقد دعي هذا الجسيم، خلال فترة من الزمن ، الميزون τ . ونحن نرى كذلك ، في الشكل (٥٢ ٥) ، جسيماً آخر يتفكك الى ميزونين اثنين ، احدهما حيادي كهربائياً كما ينبغي ان يكون حتى تبقى الشحنة محفوظة . ويسمى هذا الجسيم الميزون θ . فمن جهة اولى، لدينا اذن جسيم يسمى τ ، ويتفكك الى ثلاثة ميزونات π ، وآخر θ يتفكك الى ميزونين π . وما لبث الباحثون ان اكتشفوا ان لـ τ و θ كتلة واحدة تقريباً ، بل ان هاتين الكتلتين ، اذا ادخلت الاخطاء التجريبية في الحساب ، هما كتلتان متساويتان. ثم اكتشف بعدئذ ان الفترة الزمنية ، اللازمة ليتفكك اول هذين الجسيمين الى ثلاثة بيونات ، تساوي الفترة اللازمة لتفكك ثانيهما الى بيونين اثنين. وتبين ان هذا التساوي بين الفترتين يكاد يكون كاملاً. فالجسيمان يبقيان على قيد الحياة لفترتين زمنيتين متساويتين . وتبين ايضاً انه عندما يُصنع هذان الجسيمان فانهما يُصنعان دوماً بنسبة ثابتة تقضي بان يكون 14 بالمائة من الجسيمات المصنوعة من نوع τ ، و 86 بالمائة منها من نوع θ .

ويدرك اي انسان عاقل فوراً انه ينبغي ان يكون هذان الجسيمان في الواقع جسيماً واحداً ، واننا لا نولّـد جسيمين مختلفين ، بل جسيماً واحداً له



الشكل (٥٢ – ٥)

رسم تخطيطي لتفكك جسيم τ^+ وتفكك جسيم θ^+

سبيلين مختلفين الى التفكك . ولهذا الجسيم ، الذي يستطيع ان يتفكك بسبيلين مختلفين ، حياة واحدة اذن ، ونسبة توليد واحدة (لأن هذه النسبة ليست في الواقع إلا نسبة احتمالي تفككه بالسبيلين المختلفين المذكورين) .

إلا انه امكن ، استناداً الى مبدأ تناظر الانعكاس في الميكانيك الكوانتي ، أن يُبرهن على انه من المستحيل ان يأتي هذان السبيلان في التفكك معاً من جسيم واحد ، أي ان جسيماً معطى لا يمكن له ان يتفكك تارة بالسبيل الأول وتارة بالسبيل الثاني . (ولا نستطيع ابداً ان نذكر هنا كيف تم هذا البرهان) . وقانون الانحفاظ الذي يقابل مبدأ تناظر الانعكاس هو شيء لا مقابل كلاسيكي له ، ولذلك دعي هذا النوع من الانحفاظ الميكانيكي الكوانتي بانحفاظ الزوجية. وهكذا فان قانون انحفاظ الزوجية ، او على الأصح التناظر ، في المعادلات الميكانيكية الكوانتية للتفككات الضعيفة ، عند تطبيق الانعكاس ، يؤدي إلى ان الجسيم نفسه لا يستطيع ان يتفكك في هذين السبيلين معاً ، أي ان تساوي كتلتي τ و θ ، وتساوي حياتيهما ، وانطباق صفاتهما الأخرى ، ينبغي أن تكون امراً ناتجاً من المصادفة . إلا ان الباحثين وجدوا ان دراستهم المتزايدة لهذا الأمر كانت تؤدي ، اكثر واكثر ، إلى جعل هذا التطابق اعظم صحة ، فبدؤوا يشكون في ان هذا الانطباق مصادفة فحسب ، وبدؤوا يعتقدون ، شيئاً فشيئاً ، ان القانون العميق المتعلق بتناظر الانعكاس في الطبيعة قد يكون غير صحيح .

ونتج من هذا الفشل الظاهر ان اقترح الفيزيائيان لي (Lee) و (يانغ) أن تجرى تجارب أخرى ، في تفككات مشابهة ، ليكشف بها عما اذا كان القانون صحيحاً في احوال اخرى. وقد اجرت اولى هذه التجارب الفيزيائية وو (Wu) ، في جامعة كولومبيا ، وانجزتها بالشكل التالي . استخدم في التجربة مغناطيس شديد جديداً ، ذو درجة حرارة منخفضة جداً ، فتبين ان احد نظائر الكوبالت ،

الذي يتفكك مصدراً الكترونا ، هو ممغنط ، وأنه ، اذا كانت درجة الحرارة منخفضة انخفاضاً كافياً لجعل الاهتزازات الحرارية لا تقلقل الذرات قلقلة مفرطة، فان هذه الذرات تصطف بعضاً مع بعض في الحقل المغناطيسي . وهكذا فان ذرات الكوبالت تصطف جميعاً في هذا الحقل الشديد . ثم تتفكك هذه الذرات، وتصدر الذرة المتفككة الكترونا ، وقد اكتشف انه عندما تكون الذرات مصفوفة في حقل ، متجهته B موجهة نحو الأعلى، فان اكثر الالكترونات تصدر متجهة نحو الأسفل .

واذا لم يكن الانسان ولوعاً بالاطلاع على امور الدنيا ، فان هذه النتيجة لا تبدو له ذات شأن يذكر ؛ ولكنه اذا كان يقدر الامور حق قدرها، ويدرك منزلة المسائل والاشياء الطريفة في العالم، فانه يحس بأن هذا الاكتشاف اكتشاف رائع حقاً . ذلك اننا عندما وضعنا ذرات الكوبالت في حقل مغناطيسي شديد جداً ، وتفككت الذرات مصدرة الكترونات ، كان عدد ما ذهب منها نحو الاسفل اكثر من عدد ما ذهب نحو الأعلى . فلو اننا وضعنا الآن الكوبالت في تجربة مقابلة ، هي خيال الأولى في مرآة ، بحيث اصطفت ذرات الكوبالت الآن في الاتجاه المعاكس ، فانها تصدر الآن الكتروناتها نحو الأعلى ، وليس نحو الاسفل : فالعملية اذن غير متناظرة . وكأن المغناطيس قد نبتت فيه الشعيرات المنشودة ! فالقطب المغناطيسي في مغناطيس هو اذن بحيث ان الالكترونات في تفكك بيتا تسعى مبتعدة منه ؛ وهذا يميز القطب الشمالي من القطب الجنوبي تمييزاً فيزيائياً .

وبعد هذه التجربة ، اجريت تجارب عديدة اخرى ، منها تفكك π الى μ و ν ، وتفكك μ الى الكترون ونوترينوين؛ ودرس بعدها تفكك جسيم Λ الى بروتون و π ، وتفكك جسيمات Σ ، وتفككات عديدة اخرى. وفي الحقيقة فقد تبين انه ، في كل الحالات التي نتوقع فيها صحة تناظر الانعكاس ، فانه دائماً

تقريباً غير محقق ! أي ان قانون تناظر الانعكاس هو ، في اساسه ، وعند هذه السوية من الفيزياء ، قانون باطل .

ونوجز ما سبق فنقول اننا نستطيع ان ننبىء ساكن المريخ اين يضع القلب في صورته ، فنقول له : « انصت الينا جيداً . اصنع لنفسك مغناطيساً ، وضع فيه وشائعه ، وأرسل التيار فيها ، ثم خذ قدراً يسيراً من الكوبالت ، واخفض درجة حرارته . ورتب التجربة بحيث تتحرك الالكترونات من القدمين الى الرأس ، فتكون الجهة التي يسري فيها التيار عندئذ في الوشائع هي الجهة التي تدخل فيما نسميه اليمين ، وتبرز بما نسميه اليسار . » وهكذا فانه يمكن الآن اذن تعريف اليمين واليسار باجراء تجربة من هذا النوع .

هناك مظاهر اخرى عديدة تم التنبؤ بها . ومن ذلك انه يتبين مثلاً ان سبين نواة الكوبالت ، اي اندفاعها الزاوي ، يساوي خمس وحدات من h قبل التفكك وأنه يساوي اربع وحدات بعده . والالكترون يحمل اندفاعاً زاوياً سبينياً ، وكذلك يتولد من التفكك نوترينو . ومن السهل ان نرى من ذلك ان على الالكترون ان يحمل اندفاعه الزاوي السبيني موجهاً على منحى حركته ، وان النوترينو ينبغي ان يفعل ذلك ايضاً . فيبدو اذن انه ينبغي أن يكون الالكترون يلف (بسبين) الى اليسار ؛ وقد تم التحقق من ذلك أيضاً . بل ان هذا التحقق قد تم هنا في كالتك ، وقد اجراه (بوم) و (وابستوا) ، اللذان برهنا على ان احتمال لف الالكترون (اوسبينه) الى اليسار اكثر من احتمال اليمين . (هناك بضع تجارب اخرى أعطت نتائج مخالفة ، ولكنها كانت مخطئة !) .

والمسألة التالية هي طبعاً ايجاد قانون فشل المحفاظ الزوجية . فما هي القاعدة التي تنبئنا بمقدار شدة هذا الفشل ؟ انها القاعدة التالية : لا يحدث هذا الفشل إلا في التفاعلات البطيئة جداً ، المسماة بالتفككات الضعيفة ؛ وعندما يحدث ، فان القاعدة هي ان الجسيمات التي تحمل سبينا ، كالالكترون والنوترينو وما شابهها ،

تبرز من التفكك وفي سبيناتها ميل الى اليسار . وهذه ، كما ترون ، قاعدة غير متناظرة ، فهي تربط بين سرعة ، هي متجهة قطبية ، وبين اندفاع زاوي ، هو متجهة سرعة محورية ، وتنص على ان احتمال كون الاندفاع الزاوي معاكساً ، في جهته ، للسرعة ، إكبر من احتمال كونه متفقاً معها .

فهذه إذن هي القاعدة ، ولكننا اليوم حقا لا نفهم أسبابها ولا غاياتها . فلماذا تكون هذه هي القاعدة الصحيحة ? وما هو سببها الأساسي ? وكيف ترتبط بكل شيء آخر ? اننا في الوقت الحاضر ، ما نزال نحس بآثار الصدمة العظيمة التي انزلتها بنا الحقيقة القائلة ان هذا الأمر غير متناظر ، ولم نسترجع بعد رشدنا استرجاعاً كافياً لنفهم ما تعنيه هذه الحقيقة بالنسبة الى كل القواعد الاخرى . ولكن الموضوع شيق ، وحديث ، وهو ما يزال مسألة غير محلولة ، ولذلك فانه يبدو مناسباً ان نناقش بعض المسائل المتعلقة به .

٥٢ ــ ٨ : المادة المضادة Antimatter

إن أول ما ينبغي أن نعمله ، عندما نفقد تناظراً من التناظرات ، هو أن نعود فوراً الى قائمة التناظرات المعروفة ، او المفروضة ، لنتساءل عما اذا كانت تناظرات اخرى قد فقدت ايضاً . ونحن لم نذكر إحدى العمليات الموجودة في قائمتنا ، وهي عملية ينبغي أن نخضعها حتماً للتساؤل ، وهذه العملية هي العلاقة بين المادة والمادة المضادة . فقد تنبأ ديراك انه ينبغي أن يوجد ، بالاضافة الى الالكترونات ، جسيم آخر يسمى البوزيترون (وقد اكتشفه اندرسن في معهد كالتك) ، وان بين هذا الجسيم وبين الالكترون صلة حتمية . وتخضع كل صفات هذين الجسيمين لقواعد محددة من التقابل بينهما : فطاقتاهما متساويتان ، وكتلتاهما متساويتان ، أما شحنتاهما فمتعاكستان ، ولكن الأهم من كل شيء هو انه اذا اجتمع اثنان منهما ، فان كلاً منهما يفني صاحبه ، فتتحرر كتلتاهما

كاملة في شكل طاقة تكون مثلاً أشعة غاما . ويسمى البوزيترون الجسيم المضاد للالكترون ، وهذه هي مميزات الجسيم وجسيمه المضاد . ولقد كان واضحاً من محاكمة ديراك ان كل الجسيمات الاخرى في العالم ينبغي أن تكون لهـا أيضاً جسيماتها المضادة المقابلة . فينبغي ان يكون للبروتون مثلاً بروتون مضاد ، يرمز اليه الآن بـ $\bar{p}$. وينبغي أن تكون لـ $\bar{p}$ شحنة كهربائية سالبة ، وان تكون كتلته ككتلة البروتون ، وهكذا . إلا ان الظاهرة الأعظم شأناً هي أنه اذا اجتمع بروتون وبروتون مضاد ، فانه يمكن لكل منهما أن يفني الآخر . وسبب تركيزنا على ذلك هو أن الناس لا يفهمون ما نقصد عندما نقول أن هناك نيوتروناً ونيوتروناً مضاداً ايضاً ، ذلك انهم يقولون « ان النيوترون حيادي ، فكيف يمكن ان تكون للنيوترون المضاد شحنة معاكسة لشحنته؟ » ان قاعدة المضاد لا تقضي فقط بان تكون للجسيم المضاد شحنة معاكسة لشحنة الجسيم ، بل ان تكون له جمـلة محددة من الخواص ، يكون مجموعها الكلي معاكساً لخواص الجسيم . فالنيوترون المضاد يتميز من النيوترون بالشكل التالي : اذا جمعنا نيوترونين ، فانهما يبقيان نيوترونين ، ولكن اذا جمعنا نيوتروناً ونيوتروناً مضاداً ، فان الواحـد منهما يفني الآخر مع تحرر انفجار عظيم من الطاقة ، فيه جسيمات مختلفة منها ميزونات π ، ومنها اشعة غاما ، ومنها اشياء اخرى .

فاذا كانت لدينا الآن نيوترونات مضادة ، وبروتونات مضادة ، والكترونات مضادة ، فاننا نستطيع ان نصنع ، من حيث المبدأ ، ذرات مضادة . ولم تصنع هذه الذرات بعد ، ولكن صنعها ممكن من حيث المبدأ . فذرة الهدروجين مثلا تحوي بروتونا في مركزها ، والكترونا يدور في الخارج . ولنتخيل الآن اننا استطعنا في مكان ما ، ان نصنع بروتونا مضاداً يدور حوله بوزيترون ، فهل يدور البوزيترون حوله ؟ ان البروتون المضاد ذو شحنة كهربائية سالبة ، والالكترون المضاد ذو شحنة كهربائية موجبة ، ولذلك يجذب منهما الآخر بشكل يشابه جذب البروتون

للالكترون في ذرة الهدروجين ، فالكتل واحدة في الحالين ، وكل شيء هو هو . وينص أحـد مبادىء التناظر في الفيزياء ، كما تدل على ذلك المعادلات ، على أنه لو صنعت ساعة مثلاً من المادة ، ثم صنعت ساعة مثلها تماماً من المادة المضادة ، فان الساعة الثانية تفعل فعل الساعة الاولى (واما اذا جمعنا الساعتين معاً ، فان كلاً منهما طبعاً تفني الاخرى ، ولكن هذا أمر آخر) .

وينشأ معنا عندئذ سؤال فوري . فنحن نستطيع ان نصنع ، من المادة ، ساعتين ، إحداهما « يسارية » ، والاخرى « يمينية » . فنستطيع مثلاً ان نصنع ساعة لم تركب بشكل بسيط ، بل جعل فيهـا كوبالت ، ومغانط ، وكاشفات للالكترونات تكشف وجود الكترونات تفكك بيتا وتعدهـا ، فكلما عدت الكترونا منها ، تقدم عقرب الثواني في الساعة خطوة . وعندئذ تتلقى السـاعة الثانيـــة ، التي هي خيال الأولى ، عدداً أقل من الالكترونات ، فلا « تمشي » الساعة بالمعدل نفسه . فنحن إذن وضوحاً قادرون على أن نصنع ساعتين لا تتفق الساعة اليسارية منهما مع الساعة اليمينية . فلنصنع ، من المادة ، سـاعة نسميها الساعة العيارية أو اليمينية . ثم لنصنع ، من المادة ايضاً ، ساعة نسميها السـاعة اليسارية . ولقد اكتشفنا الآن ان هاتين الساعتين تكونان عادة ذات معدلين مختلفين ، أي أن إحداهما تسبق الاخرى. وقبل هذا الاكتشاف الفيزيائي الشهير كان الاعتقاد السائد هو انهما ذات معدل واحد. ولقد فرضنا أيضاً أن المادة والمادة المضادة متكافئتان ، أي اننا لو صنعنا ساعة من المادة المضادة ، وكانت ساعـة يمينية ، ولها تماماً شكل الساعتين الاولين اللتين صنعناهما ، فان هذه الساعة «تمشي» بمعدل يساوي تماماً معدل الساعة اليمينية . ولو كانت ساعة المادة المضادة هذه ساعة يسارية «لمشت» بالمعدل نفسه ايضاً . أي أنه كان يعتقد في الماضي ان هذه الساعات الأربع جميعاً متكافئة . ونحن نعـــلم الآن ان المادة اليمينية والمادة اليسارية غير متماثلتين تماثلاً كاملاً . ويبدو لذلك منطقياً ان نتوقع الا تكون المادة المضادة اليمينية والمادة المضادة اليسارية متماثلتين أيضاً .

فالسؤال الطبيعي هو أي ساعة ، من ساعتي المادة المضادة تماثل ساعة المادة اليمينية ، اذا كانت هناك ثمـــة ساعة تماثلها ، وايها تماثل ساعة المادة اليسارية ؟ وبكلام آخر هل تسلك المادة اليمينية سلوك المادة المضادة اليمينية ؟ أم أن المادة اليمينية تسلك سلوك المادة المضادة اليسارية؟ ان تجارب تفكك بيتا، التي تستخدم تفكك البوزيترون « بدلاً من تفكك الالكترون» تدل ان هذا التقابل الثاني هو التقابل الصحيح: أي أن المادة «اليمينية» تسلك سلوك المادة المضادة« اليسارية» .

وهكذا اخيراً وجدنا ان تناظر اليمين واليسار محقق فعلاً ! فلو صنعنا ساعة يسارية ، ولكن صنعناها من النوع الآخر من المادة ، أي من المادة المضادة بدلاً من المادة ، فانها تسلك سلوك الساعة اليمينية . فالذي حدث هو انه بدلاً من أن تكون لدينا قاعدتان مستقلتان في قائمة تناظراتنا ،فان هاتين القاعدتين قد اندمجتا لتؤلفا قاعدة جديدة تنص على ان المادة اليمينية متناظرة مع المضادة اليسارية.

فاذا كان صاحبنا ، ساكن المريخ ، مصنوعاً من المادة المضادة ، ثم اعطيناه التعليمات لترشده كيف يصنع نموذجاً «يمينياً» شبيهاً بجسمنا ، فانه طبعاً سينتهي به الامر الى أن يصنع النموذج المعاكس . فما الذي يحدث اذا كنا قد توصلنا، بعد تجاذب أطراف الحديث زمناً طويلاً ،الى ان يعلم كل منا صاحبه كيف يصنع سفينة فضائية ، ثم امتطينا سفينتينا والتقينا في منتصف الطريق الذي بيننـــا في الفضاء الخالي . ويكون كل منا قـد علّـم الآخر عاداته وتقاليده ، وما اليها ، وهكذا يندفع كل منا خارجاً من سفينته ليصافح زميله . فاذا مد اخوكم اليكم يده اليسرى ، فحذار ثم حذار !

٥٢ ـــ ٩ : التناظرات المكسورة Broken symmetries

والسؤال التالي هو : مالذي نستطيع ان نصنعه بالقوانين التي تكاد تكون متناظرة. ان الشيء الرائع ، بشأن كل هذا الذي ندرسه . هو ان مجالاً واسعاً من الظواهر الهامة القوية، كالقوى النووية، والظواهر الكهربائية، بل ومن الظواهر الضعيفة ايضاً، كالثقالة ، مجال تكون فيه القوانين متناظرة؛ ويغطي هذا المجال

رقعة شاسعة من الفيزياء. ولكن من جهة أخرى، نجد هذا الجزء الاضافي الصغير يقول : « كلا ، ليست القوانين متناظرة ! » فكيف يمكن للطبيعة ان تكاد ان تكون متناظرة، مندون ان تكون متناظرة تماماً؟ وماذا نستنتج من ذلك؟ هل لدينا ، اولاً ، أية أمثلة أخرى؟ والجواب عن ذلك هوان لدينا ، في الواقع ، بضعة امثلة أخرى . وأحد هذه الامثلة هو أن الجزء النووي من القوة التي تفعل بين بروتون وبروتون آخر ، أو بين نيوترون ونيوترون آخر ، أو بين بروتون ونيوترون ، هو نفسه في هذه الحالات الثلاث جميعاً . فهناك اذن تناظر للقوى النووية، هو تناظر جديد، يقضي باننا نستطيع أن نبادل بين بروتون وبروتون. إلا ان هذا التناظر ليس طبعاً تناظراً عاماً ، لأن التنافر الكهربائي ، يتولد بين بروتونين تفصل بينهما مسافة، لايوجد مثله في حالة نيوترونين . ولذلك فانه ليس صحيحاً اننا نستطيع دائماً ان نُحل محل بروتون نيوتروناً ، فما هذا الا تقريب ، وان كان تقريباً جيداً . ولماذا يكون هذا التقريب جيداً ؟ انه كذلك لان القوى النووية اكبر بكثير من القوى الكهربائية . فهذا الامر الجديد الذي اكتشفناه «يكاد» اذن يكون تناظر أيضاً. فلدينا اذن امثلة قائمة فيمواضع شتى.

وتميل افكارنا الى الاعتقاد بان التناظر نوع منانواع الكمال. وهذه الفكرة شبيهة ، في الواقع ، بفكرة الاغريق القديمة التي كانت تخال ان الدوائر أجسام كاملة ، وتذهب الى ان نفس الانسان تنفر من الاعتقاد بان افلاك الكواكب ليست دوائر كاملة بل هي قريبة من الدوائر قرباً كبيراً . وليس الفرق بين الدوائر وبين المنحني القريب من الدائرة قرباً كبيراً ، بالفرق الصغير ؛ بل هو اختلاف اساسي فينظر العقل. فان في الدائرة علامة من علامات الكمالوالتناظر تختفي حالما تتشوه الدائرة ، ولو قليلاً جداً ، فانها تفقد عند ذلك كل تناظرها ، ولا يبقى لهـــا منه شيء . فالسؤال إذن هو لماذا يكون المسار شيئاً قريباً من الدائرة كلالقرب ، ولكنه غير دائرة؟ وهذا هو سؤال أصعب بكثير. فالحركة الفعلية للكواكب السيارة ينبغي ان تتم ، فيالحالة العامة ، في مسارات ناقصية،

إلا أن قوى المد والجزر ، وما يشابهها ، قد جعلتها ، عبر العصور الطويلة ، مسارات تكاد تكون متناظرة . والسؤال المطروح الآن هو عما اذا كانت لدينا هنا مسألة مشابهة . فالمسألة ، من وجهة نظر الدوائر ، هي أنه لو كانت دوائر كاملة لما كان هناك شيء ينبغي تفسيره ، فان هذا يكون بسيطاً بساطة واضحة. ولكن لأنها ليست إلا منحنيات تكاد تكون دوائر ، ولكنها ليست بالدوائر ، فان لدينا الكثير مما ينبغي ان نفسره، وقد تكشفت النتيجة عن مسألة تحريكية كبرى ، فأصبحت مسألتنا الآن أن نفسر لماذا هي متناظرة تقريباً ، وذلك بالتأمل في قوى المد والجزر وسواها .

وهكذا فإن مسألتنا هي أن نفسر منبع التناظر . فلِمَ تكاد تكون الطبيعة متناظرة؟ ليس من إنسان يدرك من هذا الموضوع شيئاً. والأمر الوحيد الذي يمكن أن نقترحه هو التالي : توجد في اليابان بوابة في نيكو ، يسميها اليابانيون أحياناً أروع بوابة في اليابان ، وقد بنيت في زمن كان فيه تأثير عظيم للفن الصيني . وهذه البوابة متقنة الصنع جداً ، وفيها سقوف مثلثة ، ونقوش بديعة ، وأعمدة عديدة ، ورؤوس تنانين وصور امراء نحتت على دعائمها ، وغير ذلك كثير . ولكن اذا أمعن الانسان النظر في هذا التصميم المتقن المعقد ، رأى على إحدى الدعائم ، ان أحد العناصر الصغيرة في النقش قد جعل عاليه سافله . وباستثناء ذلك فان كل شيء متناظر . واذا سأل الانسان عن سبب ذلك ، روى له العارفون أن ما نقش مقلوباً إنما نقش كذلك حتى لا تغار الآلهة من كمال الانسان . ولذلك وضع الناقشون خطأ ، عن عمد ، حيث وضعوه ، حتى لا تغار الآلهة وتغضب من بني البشر .

نستطيع أن نعكس هذه الفكرة وأن نظن أن التفسير الصحيح للتناظر شبه الكامل في الطبيعة هو أن الله تعالى لم يجعل تناظر القوانين كاملاً ، بل أبقاه تناظراً تقريبياً ، حتى لا يغار الانسان من كماله سبحانه وتعالى !

* * *

أجوبة المسائل

– الفصل الثامن والثلاثون –

٣٨ – ١ : (أ) ست درجات وثماني دقائق ، (ب) 21.6 m

(حـ) 1.9, 2.7, 3.3, 4.3 m

٣٨ – ٢ : 15°44′ , 22°13′ , 27°24′ , 32°13′ , 36°31′

٣٨ – ٥ : 6560 ، 4860 , 18 800

– الفصل التاسع والثلاثون –

٣٩ – ١ : $P^{\gamma-1}/T^{\gamma} =$ ثابت

$TV^{\gamma-1} =$ ثابت

٣٩ – ٢ : 173°C

٣٩ – ٤ : $P = P_0 e^{-\mu gh/RT}$

٣٩ – ٦ : 1.82×10^5 joules

٣٩ – ٧ : $P_a = 3.17\, P_0$, $P_b = 2.64\, P_0$

٣٩ – ٩ : 842 مليمتر زئبقي

٣٩ – ١٠ : 20 سنتمتر زئبقي

٣٩ – ١١ : 31

٣٩ – ١٢ : (أ) 1740°K (ب) 5.8

ــ الفصل الأربعون ــ

٤٠ ــ ١ : $F = \pi/3 \sqrt{kT/m}$

$\approx 1.2 \times 10^{-3}\pi$ نيوتن لكل متر مربع

٤٠ ــ ٢ : 0.366 , 0.050

٤٠ ــ ٣ : (أ) $\frac{3}{2} R$ ، (ب) $\frac{7}{2} R$

٤٠ ــ ٦ : (ب) 0.368 ، (حـ) $\sqrt{\pi/4}$

ــ الفصل الواحد والأربعون ــ

٤١ ــ ١ : (أ) 11 600° K (ب) 1/40 الكترون فولط

(حـ) 1.24 ميكرون أو 12 400 انغستروم .

٤١ ــ ٣ : $R \sim e^{-11.6} \approx 10^{-5}$

ــ الفصل الثاني والأربعون ــ

٤٢ ــ ١ : واحد الكترون فولط لكل ذرة = 96 520 جولاً لكل غرام مول

٤٢ ــ ٣ : حوالي الضعف

ــ الفصل الثالث والأربعون ــ

٤٣ ــ ١ : $\tau = 10^{-9}$ s ، $\ell = 10^{-7}$ m

٤٣ ــ ٢ : $L = 56\,\ell\ (= \ell \ln 2N)$

٤٣ ــ ٥ : $dE/dt = n_0 V k \Delta T / (\gamma - 1)$

$F/A = n_0 V m\, \Delta U$

ــ الفصل الرابع والأربعون ــ

٤٤ ــ ٣ : 66.3 بالمئة

٤٤ ــ ٥ : 11×10^3 Joule/°K

– الفصل الخامس والأربعون –

٤٥ – ١ : $T \approx 270^0\ K$

٤٥ – ٢ : $122°\ C$

٤٥ – ٣ : $F = R^2 / (R^2 + r^2)$

٤٥ – ٤ : $P_g = 1.7 \times 10^{16}\ N/m^2$

$P_r = 7.2 \times 10^{12}\ N/m^2$

٤٥ – ٥ : $dT/dh = 3.1°\ C/km$

٤٥ – ٧ : $2490 \times 10^3\ Joules/kg$

– الفصل السابع والأربعون –

٤٧ – ١ : 0.78

٤٧ – ٢ : 99°C

٤٧ – ٣ : 2.9 ، لا تأثير على ارتفاع الصوت ، الطابع يتغير تغيراً كبيراً

٤٧ – ٦ : $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = (\sigma/T)\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ ومنه : $v^2 = T/\sigma$

– الفصل الثامن والأربعون –

٤٨ – ٣ : $24.4\ cm/s\ ,\ 17.8\ cm/s$

– الفصل التاسع والأربعون –

٤٩ – ١ : $d^2x/dt^2 + \omega_0^2 x + K\ (x - y)\ /\ m_1 = 0$

$d^2y/dt^2 + \omega_0^2 y + K\ (y - x)\ /\ m_2 = 0$

٤٩ – ٢ : $\omega^2 = \omega_0^2 \quad ; \quad A/B = +1$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + K/m_1 + K/m_2$$

$$A/B = -\, m_2/m_1$$

— الفصل الخمسون —

٥٠ – ٥ : $h(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\left[\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x + \cdots\right]$

* * *

قائمـــة المصطلحات العلمية*

— A —

Aberration	٢٧-٧ ، ٣٤-١٠	زيغ وجمعها زيوغ
Absolute zero	١-٥	الصفر المطلق
Absorption	٣١-٨	الامتصـــاص
Acceleration,	٨-٨	التســـارع
components of,	٩-٢	مركّبـات التسـارع
of gravity	٩-٤	تسارع الثقالـة
Activation energy	٤٢-٧	طاقة التنشـيط
Adams, J. C.	٧-٥	ج.س آدامز
Adiabatic compression	٣٩-٥	الانضغاط الكظوم
Adiabatic expansion	٤٤-٥	التمـدد الكظـوم
Affective future	١٧-٤	المستقبـل المتـأثر
Air trough	١٠-٥	الجيب الهـوائي
Algebra	٢٢-١	الجبـر
Amplitude modulation	٤٨-٣	تكييف السعـة
Amplitude, of oscillation	٢١-٣	سعـــة الاهتزاز
Analog computer	٢٥-٨	حاسبـة متشـبهـة
Anderson, C. D.	٥٢-١٠	س.د. آندرسون
Angle, of incidence	٢٦-٣	زاويـة الورود
of reflection	٢٦-٣	زاوية الانعكاس
Angstrom (unit)	١-٣	الانغستـرم
Angular frequency	٢١-٣ ، ٢٩-٢	التواتر الزاوي
Angular momentum ,	٧-٧ ، ١٨-٥ ، ٢٠-١	الاندفاع الزاوي
conservation of	٤-٧ ، ١٨-٦ ، ٢٠-٥	انحفاظ الاندفاع الزاوي
of rigid body	٢٠-٨	الاندفاع الزاوي لجسـم صلد
Anomalous refraction	٣٣-٩	الانكسـار الشـاذ

* نورد في العمود الايسر المصطلح العلمي باللغة الانكليزية ، وفي العمود الايمن ترجمته باللغة العربية وأرقـام الفقرات التي جاء فيهـا .

— B —

— C —

— D —

— E —

— H —

— I —

— P —

— S —

— T —

— U —

— V —

★ ★ ★

محتويات الكتاب

القسم الثالث

الموضوع	الصفحة

* * *

الموضوع	الصفحة

* * *

الموضوع	الصفحة

* * *

الموضوع	الصفحة

* * *

— تم بعونه تعالى —

VOLUME I

THE FEYNMAN LECTURES ON PHYSICS

FEYNMAN · LEIGHTON · SANDS

ثمن النسخة (١٠) ل.س أو ما يعادلها